

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Компьютерная гидродинамика**

Направление подготовки (специальности)  
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)  
«Программирование, алгоритмы и анализ данных»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 21.04.2025, протокол № 10

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Компьютерная гидродинамика» являются изучение методов моделирования течения жидкости. Основное внимание уделяется вычислительным аспектам – построению разностных схем, анализу их устойчивости и программированию. Навыки численного анализа математических моделей физических процессов будут полезны выпускнику в профессиональной деятельности.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Для освоения этой дисциплины студенты должны владеть аппаратом математического анализа, элементами аналитической геометрии и линейной алгебры, иметь опыт программирования.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-3</b> Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники	<b>И-ПК-3.2</b> Умеет использовать методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программного продукта	<b>Знать:</b> - основные численные методы расчета течений несжимаемой жидкости (метод сеток, метод сглаженных частиц) - основные алгоритмы решения уравнения Навье-Стокса методом сеток. - алгоритм Дж. фон Неймана исследования разностной схемы на устойчивость <b>Уметь:</b> - представлять дифференциальные операторы в виде конечно-разностных отношений. - оценивать погрешность при аппроксимации - исследовать устойчивость построенной разностной схемы.

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетные единицы, **144** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1.	Математические модели, описывающие течение вязкой жидкости.	7	2	4		1		9	
2.	Уравнение Навье-Стокса для функций тока и вихря	7	3	6		1		9	
3.	Исследование устойчивости разностных схем	7	3	6		1		9	
4.	Решение уравнений для функций тока и вихря	7	3	6		1		9	
5.	Граничные условия для функций тока и вихря	7	3	6		1		9	
6.	Обсуждение результатов численных экспериментов	7	2	4		1		9	
						2	0,5	33,5	Экзамен
	ИТОГО		16	32		8	0,5	87,5	

### Содержание разделов дисциплины

#### 1. Математические модели, описывающие течение вязкой жидкости.

- 1.1. Уравнение Навье-Стокса в переменных скорости и давления
- 1.2. Метод сглаженных частиц (SPH)

#### 2. Уравнение Навье-Стокса для функций тока и вихря

#### 3. Исследование устойчивости разностных схем.

- 3.1. Описание неустойчивости
- 3.2. Исследование устойчивости методом дискретных возмущений
- 3.3. Анализ устойчивости по Нейману.

#### 4. Решение уравнений для функций тока и вихря.

- 4.1. Прямые методы.
- 4.2. Метод Рундсона и метод Либмана
- 4.3. Метод последовательной верхней релаксации.

#### 5. Граничные условия для функций тока и вихря.

- 5.1. Стенка в расчетной сетке первого типа.
- 5.2. Условия на входной и выходной границе потока.

#### 6. Обсуждение результатов численных экспериментов.

- 6.1. Обсуждение результатов самостоятельной работы студентов.

#### 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- Wolfram Mathematica;
- GNU Octave;
- Maxima;
- Microsoft Visual Studio Community;
- <https://www.wolframcloud.com/>

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>

- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>

- Электронная библиотечная система «Консультант студента»

<https://www.studentlibrary.ru>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Зубов А. Д., Лебедев А. М. Метод сплайнов для расчета газодинамических задач со сферической и цилиндрической симметриями. Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. 2009 Выпуск 1. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=12590732>
2. Литвинов В. В., Литвинова О. И. Элементы вычислительной гидродинамики. Учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 1997.
3. Головизнин В. М., Зайцев М. А., Карабасов С. А., Короткин И. А. Новые алгоритмы вычислительной гидродинамики для многопроцессорных вычислительных комплексов - М: МГУ, 2013. <https://www.studentlibrary.ru/ru/doc/ISBN9785211064263-SCN0000/000.html>

**б) дополнительная литература**

1. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем - М. Наука, 1971. <http://samarskii.ru/books/book1971.pdf>
2. Хвостова О. Е., Куркин А. А. Математическое моделирование оползневых цунами методом частиц (SPH). Вестник БГТУ им. Шухова. 2009. №4. <https://publications.hse.ru/mirror/pubs/share/folder/pktpnrlrkj/direct/74746349>
3. Астарита Дж., Маруччи Дж. Основы гидромеханики ньютоновских жидкостей. - М. Мир, 1978.
4. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. - М. Мир, 1980.

**в) ресурсы сети «Интернет» (при необходимости)**

<https://reference.wolfram.com/language/?source=nav>

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

**Автор:**

Доцент кафедры  
математического анализа, к.т.н.

В. В. Литвинов

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Компьютерная гидродинамика»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**Задачи для самостоятельного решения**

1. Построить поле скоростей при установившемся течении ньютоновской жидкости в прямоугольном канале с препятствием в виде кораблика. На стенках канала и кораблика скорость равна нулю, а на входе в канал  $x$ - компонента имеет параболический профиль.
2. Рассчитать поле скоростей при установившемся течении ньютоновской жидкости в прямоугольном канале с препятствием в виде треугольника. На стенках и начальный момент времени скорость равна нулю. При входе в канал скорость потока имеет параболический профиль.
3. Построить поле скоростей при установившемся течении вязкой жидкости в прямоугольном канале с препятствием в виде круга. На стенках и в начальный момент времени скорость равна нулю. На входе в канал скорость имеет параболический профиль.

**2. Требования для сдачи экзамена**

По результатам выполнения самостоятельной работы проводится собеседование. Для сдачи экзамена студент должен

- 1) предъявить работоспособную программу (оценка «удовлетворительно»);
- 2) быть в состоянии ответить на вопросы по организации программы (оценка «хорошо»);
- 3) быть в состоянии изменять параметры решаемой задачи и анализировать результаты изменений (оценка «отлично»).

## **Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Компьютерная гидродинамика»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Учебный план по дисциплине «Компьютерная гидродинамика» предполагает активную самостоятельную работу студентов. Предполагается, что ко времени изучения курса студент достаточно хорошо знаком с различными языками программирования и имеет опыт разработки достаточно сложных программ.

Каждый студент в начале курса получает индивидуальное задание. Примеры заданий приведены в Приложении 1. Возникающие при выполнении задания вопросы обсуждаются либо в аудитории, либо на консультациях. К моменту окончания курса каждый студент должен предъявить работоспособную программу.