

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра алгебры и математической логики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

21 мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Алгебра**

Направление подготовки (специальности)  
10.03.01 Информационная безопасность

Направленность (профиль)  
«Безопасность компьютерных систем (в сфере информационных технологий)»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 12 апреля 2024 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2024 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины Алгебра является обеспечение фундаментальной подготовки в одной из основных областей современной математики, освоение языка и методов одного из наиболее мощных инструментов современной математики. Курс лежит в основе большей части численных методов алгебры, имеющих применение во многих областях естествознания. Его главной задачей является обучение основным методам решения алгебраических задач, ознакомление с историей развития линейной алгебры и вкладом в неё российских математиков.

Основная задача дисциплины – научить студентов пониманию языка алгебры, воспитанию культуры вычислений с помощью матричной алгебры и алгебры многочленов, умениям применять основной аппарат алгебры в различном контексте, в том числе в полях положительной характеристики. Содержание курса является базой для дальнейшего развития содержания дисциплины в специальных курсах.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра» – одна из основных дисциплин цикла «Математические и естественные науки» учебного плана по специальности «компьютерная безопасность». Она обеспечивает приобретение знаний в соответствии с требованиями Государственных образовательных стандартов, содействует фундаментализации математического образования, формированию научного мировоззрения, логического мышления.

Данная дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Она имеет разнообразные связи с основными и специальными математическими дисциплинами.

Полученные в курсе «Алгебры» знания необходимы для изучения дисциплин «Линейная алгебра», «Фундаментальная и компьютерная алгебра», «Дискретная математика», «Математическая логика и теория алгоритмов», специальных курсах «Методы и средства криптографической защиты информации», «Теория кодирования», «Криптографические протоколы» и многих других.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Универсальные компетенции</b>		
<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>И-УК-1.5</b> Способность осуществлять анализ с позиций алгебраического подхода, формализацию задач и на этой основе вырабатывать стратегию действий	<b>Знать:</b> основные алгебраические модели и конструкции. <b>Уметь:</b> решать системы линейных уравнений <b>Владеть навыками:</b> вычислений в основных алгебраических системах

Общепрофессиональные компетенции		
<b>ОПК-3</b> Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности	<b>И-ОПК-3.8</b> Знает основные понятия, результаты, методы современной математики и сценарии их применения в задачах профессиональной деятельности	<b>Знать:</b> Основные методы и формулировки результатов, используемых в защите информации <b>Уметь:</b> обосновывать алгоритмы защиты информации <b>Владеть навыками:</b> быстрых вычислений в основных алгебраических системах

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **10** зачетных единиц, **360** акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационны е испытания		
1	Вводная лекция	1	2						
2	Множества и отображения. Отношения на множествах	1	6	6		2		4	Задания для самостоятельной работы
3	Системы линейных уравнений	1	2	4				4	Задания для самостоятельной работы
4	Векторные пространства	1	8	6		2		5	Задания для самостоятельной работы
5	Матрицы	1	10	10		2		5	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №1
6	Определители	1	8	8		2		5	Задания для самостоятельной работы
7	Комплексные числа	1	4	6		2		5	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №2
8	Алгебраические структуры	1	8	8		2		5	Задания для самостоятельной работы
							0,3	2,7	зачет

	<b>Всего за 1 семестр 144 акад. часов</b>		<b>48</b>	<b>48</b>		<b>12</b>	<b>0,3</b>	<b>35,7</b>	
8	Алгебраические структуры (продолжение)	2	4	4		2		8	Задания для самостоятельной работы
9	Кольцо многочленов от одной переменной	2	6	6				8	Задания для самостоятельной работы
10	Теория делимости в кольцах целых чисел и многочленов над полем	2	10	10		2		14	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №3
11	Многочлены над числовыми полями	2	10	10		2		14	Задания для самостоятельной работы
12	Многочлены от нескольких переменных	2	6	8		2		8	Задания для самостоятельной работы
13	Поле частных области целостности. Факторкольцо	2	4	2				8	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №4
14	Конечные поля	2	2	2		2		6	Задания для самостоятельной работы
15	Группы	2	6	6		2		6	Задания для самостоятельной работы
						<b>2</b>	<b>0,5</b>	<b>33,5</b>	<b>экзамен</b>
	<b>Всего за 2 семестр 216 акад. часов</b>		<b>48</b>	<b>48</b>		<b>14</b>	<b>0,5</b>	<b>105,5</b>	
	<b>ИТОГО</b>		<b>96</b>	<b>96</b>		<b>26</b>	<b>0,8</b>	<b>141,2</b>	

### Содержание разделов дисциплины:

#### Тема 1. Вводная лекция

Исторический обзор развития алгебры. Основные периоды развития. Расширение понятия числа и знаменитые задачи древности. Разрешимость уравнений в радикалах и появление новых алгебраических структур. Место алгебры в системе математических наук.

#### Тема 2. Множества и отображения. Отношения на множествах

2.1. Множества. Операции над множествами. Отображения множеств. Виды отображений. Композиция отображений. Обратимость отображений.

2.2. Бинарные отношения. Свойства. Отношения эквивалентности и порядка.

2.3. Метод математической индукции.

2.4. Понятие бинарной алгебраической операции. Определение группы, кольца, поля.

#### Тема 3. Системы линейных уравнений

3.1. Системы линейных уравнений над полем вещественных чисел. Решение системы уравнений. Метод Гаусса – Жордана. Матричная запись системы линейных уравнений и исследование системы линейных уравнений с помощью метода Гаусса – Жордана.

3.2. Однородная система линейных уравнений. Теорема о количестве ее решений.

#### Тема 4. Векторные пространства

4.1. Векторное пространство над полем, его свойства, примеры. n-мерное координатное векторное пространство. Подпространство.

4.2. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Свойства линейной зависимости. Базис системы векторов и векторного пространства. Теорема о количестве векторов в базисе системы. Ранг системы векторов и его вычисление. Размерность векторного пространства. Координаты вектора в базисе. Линейная оболочка системы векторов и подпространства.

4.3. Линейные отображения векторных пространств. Изоморфизм векторных пространств. Свойства изоморфизма.

### **Тема 5. Матрицы**

5.1. Понятие матрицы. Действия над матрицами и их свойства. Кольцо квадратных матриц.

5.2. Строчечный и столбцовый ранги матрицы, их равенство. Вычисление ранга матрицы. Невырожденные матрицы.

5.3. Обратная матрица. Критерий ее существования. Элементарные матрицы. Практический способ нахождения обратной матрицы.

5.4. Транспонирование матриц. Ранг произведения матриц. Матричная запись систем линейных уравнений.

5.5. Матрица перехода от одного базиса к другому. Координаты вектора в новом базисе.

5.6. Матрицы линейных отображений. Взаимно однозначное соответствие между линейными отображениями из  $R^n$  в  $R^m$  и матрицами размера  $m \times n$ . Сумма и произведение линейных отображений и их связь с операциями над матрицами.

5.7. Утверждение о независимости числа главных и свободных неизвестных системы от способа приведения ее к ступенчатому виду. Критерий совместности Кронекера – Капелли.

5.8. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений.

### **Тема 6. Определители**

6.1. Перестановки. Четность перестановки. Понятие определителя произвольного порядка. Частные случаи: определители второго и третьего порядков.

6.2. Свойства определителей.

6.3. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу. Практический способ вычисления определителя порядка выше 3.

6.4. Определитель произведения матриц.

6.5. Критерий невырожденности матрицы. Нахождение обратной матрицы с помощью определителей.

6.6. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

6.7. Метод окаймляющих миноров.

### **Тема 7. Комплексные числа**

Комплексные числа. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме.

### **Тема 8. Алгебраические структуры**

8.1. Бинарные алгебраические операции и алгебраические структуры. Полугруппы и моноиды. Примеры. Обобщенная ассоциативность степени. Обратимые элементы.

8.2. Группы. Примеры групп (числовые группы, матричные, симметрическая и знакопеременная группы, группа корней из единицы), их подгруппы.

8.3. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Примеры. Свойства изоморфизма. Теорема Кэли.

8.4. Циклические группы. Примеры. Порядок элемента группы. Теорема об изоморфизме циклических групп одного и того же порядка.

8.5. Кольца. Примеры. Свойства колец. Кольцо классов вычетов. Гомоморфизмы колец. Ядро и образ гомоморфизма.

8.6. Тело. Поле. Подполе. Расширение поля. Примеры. Свойства полей. Характеристика поля. Простое поле.

### **Тема 9. Кольцо многочленов от одной переменной**

- 9.1. Понятие многочлена от одной переменной с коэффициентами из кольца  $K$ . Степень многочлена. Операции над многочленами. Кольцо многочленов  $K[x]$ . Кольцо многочленов над областью целостности.
- 9.2. Деление многочлена с остатком на двучлен. Теорема Безу.
- 9.3. Корни многочлена над полем  $P$ . Кратность корня. Формулы Виета.

### **Тема 10. Теория делимости в кольцах целых чисел и многочленов над полем**

- 10.1. Евклидовы кольца. Деление с остатком в кольце целых чисел  $Z$  и в кольце многочленов над полем  $P$ .
- 10.2. Понятие идеала кольца. Кольцо главных идеалов. Теорема о том, что всякое евклидово кольцо является кольцом главных идеалов. Наибольший общий делитель в кольцах целых чисел и многочленов. Его существование и единственность. Алгоритм Евклида в кольцах  $Z$  и  $P[x]$ . Нахождение НОД 3-х и более элементов. Вычисление коэффициентов в линейном выражении НОД.
- 10.3. Наименьшее общее кратное в кольцах целых чисел и многочленов. Связь НОД и НОК.
- 10.4. Факториальное кольцо. Факториальность кольца главных идеалов. Разложение на простые множители в кольцах целых чисел и многочленов. Отыскание НОД и НОК с помощью разложения на простые множители.
- 10.5. Дифференцирование многочлена. Изменение кратности неприводимого делителя при дифференцировании.

### **Тема 11. Многочлены над числовыми полями**

- 11.1. Неприводимые многочлены над полями  $C$ ,  $R$  и  $Q$ . Критерий Эйзенштейна. Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами.
- 11.2. Решение в радикалах алгебраических уравнений 3-й степени. Формула Кардано. Число действительных корней кубического уравнения с действительными коэффициентами. Решение в радикалах алгебраических уравнений 4-й степени. Метод Феррари.
- 11.3. Границы действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Теорема Штурма. Приближенное вычисление действительных корней.

### **Тема 12. Многочлены от нескольких переменных**

- 12.1. Кольцо многочленов от нескольких переменных. Лексикографическое упорядочение. Отсутствие делителей нуля в кольце многочленов от нескольких переменных над областью целостности. Факториальность кольца многочленов от нескольких переменных над полем  $P$  (без доказательства).
- 12.2. Симметрические многочлены. Представление симметрического многочлена в виде многочлена от элементарных симметрических функций.

### **Тема 13. Поле частных области целостности. Факторкольцо**

- 13.1. Поле частных области целостности.
- 13.2. Факторкольцо. Построение. Примеры. Теорема о гомоморфизме колец.

### **Тема 14. Конечные поля**

Конечные поля. Количество элементов и характеристика конечного поля. Существование и единственность конечного поля из  $p^n$  элементов,  $p$  – простое,  $n$  – натуральное число. Построение конечного поля.

### **Тема 15. Группы**

- 15.1. Группы. Классы смежности по подгруппе. Индекс подгруппы. Порядок конечной группы делится на порядок ее подгруппы.
- 15.2. Циклические подгруппы. Порядок конечной группы делится на порядок любого ее элемента. Примеры.
- 15.3. Группа корней  $n$ -й степени из единицы. Первообразные корни из единицы.
- 15.4. Нормальные подгруппы и факторгруппы. Теорема о гомоморфизме групп.

## **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используется:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры: учебник для вузов — Санкт-Петербург: Лань, 2022. <https://reader.lanbook.com/book/183725>
2. М. А. Заводчиков, М. Е. Сорокина Задачи по алгебре. I семестр: практикум — Ярославль: ЯрГУ, 2019. <http://www.lib.uni Yar.ac.ru/edocs/iuni/20190207.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. М. М. Глухов, В. П. Елизаров, А. А. Нечаев Алгебра: учебник для вузов — Санкт-Петербург: Лань, 2022. <https://reader.lanbook.com/book/187793>
2. Ларин С. В. Алгебра: многочлены: учебное пособие для вузов — Москва: Издательство Юрайт, 2022. <https://urait.ru/viewer/algebra-mnogochleny-493274>
3. Окунев Л. Я. Высшая алгебра: учебник — Санкт-Петербург: Лань, 2021. <https://reader.lanbook.com/book/167769>
4. Окунев Л. Я. Сборник задач по высшей алгебре: учебное пособие — Санкт-Петербург: Лань, 2021. <https://reader.lanbook.com/book/167770>
5. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры. М.: Физматлит, 2003. <https://www.studentlibrary.ru/ru/doc/ISBN5922101676-SCN0000/000.html>
6. Кострикин А. И. Сборник задач по алгебре - М.: Физматлит, 2006. <https://www.studentlibrary.ru/ru/doc/ISBN5922107267-SCN0000/000.html>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

### **Автор(ы):**

Доцент кафедры алгебры  
и математической логики, к. ф.-м. н.

М.Е. Сорокина

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**Задания для самостоятельной работы**

(данные задания выполняются студентом самостоятельно  
и преподавателем в обязательном порядке не проверяются)

**Задания по теме № 2 «Множества и отображения. Отношения на множествах»:**

Раздел 2.1: Определить, является ли следующее отображение множеств инъективным, сюръективным, биективным:  $f: \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}: (x, y) \rightarrow \lg(x+1)/y$ .

Раздел 2.2: Какими свойствами (рефлексивность, симметричность, транзитивность, антирефлексивность, антисимметричность) обладает отношение  $\rho$  на множестве  $\mathbb{R}[x]$ :  $f \rho g \Leftrightarrow |f(a) - g(a)| < 1$  для всех  $a \in \mathbb{R}$ .

Раздел 2.3: Докажите, что при любом натуральном  $n$   $(4^n + 15n - 1)$  делится на 9.

Раздел 2.4: Доказать, что множество  $M$  многочленов вида  $ax + b$ ,  $a, b \in \mathbb{Q}$ ,  $a$  не равно 0, является группой относительно операции композиции. Является ли эта группа абелевой?

**Задания по теме № 3 «Системы линейных уравнений»:**

Раздел 3.1: Решить систему линейных уравнений:

$$x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 3,$$

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 = -3,$$

$$-x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_4 = -1,$$

$$3x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 2.$$

Раздел 3.2: Решить однородную систему линейных уравнений:

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0,$$

$$x_1 - 4x_2 + 2x_3 - x_4 = 0,$$

$$4x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0,$$

$$x_1 + 10x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 0.$$

**Задания по теме № 4 «Векторные пространства»:**

Раздел 4.1: Является ли векторным пространством над полем  $\mathbb{Q}$  множество  $X$  чисел вида  $a+b\sqrt{2}$ ,  $a, b \in \mathbb{Q}$ , с операциями сложения и умножения на элементы поля  $\mathbb{Q}$ ?

Раздел 4.2: Доказать, что система  $a_1 = (1; 1; -3; 0)$ ,  $a_2 = (3; -2; 1; 7)$ ,  $a_3 = (2; -5; 1; -1)$  векторов пространства  $\mathbb{R}^4$  линейно независима.

Раздел 4.3: Является ли отображение  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_3, 0, 0)$ , линейным? Какими свойствами оно обладает?

**Задания по теме № 5 «Матрицы»:**

Раздел 5.1: Вычислить:

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}.$$

Раздел 5.2: Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 6 & -4 & -1 \\ 4 & -1 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Раздел 5.3: Найти матрицу, обратную данной:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Раздел 5.4: Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ -2x_1 + x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Раздел 5.5: Доказать, что системы  $e_1 = (1; -1; 0)$ ,  $e_2 = (0; -1; 1)$ ,  $e_3 = (0; 0; 1)$  и  $a_1 = (0; 1; -2)$ ,  $a_2 = (4; 0; 0)$ ,  $a_3 = (0; 1; 0)$  векторов координатного пространства  $R^3$  являются базисами этого пространства. Найти координаты вектора  $a$  во втором базисе, если в первом базисе он имеет координаты 12, -3, -5.

Раздел 5.6: Написать матрицу линейного отображения  $f: R^3 \rightarrow R^3$ ,  $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_3, 5x_3, -x_3)$ .

Раздел 5.7: Исследовать систему на совместность по критерию Кронекера – Капелли:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -1, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 2, \\ -2x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

Раздел 5.8: Найти фундаментальный набор решений системы

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ -3x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 7x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

### Задания по теме № 6 «Определители»:

Раздел 6.1: Найти число инверсий в перестановке 3, 4, 10, 1, 7, 9, 8, 5, 2, 6.

Раздел 6.2: Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1001 & 1002 & 1003 & 1004 \\ 1002 & 1003 & 1001 & 1002 \\ 1001 & 1001 & 1001 & 999 \\ 1001 & 1000 & 998 & 999 \end{vmatrix}.$$

Раздел 6.3: Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 & 2 \end{vmatrix}.$$

Раздел 6.4: Вычислить определитель путем возведения его в квадрат:

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & d & -c \\ -c & -d & a & b \\ -d & c & -b & a \end{vmatrix}$$

Раздел 6.5: Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Раздел 6.6: Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = -10, \\ -2x_1 + x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Раздел 6.7: Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

### Задания по теме № 7 «Комплексные числа»:

- 1) Вычислить:  $\frac{(4-i)(2+i)}{3-4i} + 3$ .
- 2) Вычислить:  $\sqrt{48 + 14i}$ .
- 3) Найти множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию  $|z| \cdot |z - 1| = 5$ .
- 4) Решить уравнение над полем  $\mathbb{C}$ :  $x^4 - ix^2 + 2 = 0$ .
- 5) Записать в тригонометрической форме:  $-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ .
- 6) Вычислить:  $(-i)^{13} + \left(\frac{i}{\sqrt{3i-1}}\right)^{15}$ .
- 7) Вычислить:  $\sqrt[3]{1 - 2i}$ .

### Задания по теме № 8 «Алгебраические структуры»:

Раздел 8.1: Операцию на непустом множестве можно задать не единственным способом. Привести пример множества и ввести на нем две операции так, чтобы относительно одной операции данное множество являлось группой, а относительно другой – нет.

Раздел 8.2: Доказать, что множество  $\mathbb{R}[x]$  является группой относительно операции композиции.

Раздел 8.3: Является ли следующее отображение групп гомоморфизмом? В случае положительного ответа выяснить, является ли оно мономорфизмом, эпиморфизмом, изоморфизмом:  $f: (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (\mathbb{Z}, +): f(x) = 2x$ .

Раздел 8.4: Найти порядок элемента 3 в мультипликативной группе поля вычетов по модулю 11.

Раздел 8.5: Является ли следующее отображение гомоморфизмом колец:  $\phi: (\mathbb{Z}, +, \times) \rightarrow (\mathbb{Z}, +, \times): \phi(x) = 2x$ .

Раздел 8.6: Является ли данное множество кольцом или полем относительно указанных операций:  $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2}, a, b \in \mathbb{Z}\}, +, \times$ ?

### Задания по теме № 9 «Кольцо многочленов от одной переменной»:

Раздел 9.1: В кольце  $\mathbb{Z}_7[x]$  найти многочлен наименьшей степени, эквивалентный многочлену  $f(x) = 4x^{21} + x^{18} + 2x^{10} - x^8 + 3x^5 - x - 3$ .

Раздел 9.2: Разложить многочлен по степеням  $x - x_0$  и найти значения его производных в точке  $x_0$ :  $f(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 10x + 20, x_0 = -2$ .

Раздел 9.3: Построить многочлен степени со старшим коэффициентом 1, имеющий корни 1, 2 кратности 2 и 4.

### Задания по теме № 10 «Теория делимости в кольцах целых чисел и многочленов над полем»:

Раздел 10.1: Разделить с остатком многочлен  $f(x)$  на многочлен  $g(x)$  над полем  $R$ :  
 $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$ ,  $g(x) = x^2 - 3x + 1$ .

Раздел 10.2: Найти НОД многочленов:  $x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 1$  и  $x^3 + x^2 - x - 1$ .

Раздел 10.3: Найти все значения  $\lambda$ , при которых имеют общий корень многочлены  $x^3 - \lambda x + 2$  и  $x^2 + \lambda x + 2$ .

Раздел 10.4: Найти НОД и НОК многочленов  $f(x) = (x^2 - 1)(x + 1)^5(x - 8)^3(x^4 - 4)$  и  $g(x) = (x - 1)^3(x + 1)(x - 8)(x + 3)^3(x + 4)$ .

Раздел 10.5: Выделив кратные неприводимые множители данного многочлена, разложить его на неприводимые множители:  
 $x^8 + 2x^7 + 5x^6 + 6x^5 + 8x^4 + 6x^3 + 5x^2 + 2x + 1$ .

### Задания по теме № 11 «Многочлены над числовыми полями»:

Раздел 11.1: Найти все рациональные корни многочлена  $6x^4 + 19x^3 - 7x^2 - 26x + 12$ .

Раздел 11.2: Пользуясь формулой Кардано, решить уравнение  $x^3 + 6x + 2 = 0$ .

Раздел 11.3: Составить ряд Штурма и отделить корни многочлена  $x^4 + 4x^3 - 12x + 9$ .

### Задания по теме № 12 «Многочлены от нескольких переменных»:

1) Выразить многочлен в виде многочлена от элементарных симметрических функций:  
 $(x_1x_2 + x_3)(x_1x_3 + x_2)(x_2x_3 + x_1)$ .

2) Найти многочлен четвертой степени, корнями которого являются кубы комплексных корней многочлена  $x^4 - x - 1$ .

### Задания по теме № 13 «Поле частных области целостности. Факторкольцо»:

1) Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби  $\frac{\alpha}{\alpha + 1}$ ,  $\alpha^3 - 3\alpha + 1 = 0$ .

2) Доказать, что

а)  $F[x]/\langle x - \alpha \rangle \simeq F$  ( $F$  — поле);

б)  $\mathbb{R}[x]/\langle x^2 + 1 \rangle \simeq \mathbb{C}$ ;

в)  $\mathbb{R}[x]/\langle x^2 + x + 1 \rangle \simeq \mathbb{C}$ .

### Задания по теме № 14 «Конечные поля»

1) Привести пример многочлена  $f(x)$  4-й степени из кольца  $Z_2[x]$ , неприводимого над  $Z_2$ .

2) Построить поле  $\mathbf{F}_{16}$  как факторкольцо  $Z_2[x]$  по идеалу, порожденному многочленом  $f(x)$  из задания 1).

3) Пусть  $a = x + (f(x))$  — образ элемента  $x$  кольца  $Z_2[x]$  в  $Z_2[x]/(f(x))$ , где  $f(x)$  построен в 1). Вычислить

$$(a+1)^5 + a^4 - (a-1)^3.$$

4) Найти элемент, обратный  $a^3 - a - 1$  в реализации поля  $\mathbf{F}_{16}$ , построенной в 1)-3).

5) Найти какую-либо образующую мультипликативной группы  $\mathbf{F}_{16}^*$  в реализации поля  $\mathbf{F}_{16}$ , построенной в 1)-3).

6) Сколько всего образующих элементов у группы  $\mathbf{F}_{16}^*$ ? Найти их все в реализации поля  $\mathbf{F}_{16}$ , построенной в 1)-3).

### Задания по теме № 15 «Группы»

Раздел 15.1: Найти смежные классы аддитивной группы  $R$  по подгруппе  $Z$ .

Раздел 15.2: Будет ли группа обратимых элементов кольца  $Z_{16}$  циклической?

Раздел 15.3: Найти все первообразные корни степени 10 из единицы (в поле комплексных чисел).

Раздел 15.4: Доказать, что подгруппа матриц с определителем 1 группы  $GL_n(R)$  нормальна.

### Контрольная работа № 1

(проверка сформированности УК-1 и ПК-3, индикаторы И-УК-1.5, И-ОПК-3.8)

#### Примеры заданий:

1) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 7, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = -10, \\ -3x_1 - x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

2) Найти какой-либо базис системы векторов и выразить через базис все остальные векторы системы:

$$a_1 = (1, 1, 0),$$

$$a_2 = (1, 0, 2),$$

$$a_3 = (0, 2, 1),$$

$$a_4 = (0, 3, 2),$$

$$a_5 = (1, 1, 1).$$

3) Вычислить ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 & 9 \\ 0 & -1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ .

4) Найти матрицу, обратную данной, с помощью элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

5) Найти фундаментальный набор решений системы

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 - 7x_5 - x_6 = 0. \end{cases}$$

### Контрольная работа № 2

(проверка сформированности УК-1 и ПК-3, индикаторы И-УК-1.5, И-ОПК-3.8)

#### Примеры заданий:

1) Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

2) Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 - 6x_3 = 10; \\ 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$$

3) Найти матрицу, обратную данной, с помощью определителей:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ 2 & 5 & -6 \\ -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

4) Вычислить:

$$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^{102} + (2-3i)^2}{5+4i}.$$

5) Извлечь корень из комплексного числа:

$$\text{a) } \sqrt[3]{-i}; \quad \text{b) } \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}.$$

### Контрольная работа № 3

(проверка сформированности УК-1 и ПК-3, индикаторы И-УК-1.5, И-ОПК-3.8)

#### Примеры заданий:

1) Определить кратность корня  $x_0$  многочлена  $f(x)$ :

$$f(x) = x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8, \quad x_0 = 2.$$

2) Разложить многочлен  $f(x)$  по степеням  $x - x_0$ :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1, \quad x_0 = -1.$$

3) С помощью алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель многочленов  $f(x)$  и  $g(x)$  и его линейное выражение через  $f(x)$  и  $g(x)$ :

$$f(x) = x^6 + 2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5, \quad g(x) = x^5 + x^2 - x + 1.$$

4) Выделив кратные неприводимые множители многочлена, разложить его на неприводимые множители над полем  $\mathbf{R}$ :

$$f(x) = x^6 - 15x^4 + 8x^3 + 51x^2 - 72x + 27.$$

5) Не решая уравнение  $x^3 + 2x^2 - 3x - 5 = 0$ , найти сумму квадратов его корней (над полем  $\mathbf{C}$ ).

### Контрольная работа № 4

(проверка сформированности УК-1 и ПК-3, индикаторы И-УК-1.5, И-ОПК-3.8)

#### Примеры заданий:

1) Решить уравнение 4-й степени методом Феррари:

$$x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + 3 = 0.$$

2) Построить нормированный многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий двойной корень 1 и простой корень  $1+2i$ .

3) Найти рациональные корни многочлена:

$$f(x) = x^5 - 2x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5x + 6.$$

4) Отделить действительные корни многочлена

$$f(x)=x^4+3x^3-x-1.$$

5) Выразить через элементарные симметрические многочлены:

$$f(x_1, x_2, x_3)=x_1^3+x_2^3+x_3^3-5x_1x_2x_3.$$

### **Правила выставления оценки по результатам контрольной работы**

Оценка по результатам контрольной работы считается по следующему принципу:

- правильно выполненное задание – 1 балл;
- частично выполненное задание (или пункт задания 3 в первой контрольной работе) – от 0,1 до 0,9 балла в зависимости от доли решенного правильно, вычислительная ошибка снижает балл на 0,2;
- далее вычисляется процент, который составляет суммарное количество баллов, набранных студентом за выполнение работы, от максимального количества баллов;
- 95%-100% соответствует оценке «отлично», не менее 80%, но меньше 95% - оценке «хорошо», не менее 60%, но меньше 80% - оценке «удовлетворительно», меньший процент соответствует оценке «неудовлетворительно» (умения и навыки на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

## **2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

### **Список вопросов к зачету (I семестр)**

1. Исторический обзор развития алгебры. Основные периоды развития. Расширение понятия числа и знаменитые задачи древности. Разрешимость уравнений в радикалах и появление новых алгебраических структур. Место алгебры в системе математических наук.
2. Множества. Операции над множествами. Отображения. Виды отображений. Композиция отображений. Обратимость отображений.
3. Бинарные отношения. Свойства. Отношения эквивалентности и порядка. Метод математической индукции.
4. Системы линейных уравнений над полем вещественных чисел. Решение системы уравнений. Метод Гаусса. Матричная запись системы линейных уравнений и исследование системы линейных уравнений с помощью метода Гаусса. Однородная система линейных уравнений. Теорема о количестве ее решений.
5. Векторное пространство над полем, его свойства, примеры. Арифметическое n-мерное векторное пространство. Подпространство. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Свойства линейной зависимости.
6. Базис системы векторов и векторного пространства. Теорема о количестве векторов в базисе системы. Ранг системы векторов и его вычисление. Размерность векторного пространства.
7. Координаты вектора в базисе. Линейная оболочка системы векторов и подпространства. Второе определение базиса.
8. Линейные отображения векторных пространств. Изоморфизм векторных пространств. Свойства изоморфизма. Теорема об изоморфизме векторных пространств одной и той же конечной размерности над полем  $P$ .
9. Понятие матрицы. Действия над матрицами и их свойства. Кольцо квадратных матриц.
10. Строочный и столбцовый ранги матрицы, их равенство. Вычисление ранга матрицы.
11. Невырожденные матрицы. Обратная матрица. Критерий ее существования.
12. Элементарные матрицы. Практический способ нахождения обратной матрицы.

13. Транспонирование матриц. Ранг произведения матриц. Матричная запись систем линейных уравнений.
14. Матрица перехода от одного базиса к другому. Координаты вектора в новом базисе.
15. Матрицы линейных отображений. Взаимно однозначное соответствие между линейными отображениями из  $R^n$  в  $R^m$  и матрицами размера  $m \times n$ . Сумма и произведение линейных отображений и их связь с операциями над матрицами.
16. Утверждение о независимости числа главных и свободных неизвестных системы от способа приведения ее к ступенчатому виду. Критерий совместности Кронекера-Капелли. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений.
17. Перестановки. Четность перестановки. Понятие определителя произвольного порядка. Частные случаи: определители второго и третьего порядков.
18. Свойства определителей.
19. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу. Практический способ вычисления определителя порядка выше 3.
20. Определитель произведения матриц. Критерий невырожденности матрицы. Нахождение обратной матрицы с помощью определителей.
21. Метод Крамера решения систем линейных уравнений. Метод окаймляющих миноров.
22. Комплексные числа. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме.
23. Бинарные алгебраические операции и алгебраические структуры. Полугруппы и моноиды. Примеры. Обобщенная ассоциативность степени. Обратимые элементы.
24. Группы. Примеры групп (числовые группы, матричные, симметрическая и знакопеременная группы, группа корней из единицы), их подгруппы.
25. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Примеры. Свойства изоморфизма. Теорема Кэли.
26. Циклические группы. Примеры. Порядок элемента группы. Теорема об изоморфизме циклических групп одного и того же порядка.

### **Типы задач, выносимых на зачет**

- 1) Определить свойства бинарного отношения на множестве, выяснить, является ли оно отношением эквивалентности, порядка.
- 2) Доказать утверждение о натуральных числах методом математической индукции.
- 3) Решить систему линейных уравнений методом Гаусса, Крамера, методом обратной матрицы.
- 4) Определить, является ли данное подмножество подпространством данного векторного пространства.
- 5) Определить, является ли данная система векторов линейно независимой, является ли базисом пространства.
- 6) Найти базис и ранг системы векторов, базис и размерность линейной оболочки, векторного пространства, выразить через базис остальные векторы системы.
- 7) Найти координаты вектора в данном базисе.
- 8) Определить, является ли данное отображение векторных пространств линейным, изоморфизмом.
- 9) Выполнить сложение, вычитание, умножение матриц, умножение матрицы на число, возведение в степень.
- 10) Найти ранг матрицы.
- 11) Найти матрицу, обратную данной, способом элементарных преобразований и с помощью определителей.
- 12) Решить матричное уравнение.
- 13) Написать матрицу перехода от одного базиса к другому.

- 14) Найти координаты вектора в новом базисе.
- 15) Написать матрицу данного линейного отображения в данных базисах.
- 16) Найти матрицу суммы и произведения линейных отображений по их матрицам в фиксированных базисах.
- 17) Исследовать систему линейных уравнений на совместность по критерию Кронекера-Капелли.
- 18) Определить размерность пространства решений однородной системы линейных уравнений.
- 19) Найти фундаментальный набор решений однородной системы линейных уравнений.
- 20) Найти число инверсий в перестановке, определить четность перестановки.
- 21) Вычислить определитель произвольного порядка.
- 22) Определить, является ли матрица невырожденной, с помощью элементарных преобразований и критерия невырожденности.
- 23) Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров.
- 24) Выполнить операции над комплексными числами в алгебраической форме.
- 25) Выполнить умножение, деление, возведение в натуральную степень комплексных чисел в тригонометрической форме, извлечь корень натуральной степени  $n$  из комплексного числа.
- 26) Доказать, что указанное множество относительно данной операции является полугруппой, моноидом, группой.
- 27) Найти какую-нибудь (все) подгруппу(-ы) данной группы, доказать, что это действительно подгруппа.
- 28) Доказать, что данное отображение является гомоморфизмом групп, найти его ядро, образ, выяснить, является ли это оно мономорфизмом, эпиморфизмом, изоморфизмом.
- 29) Найти порядок группы, подгруппы, элемента группы.
- 30) Проверить, является ли группа циклической, найти образующую (все образующие) циклической группы, подгруппы.

### **Правила выставления зачета**

Зачет проводится в форме письменной контрольной работы (3 задания указанных выше типов) с последующим теоретическим обоснованием использованных приемов решения. Для получения зачета необходимо выполнить все предложенные задания и показать знание теории по ним в беседе с преподавателем.

### **Список вопросов к экзамену (II семестр)**

1. Кольцо. Примеры и простейшие свойства колец. Кольцо классов вычетов.
2. Гомоморфизмы колец. Примеры. Область целостности. Группа обратимых элементов кольца.
3. Тело. Поле. Подполе. Расширение поля. Свойства полей. Характеристика поля. Простое поле, его характеристика.
4. Понятие многочлена от одной переменной с коэффициентами из кольца  $K$ . Степень многочлена. Операции над многочленами. Кольцо многочленов  $K[x]$ . Кольцо многочленов над областью целостности.
5. Деление многочлена с остатком на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
6. Корни многочлена над полем  $P$ . Кратность корня. Формулы Виета.
7. Евклидовы кольца. Деление с остатком в кольце целых чисел  $Z$  и в кольце многочленов  $P[x]$ .

8. Понятие идеала кольца. Кольцо главных идеалов. Теорема о том, что всякое евклидово кольцо является кольцом главных идеалов. Наибольший общий делитель в кольцах целых чисел и многочленов. Его существование и единственность.
9. Алгоритм Евклида в кольцах  $\mathbb{Z}$  и  $\mathbb{P}[x]$ . Нахождение НОД 3-х и более элементов. Вычисление коэффициентов в линейном выражении НОД.
10. Наименьшее общее кратное в кольцах целых чисел и многочленов. Связь НОД и НОК. Результат.
11. Факториальное кольцо. Факториальность кольца главных идеалов. Разложение на простые множители в кольцах целых чисел и многочленов. Отыскание НОД и НОК с помощью разложения на простые множители.
12. Дифференцирование многочлена. Изменение кратности неприводимого делителя при дифференцировании. Дискриминант.
13. Неприводимые многочлены над полями  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{Q}$ . Критерий Эйзенштейна. Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами.
14. Решение в радикалах алгебраических уравнений 3-й степени. Формула Кардано. Число действительных корней кубического уравнения с действительными коэффициентами.
15. Решение в радикалах алгебраических уравнений 4-й степени. Метод Феррари.
16. Границы действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Теорема Штурма. Приближенное вычисление действительных корней.
17. Кольцо многочленов от нескольких переменных. Лексикографическое упорядочение. Отсутствие делителей нуля в кольце многочленов от нескольких переменных над областью целостности. Факториальность кольца многочленов от нескольких переменных над полем  $\mathbb{P}$  (без доказательства).
18. Симметрические многочлены. Представление симметрического многочлена в виде многочлена от элементарных симметрических функций.
19. Поле частных области целостности.
20. Факторкольцо. Построение. Примеры. Теорема о гомоморфизмах колец.
21. Конечные поля. Количество элементов и характеристика конечного поля. Существование и единственность конечного поля из  $p^n$  элементов,  $p$  – простое,  $n$  – натуральное число. Свойства конечного поля. Построение конечного поля.
22. Группы. Классы смежности по подгруппе. Индекс подгруппы. Порядок конечной группы делится на порядок ее подгруппы. Циклические подгруппы. Порядок конечной группы делится на порядок любого ее элемента. Примеры.
23. Группа корней  $n$ -й степени из единицы. Первообразные корни из единицы.
24. Нормальные подгруппы и факторгруппы. Теорема о гомоморфизме групп.

### Правила выставления оценки на экзамене

В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса и задача. На подготовку к ответу дается не менее 1 часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

**Оценка «Отлично»** выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом дисциплины, умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала, грамотно использует терминологию.

**Оценка «Хорошо»** выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

**Оценка «Удовлетворительно»** выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагаются в терминах дисциплины, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

**Оценка «Неудовлетворительно»** выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Алгебра»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Алгебра» являются лекции; по всем темам предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основные методы дисциплины.

Задания для самостоятельного решения формулируются на лекциях и практических занятиях. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач. Полный список заданий для самостоятельной работы по темам (разделам) дисциплины приведен в ЭУК в LMS Moodle «Алгебра». Вопросы, возникающие в процессе или по итогам решения этих задач, можно задать на консультациях и практических занятиях или в форуме (чате) в ЭУК в LMS Moodle.

Для самостоятельной работы, в том числе и повтора разобранных на лекциях и практических занятиях материала, рекомендуется использовать материалы, выложенные в ЭУК в LMS Moodle «Алгебра».

В конце 1-го студенты сдают зачет, в конце 2-го семестра - экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса и задачу. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, в это время предусмотрена групповая консультация.