

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра общей математики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Сжатие изображений

Направление подготовки (специальности)
02.04.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)
«Компьютерная математика»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 24.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 05.05.2025

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Сжатие изображений» является ознакомление студентов с основными понятиями сжатия изображений, базовыми алгоритмами и современными направлениями развития теории сжатия изображений. Кроме профессиональных, изучение дисциплины преследует и мировоззренческие цели, касающиеся формирования у студентов целостной научной картины мира.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений. Для ее успешного освоения необходимы знания, умения и навыки, приобретенные в ходе изучения таких дисциплин, как «Математический анализ», «Численные методы», «Функциональный анализ», «Теория приближения», «Теория сплайнов». Сведения, полученные в ходе изучения этой дисциплины, могут быть использованы при написании дипломных работ.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
ПК-1 Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий, программирования и компьютерной техники	И-ПК-1.1 Способен построить математическую модель, учитывая основные этапы построения, формулирует требования к ней	Знать: <ul style="list-style-type: none">- историю возникновения теории сжатия изображений;- роль и место дисциплины в настоящее время;- основные понятия теории сжатия изображений;- алгоритмы теории сжатия изображений;- свободно ориентироваться в современных системах программирования;- проблематику математических и технических задач, решаемых методами теории сжатия изображений.
	И-ПК-1.2 Исследует новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и	Знать: <ul style="list-style-type: none">- основные принципы построения алгоритмов сжатия данных;- методы построения основных алгоритмов сжатия и восстановления цифровой информации. Уметь: <ul style="list-style-type: none">- решать задачи сжатия без потерь цифровой информации;- применять алгоритмы сжатия

	программирования и компьютерной техники	<p>данных для сжатия изображений и видеоданных;</p> <p>- применять понятия, результаты и методы теории сжатия изображений в других разделах прикладной математики.</p> <p>Владеть:</p> <p>- современными методами построения алгоритмов сжатия цифровой информации;</p> <p>- основными методами построения алгоритмов сжатия изображений, видео и звука.</p>
--	---	---

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетных единиц, **108** акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Вводная лекция. Классы изображений. Классы приложений. Критерии сравнения алгоритмов.	2	2	1				6	
2	Алгоритмы архивации без потерь.	2	4	3		1		9	
3	Алгоритмы архивации с потерями.	2	2	2		1		9	Контр. работа 1
4	Использование методов теории приближения для сжатия изображений. Приближение функции двух переменных многочленами.	2	1	1				6	
5	Адаптивная аппроксимация, как способ приближения, учитывающий особенности приближающей функции (изображения).	2	1	2				9	
6	Алгоритм К.де Бора	2	2	2				7	
7	Адаптивная	2	2	3		1		8	контр. работа 2

	аппроксимация. «Жадный» алгоритм.								
8	Нелинейная кусочно-полиномиальная аппроксимация функций двух переменных	2	2	2		1		7	
							0,3	10,7	Зачет
	Всего		16	16		4	0,3	71,7	

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Вводная лекция

Вводятся понятия: сжатие изображений, классы изображений, сжатие с потерями и без потерь, классы приложений. Приводятся примеры алгоритмов сжатия. Описываются критерии сравнения алгоритмов.

Раздел 2. Алгоритмы сжатия без потерь

Алгоритм RLE; алгоритм арифметического сжатия; алгоритм Хаффмана; динамический алгоритм Хаффмана, алгоритм LZW. Преобразование Барроуза - Уиллера, кодирование расстояний.

Раздел 3. Алгоритмы сжатия с потерями

Фрактальный алгоритм; алгоритм JPEG.

Раздел 4. Использование методов теории приближения для сжатия изображений. Приближение функции двух переменных многочленами.

Метод наименьших квадратов:

Пространство Лебега. Тензорное произведение пространств. Сведение задачи нахождения многочлена наилучшего приближения к решению системы линейных уравнений. Процесс ортогонализации. Случай приближения функций двух переменных заданных на сетке.

Интерполяция функций:

Особенности интерполирования функций двух переменных

Раздел 5. Адаптивная аппроксимация, как способ приближения, учитывающий особенности приближающей функции (изображения).

Преимущества адаптивной аппроксимации перед аппроксимацией с заранее фиксированными узлами. Сплайны со свободными узлами.

Метод кусочно-полиномиальной адаптивной аппроксимации.

Раздел 6. Алгоритм К. де Бора

Раздел 7. Адаптивная аппроксимация. «Жадный» алгоритм

В-сплайны и их свойства:

Пространство сплайнов. Рекуррентная формула для вычисления В-сплайнов. Применение В-сплайнов в численном интегрировании и дифференцировании.

Раздел 8. Нелинейная кусочно-полиномиальная аппроксимация функций двух переменных

Алгоритм сжатия изображения, использующий разложение по В-сплайнам.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с

назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»
<https://www.studentlibrary.ru>

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Краснов М. В. Методы сжатия: текст и изображение. Учебно- методическое пособие. Ярославль, ЯрГУ, 2014. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20090410.pdf>
2. Невский М. В., Иродова И. П. Некоторые вопросы теории приближения функций. Учебное пособие. - Ярославль: ЯрГУ, 1999. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/19990230.pdf>
3. Брудный Ю. А., Иродова И. П. Прикладная теория приближения. Учебное пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 1986.

б) дополнительная литература

1. Ватолин Д. Методы сжатия данных. – М.: ИНТУИТ, 2016. https://www.studentlibrary.ru/ru/book/intuit_144.html
2. Иродова И. П. Алгоритмы теории приближения. Учебно-методическое пособие. Ярославль, ЯрГУ, 2019. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20190202.pdf>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Автор:

Профессор кафедры общей математики, доктор физ.-мат. наук

И. П. Иродова

Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины «Сжатие изображений»

Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов по дисциплине

1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущего контроля успеваемости

1.1. Контрольные работы

Контрольная работа № 1

1. Закодировать, используя статистический алгоритм Хаффмана, слово «барабан». Вычислить коэффициент сжатия.
2. Придумать пример (использовать 6 символов), где
а) нет сжатия; б) есть хорошее сжатие.
3. Закодировать с помощью динамического и статического алгоритмов Хаффмана слово «молоко». Сравнить коэффициенты сжатия (учесть, что для статического алгоритма нужна таблица вероятностей).
4. Закодировать и раскодировать слово «кирпичи», используя алгоритм адаптивного арифметического сжатия. В ответе записать всю информацию, необходимую для раскодировки.

Контрольная работа № 2

1. Известен блок данных размер 8x8:

```
0 0 0 1 1 0 0 0
0 0 0 1 1 0 0 0
0 0 1 1 1 1 0 0
1 0 0 1 1 0 0 1
0 0 0 1 1 0 0 0
1 1 1 1 1 1 1 1
```

Применить к нему алгоритм JPEG. Шаг квантования заменить на округление до целых значений. К полученному изображению применить алгоритм RLE. Вычислить коэффициент сжатия.

2. Применить метод вычисления средних и разностей к изображению 8x8. Изображение выбрать самостоятельно. Записать преобразование в матричном виде. Выполнить обратное преобразование.

3. На примере изображения

```
0 0 0 1 1 0 0 0
0 0 0 1 1 0 0 0
0 0 1 1 1 1 0 0
1 0 0 1 1 0 0 1
0 0 0 1 1 0 0 0
1 1 1 1 1 1 1 1
```

показать работу «жадного» алгоритма.

1.2. Примеры индивидуальных заданий для выполнения лабораторных работ

- 1) Написать программу для алгоритма RLE.
- 2) Привести пример «плохого» изображения для алгоритма RLE.

- 3) Написать программу для алгоритма LZW. Подсчитать основные характеристики алгоритма.
- 4) Сравнить алгоритмы сжатия с потерями и без потерь.
- 5) Алгоритм Хаффмана.
- 6) Применить алгоритм арифметического сжатия для заданной числовой последовательности.
- 7) Написать программу для сжатия черно-белого изображения, используя метод наименьших квадратов.
- 8) Написать программу для сжатия черно-белого изображения, используя метод кусочно-полиномиальной аппроксимации.
- 9) Написать программу для сжатия черно-белого изображения, используя «жадный» алгоритм.
- 10) Написать программу для сжатия черно-белого изображения, используя приближение ортогональными многочленами.
- 11) Написать программу для сжатия черно-белого изображения, используя приближение интерполяционными кубическими сплайнами с фиксированными узлами.
- 12) Написать программу для сжатия черно-белого изображения, используя квазиинтерполяционный оператор К. де Бора.
- 13) Написать программу для сжатия черно-белого изображения. Использовать адаптивный алгоритм кусочно-полиномиальной аппроксимации. Вычислить коэффициент сжатия.

2. Список вопросов (или заданий) для проведения зачета

- 1) алгоритм Хаффмана (статический и динамический);
- 2) алгоритм адаптивного арифметического сжатия;
- 3) алгоритм RLE;
- 4) алгоритм BWT;
- 5) алгоритм MFT;
- 6) метод кодирования расстояний;
- 7) алгоритм JPEG;
- 8) метод наименьших квадратов;
- 9) адаптивные алгоритмы для сжатия изображений (алгоритм кусочно-полиномиальной аппроксимации, «жадный алгоритм», алгоритм К. де Бора).

3. Правила выставления оценки на зачете.

По окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка «зачет» или «незачтено».

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого компетенция сформирована не ниже, чем на пороговом уровне, включающего:

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;

- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Сжатие изображений»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины «Сжатие изображений»

Основной формой занятий курса являются лекции, практические занятия и лабораторные работы.

Контроль качества подготовки осуществляется посредством выполнения контрольной работы и двух лабораторных работ, а также посредством выполнения реферата (или доклада) по предложенной теме.

Курс заканчивается сдачей зачета. Так как цель курса заключается в том, чтобы студенты научились на практике применять теоретические знания, полученные при изучении курса “Сжатие изображений”, то каждый студент должен написать одну - две программы. Таким образом, в процессе изучения курса студенты получают индивидуальные задания, во время выполнения которой студенты осуществляют проработку необходимого материала, используя литературу из основного и дополнительного списков, готовятся к текущему контролю, изучая примеры задач, рассмотренных на лекциях и на практических занятиях, и образцы программ по темам практических занятий. Каждое задание посвящено изучению отдельного алгоритма. Хотя алгоритмы разные, они объединены общей идеей: научиться сжимать изображения.