

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Сетевой анализ

Направление подготовки (специальности)
02.04.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)
«Компьютерная математика»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 21.04.2025, протокол № 10

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 05.05.2025

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Сетевой анализ» является обретение умения и навыков применения математических методов для анализа сетей.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Сетевой анализ» относится к обязательной части образовательной программы и входит в модуль «Дополнительные главы фундаментальных дисциплин направления». Для освоения данной дисциплины студенты должны быть знакомы с классическими аппаратами математического анализа, линейной алгебры и теории вероятностей.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС, ВО, ОП ВО и приобретение следующих знаний, умений, навыков (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-3 Способен самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов, в том числе отечественного производства	И-ОПК-3.1 Обладает фундаментальными знаниями в области прикладного программирования и информационных технологий	Знать: - алгоритмы решения задачи о назначениях; - алгоритмы решения транспортной задачи; - метод ветвей и границ.
	И-ОПК-3.2 Умеет использовать их в профессиональной деятельности	Уметь: - решать основные задачи сетевого анализа; применять алгоритмы сетевого анализа. Владеть навыками: - решение экономических задач методами сетевого анализа.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)		Формы текущего контроля успеваемости
			Контактная работа		

			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
1	Методы сетевого анализа	1	6	6		1		24	Задания для самостоятельной работы
2	Математическое программирование	1	5	5		2		24	Задания для самостоятельной работы
3	Математические модели в экономике.	1	5	5		1		24	Задания для самостоятельной работы. Контрольная работа.
						2	0,5	33,5	Экзамен
	Всего		16	16		6	0,5	105,5	

Содержание разделов дисциплины:

1. Методы сетевого анализа

- 1.1. Основные понятия теории графов
- 1.2. Определение кратчайшего пути на графе
- 1.3. Построение сети минимальной длины
- 1.4. Размещение объектов сервиса
- 1.5. Задача нахождения максимального потока в сети.
- 1.6. Задача единого среднего
- 1.7. Задача охвата
- 1.8. Задача о назначениях. Венгерский метод.

2. Математическое программирование

- 2.1. Транспортная задача в сетевой постановке.
- 2.2. Линейное программирование. Общая постановка.
- 2.3. Стандартная и каноническая задачи
- 2.4. Геометрический метод задачи линейного программирования.
- 2.5. Симплекс-метод
- 2.6. Двойственные задачи линейного программирования
- 2.7. Целочисленное линейное программирование.

3. Математические модели в экономике.

- 3.1. Модель Леонтьева
- 3.2. Линейная модель торговли
- 3.3. Метод ветвей и границ. Задача коммивояжера.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что

позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Network 15 Mathematica 11 Increment Standard Bundled List Price with Service;
- Network 15 Mathematica 11 Upgrade L3549-7407;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://elibrary.ru/>
- База научных статей Mathnet
- База Scopus
- База Web of Sciences

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Бодров В. И., Лазарева Т. Я., Мартемьянов Ю. Ф. Математические методы принятия решений: Учеб. пособие. - Тамбов: Изд-во Тамб. гос. тех. ун-та, 2004.
<https://tstu.ru/book/elib/pdf/2004/bodrov.pdf?ysclid=llf7vwgft4577207228>

2. Замятина, О. М. Вычислительные системы, сети и телекоммуникации. Моделирование сетей : учебное пособие для вузов / О. М. Замятина. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 167 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16305-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/537228>

б) дополнительная литература

1. Федорова М. А. Теория игр: учебно-методическое пособие. - Москва: Дело, 2018. <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785774913206.html>
2. А. В. Кузнецов, Н. И. Холод., Л. С. Костевич. Руководство к решению задач по математическому программированию. - Минск.: Издательство Высшейшая школа, 1978 <https://djvu.online/file/M5O0M3QwAWKv0?ysclid=llf7odo8oc303125828>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор(ы) :

Профессор кафедры математического анализа, д.ф.-м.н.

Балабаев В. Е.

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Сетевой анализ»»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе
текущего контроля успеваемости**

Задания для самостоятельной работы

Задания для самостоятельной работы № 1 «Методы сетевого анализа».

Задача 1.

На изготовление первой единицы продукции потребовалось Y_1 ч. Уровень обучения $L\%$.
Определить, сколько времени потребуется на изготовление k -ой единицы продукции.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y_1	11	19	12	17	9	10	15	8	13	14
L	75	90	95	72	88	92	82	94	71	73
k	3	9	4	8	6	3	9	4	8	6

Задача 2.

На изготовление m -ой единицы продукции потребовалось Y_m ч. Уровень обучения $L\%$.
Определить, сколько времени потребуется на изготовление n -ой единицы продукции.

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
m	3	9	4	8	6	3	9	4	8	6
L	75	90	95	72	88	92	82	94	71	73
n	7	12	8	11	10	9	13	10	14	13
Y_m	11	19	12	17	9	10	15	8	13	14

Задача 3.

На изготовление m -ой и n -ой единиц продукции потребовалось Y_m мин и Y_n мин соответственно. Определить уровень обучения.

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
m	3	9	4	8	6	3	9	4	8	6
Y_m	75	90	95	72	88	92	82	94	71	73
n	7	12	8	11	10	9	13	10	14	13
Y_n	61	79	72	57	69	70	65	78	53	54

**Задания для самостоятельной работы № 2
«Математическое программирование».**

Задача 1.

Случайная величина X распределена по показательному закону, ее плотность распределения вероятностей имеет вид

$$\begin{cases} 0, & x < 0, \\ ae^{-ax}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, стандартное отклонение, дисперсию.

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
a	9	8	6	3	4	7	10	12	14	11

Задача 2.

Среднее число самолетов, прибывающих в аэропорт за 1 минуту, равно a . Найти вероятность того, что за $t=b$ минут придут:

- а) c самолетов;
- б) не менее трех самолетов.

Поток предполагается простейшим.

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
a	9	8	5	4	6	7	8	6	4	5
b	4	9	5	6	8	7	5	6	7	2
c	2	7	4	9	5	5	8	6	9	7

Задача 3.

На склад для разгрузки поступает простейший поток грузовиков с интенсивностью λ грузовиков/ч. Разгрузка одного грузовика занимает $t_{обсл}$ мин. Найти показатели эффективности работы этой одноканальной СМО с фиксированным временем обслуживания: среднее число грузовиков на складе, среднее время пребывания грузовика на складе.

	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
λ	10	9	7	5	12	15	11	8	4	14
$t_{обсл}$	5	6	9	10	8	2	5	4	13	3

Задания для самостоятельной работы № 3 «Математические модели в экономике».**Задача 1.**

Рассматривается вопрос о строительстве поликлиники. Три возможных района строительства: А,В,С. Все данные отражены в таблице.

Фактор	Вес	А	В	С
Доступность для пациентов	d	g	h	k
Арендная плата	e	m	n	p
Удобство персонала	f	q	r	s

Дать рекомендации о месте строительства, используя метод взвешивания.

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
d	0,3	0,25	0,15	0,2	0,25	0,3	0,15	0,5	0,45	0,4
e	0,3	0,35	0,5	0,4	0,45	0,35	0,4	0,25	0,3	0,4
f	0,4	0,4	0,35	0,4	0,3	0,35	0,45	0,25	0,25	0,2
g	3	2	1	7	9	2	9	7	8	7
h	1	4	2	5	5	5	2	9	7	3
k	6	7	7	7	8	6	7	4	3	1
m	7	1	5	7	6	9	2	3	4	6
n	1	4	6	2	1	1	7	4	5	2
p	4	1	5	9	5	6	6	1	8	7
q	4	3	9	2	4	2	3	1	9	5
r	7	5	3	7	9	4	4	1	9	2
s	6	5	4	1	4	3	1	7	5	8

Контрольная работа «Математические модели в экономике».

Рассматривается вопрос о строительстве завода в одном из трёх городов: А, В, С. Исследование показало, что постоянные затраты (за год) в этих городах равны d , e и f рублей соответственно, а переменные затраты – g , h и k рублей/единицу соответственно. Ожидаемый годовой объём выпуска m единиц. Определить место строительства с учётом полных затрат.

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
d	30000	55000	75000	70000	60000	90000	80000	90000	85000	72000
e	50000	35000	25000	50000	80000	70000	60000	60000	65000	62000
f	60000	45000	55000	30000	40000	50000	45000	70000	55000	42000
g	70	60	45	40	65	35	40	20	15	20
h	40	80	80	55	45	55	50	65	35	35
k	20	75	55	70	80	70	75	40	50	50
m	6000	5500	7500	7000	8000	9000	8000	9000	8500	7200

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов к экзамену (2 семестр)

1. Основные понятия теории графов. Вершины, ребра, граф, оргграф, петля, кратные ребра. Структурный граф. Маршрут, цепь, цикл, связной граф, дерево, сеть. Матрицы смежности и инцидентности.
2. Задача определения кратчайшего пути. Метод присвоения меток. Помеченные и непомеченные узлы. Постоянные и временные метки.
3. Построение коммуникационной сети минимальной длины.
4. Эвристический метод Ардолана размещения объектов сервиса.
5. Задача нахождения максимального потока. Источник. Сток. Мощность дуги. Алгоритм решения.
6. Задача единого среднего.
7. Задача охвата.
8. Задача о назначениях. Венгерский метод Куна-Маркеса.
9. Минимизация и максимизация целевой функции в задаче о назначениях.
10. Транспортная задача в сетевой постановке. Тип модели. Алгоритм решения.
11. Особый случай. Первоначальный план поставок. Проверка плана на оптимальность.
12. Улучшение плана поставок. Потенциалы вершин. Характеристики ребер.
13. Открытая модель. Фиктивный потребитель и фиктивный поставщик.
14. Общая, стандартная и канонические задачи линейного программирования.
15. Геометрический метод решения задачи линейного программирования.
16. Симплекс-метод. Критерий оптимальности. Альтернативные оптимумы.
17. Вырожденное решение. Зацикливание и правило его устранения.
18. Разрешающие столбец, строка и элемент. Правило прямоугольников.
19. Метод полного исключения Жордана.
20. Двойственные задачи линейного программирования. Теоремы двойственности.
21. Двойственный симплекс-метод.
22. Целочисленное линейное программирование. Метод Гомори.
23. Модель Леонтьева. Матрица прямых затрат. Векторы валового выпуска и конечного продукта.
24. Продуктивная модель Леонтьева. Достаточное условие продуктивности.
25. Матрица полных затрат. Уравнение Леонтьева.
26. Линейная модель международной торговли. Условие бездефицитной торговли.

Структурная матрица.

27. Задача коммивояжера. Метод ветвей и границ. Гамильтоновы графы.
28. Константы приведения. Вторичные штрафы. Дерево промежуточных решений.
29. Процедура возврата. Редукция строк и столбцов. Матрица возврата.
30. Ветвление дерева. Оптимальное решение.

3. Правила выставления оценки на экзамене (в устной форме)

В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса и задача. На подготовку к ответу дается 1 астрономический час. По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом дисциплины, дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, правильно решает задачу.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствует указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора. Необходимым условием является хотя бы частичное решение задачи.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который дает недостаточно полные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом все же демонстрирует некоторые базовые знания по предмету. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не демонстрирует знания базовых понятий и результатов, не в состоянии решить задачу, плохо отвечает на дополнительные вопросы, не владеет понятийным материалом дисциплины. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы. Кроме того, оценка «Неудовлетворительно» может быть выставлена при незнании каких-то базовых понятий и результатов. Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

Правила выставления оценки на экзамене (в письменной форме)

Студенту предлагается индивидуальный вариант заданий, содержащий 4-6 задач. На выполнение и представление заданий дается не менее 3-х часов. При оценивании выполненных заданий может использоваться следующая система оценок за одно задание:

- + (4 балла) – задание выполнено полностью, без ошибок;
- + (3 балла) – задание выполнено с незначительной ошибкой или почти полностью;
- + (2 балла) – задание выполнено с существенной ошибкой или примерно наполовину;
- + (1 балл) – лишь какие-то элементы представленного ответа могут быть оценены положительно.

При таком подходе задания считаются примерно равноценными по трудоемкости.

При проверке работы в каждом задании отмечаются недостатки (в форме, доступной студенту), и тем самым объясняется поставленные баллы за задания. Пусть k – число задач в предложенном варианте (например, $k=5$). Определяется общее число M баллов, набранных студентом. Оценка зависит от величины отношения $r = MN$, где $N=4k$ – максимальное возможное число баллов за работу. Возможная градация оценок следующая:

$0.75 \leq r \leq 1$ - оценка «отлично»;

$0.60 \leq r < 0.75$ - оценка «хорошо»;

$0.26 \leq r \leq 0.59$ - оценка «удовлетворительно»;

$0 \leq r \leq 0.25$ - оценка «неудовлетворительно».

Если задания имеют существенно различную трудоемкость (сложность), то их максимальная оценка может быть различной. В этом случае в указанную схему вносятся соответствующие изменения.

За преподавателем имеется право учитывать на экзамене в положительную сторону работу студента в семестре.

Требования для получения зачета

Каждый студент получает индивидуальное задание. Зачет выставляется по результатам собеседования в ходе которого студент сдает задание и отвечает на вопросы.

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Сетевой анализ»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основу освоения курса «Сетевой анализ» составляет сочетание лекций. Решение задач является приоритетным направлением. Теоретический материал, относящийся к данной области в настоящее время трудно охватить с достаточной полнотой. Имеет смысл изучить только те разделы рекомендованной литературы, которые непосредственно требуются при решении предлагаемых задач.

Было бы очень полезным использовать возможности, предлагаемые современными системами компьютерной математики. Задачу настоящего курса можно считать решенной, если удалось свести ее к какой-либо из стандартных задач, которые можно решить с помощью известных программ (задача отыскания экстремума функции одной или нескольких действительных переменных, задача линейного программирования и т.п.).

В конце 2-го семестра студенты сдают экзамен. Экзамен выставляется по результатам реферата, контрольной работы и краткого собеседования.

Освоить самостоятельно дисциплину «Сетевой анализ» большинству студентов крайне сложно.