

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра общей математики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория изображений**

Направление подготовки (специальности)  
02.04.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)  
«Компьютерная математика»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 24.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория изображений» являются: знакомство с основными правилами и овладение методами построения изображений фигур расширенного евклидова  $n$ -пространства, полученных с помощью параллельного проецирования на плоскость произвольной размерности; развитие способности к пространственному воображению у студентов как необходимый компонент в структуре мышления математика.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к обязательной части образовательной программы и является элективной дисциплиной. Данная дисциплина входит в раздел «Дополнительные главы фундаментальных дисциплин направления».

Для изучения и освоения дисциплины необходимы знания следующих разделов геометрии: евклидовой, аффинной, проективной. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при выполнении курсовых и дипломных работ, в дальнейшей профессиональной деятельности.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
<b>ОПК-2</b> Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, совершенствовать и разрабатывать концепции, теории и методы.	<b>И-ОПК-2.1</b> Владеет навыками создания и исследования новых математических моделей в естественных науках.	<b>Знать:</b> - свойства параллельного проецирования фигур расширенного евклидова $n$ -пространства на плоскость произвольной размерности, - основные правила и методы построения изображений фигур расширенного евклидова $n$ -пространства, полученных с помощью параллельного проецирования на $m$ -плоскость.
	<b>И-ОПК-2.2</b> Умеет использовать их в профессиональной деятельности	<b>Уметь:</b> - определять к какому типу относится изображение с точки зрения его позиционных свойств, - решать позиционные задачи на изображении $n$ -мерной фигуры.
	<b>И-ОПК-2.3</b> Имеет практический опыт создания и исследования подобных математических	<b>Владеть:</b> - навыками построения в параллельной проекции полных изображений фигур евклидова $n$ -пространства и их

	моделей и разработки теорий и методов для их описания	комбинаций.
--	---	-------------

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2** зачетные единицы, **72** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекций	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1.	Параллельное проецирование расширенного евклидова n-пространства на плоскость произвольной размерности, меньшей n	1	4	4		1		5	Задания для самостоятельной работы
2.	Полные проекционные изображения фигур пространства размерности n на m-плоскости (m < n)	1	4	4		1		5	Задания для самостоятельной работы
3.	Неполные изображения фигур пространства n на m-плоскости (m < n)	1	2	2		1		5	Задания для самостоятельной работы
4.	Точечная неполнота и точечный базис проекционного изображения	1	2	2				5	Задания для самостоятельной работы
5.	Неполные изображения как изображения оригиналов разного числа измерений	1	4	4		1		5	Задания для самостоятельной работы
							0,3	10,7	Зачёт
	Итого		16	16		4	0,3	35,7	

#### Содержание разделов дисциплины:

**Тема 1. Параллельное проецирование расширенного евклидова  $n$ -пространства на плоскость произвольной размерности, меньшей  $n$ .**

Определение параллельности двух плоскостей. Аппарат параллельного проецирования. Свойства, частные случаи.

**Тема 2. Полные проекционные изображения фигур пространства размерности  $n$  на  $m$ -плоскости ( $m < n$ ).**

Понятие основного симплекса. Цепь оснований. Определённость точки на чертеже. Основные теоремы. Полнота изображения.

**Тема 3. Неполные изображения фигур пространства  $n$  на  $m$ -плоскости ( $m < n$ )**

Неопределённая точка. Коэффициент неполноты чертежа. Примеры.

**Тема 4. Точечная неполнота и точечный базис проекционного изображения**

Определение точечной неполноты. Точечный базис. Свойства точечного базиса.

**Тема 5. Неполные изображения как изображения оригиналов разного числа измерений**

Основные теоремы. Примеры.

## **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:  
- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

[http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>

- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>

- Электронная библиотечная система «Консультант студента»

<https://www.studentlibrary.ru>

- eLibrary.Ru — российская научная электронная библиотека <http://elibrary.ru/>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Никулина Е. В. Теория изображений: учебное пособие – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

<http://www.lib.uniyl.ac.ru/edocs/iuni/20110211.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. Далингер В. А. Геометрия: стереометрические задачи на построение: учебное пособие для среднего профессионального образования — Москва: Издательство Юрайт, 2021. <https://urait.ru/viewer/geometriya-stereometricheskie-zadachi-na-postroenie-473295>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯРГУ.

### **Автор(ы) :**

Кандидат педагогических наук, доцент кафедры общей математики

Никулина Е.В.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Теория изображений»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

***Практические задания для СРС***

**Задания по теме № 1: Параллельное проецирование расширенного евклидова  $n$ -пространства на плоскость произвольной размерности, меньшей  $n$ .**

1. Выполнить самостоятельно рисунки к теоремам на стр. 72-80 Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

2. Упражнение стр.80 Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

**Задания по теме № 2: Полные проекционные изображения фигур пространства  $S_n$  на  $m$ -плоскости ( $m < n$ ).**

1. Выполнить самостоятельно рисунки на стр. 80-89 Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

2. Упражнения 1, 2, стр.89 Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

**Задания по теме № 3: Неполные изображения фигур пространства  $n$  на  $m$ -плоскости ( $m < n$ )**

1. Выполнить самостоятельно рисунки на стр. 80-89 Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

2. Упражнение стр.93 Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

**Задания по теме № 4: Точечная неполнота и точечный базис проекционного изображения.**

1. Нарисовать изображение, точечная неполнота которого равна 3-м, 4-м, 5-ти. Выписать соответствующие точечные базисы.

**Задания по теме 5: Неполные изображения как изображения оригиналов разного числа измерений.**

1. Выполнить рисунки к теоремам на стр. 95-98 Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

2. Упражнение стр.99 Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

**Правила выставления оценки по результатам самостоятельных работ:**

Отметка «отлично» выставляется если все задания выполнены верно, с подробными пояснениями.

Отметка «хорошо» ставится, если все задачи, построения решены верно, но есть погрешности в пояснении или присутствует одна ошибка.

Отметка «удовлетворительно» - если выполнено более 50% поставленных задач.

Отметка «неудовлетворительно» - если выполнено менее 50% поставленных задач.

**Таблица соответствия контрольных мероприятий, компетенций и индикаторов их достижения**

<b>Контрольное мероприятие</b>	<b>Индикатор освоения компетенции</b>
Работа на практических занятиях	ИД-ОПК-2.1, ИД-ОПК-2.2, ИД-ОПК-2.3
Задания для СРС-1	ИД-ОПК-2.1
Задания для СРС-2,3	ИД-ОПК-2.1, ИД-ОПК-2.2
Задания для СРС-4,5	ИД-ОПК-2.1, ИД-ОПК-2.2, ИД-ОПК-2.3

## **2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

### **Список теоретических вопросов к зачёту:**

1. Параллельное проецирование расширенного евклидова  $n$ -пространства на плоскость произвольной размерности, меньшей  $n$ . (Определение параллельности двух плоскостей. Аппарат параллельного проецирования. Свойства, частные случаи.)
2. Полные проекционные изображения фигур пространства размерности  $n$  на  $m$ -плоскости ( $m < n$ ). (Понятие основного симплекса. Цепь оснований. Определённость точки на чертеже. Основные теоремы. Полнота изображения.)
3. Неполные изображения фигур пространства  $n$  на  $m$ -плоскости ( $m < n$ ). (Неопределённая точка. Коэффициент неполноты чертежа. Примеры.)
4. Точечная неполнота и точечный базис проекционного изображения. (Определение точечной неполноты. Точечный базис. Свойства точечного базиса.)
5. Неполные изображения как изображения оригиналов разного числа измерений. (Основные теоремы. Примеры.)

### **Примерный список задач к зачёту:**

1. 7-пространство параллельно проецируется на 5-плоскость. Какая плоскость будет являться параллельной проекцией 5-плоскости, если она не имеет общих направлений с проецирующими плоскостями? Имеет 1-мерное общее направление, 2-мерное?
2. Описать параллельные проекции двух 3-плоскостей на плоскость размерности 4, не имеющих общих направлений с проецирующими 2-плоскостями.
3. Построить изображение на 2-плоскости пересечения двух определённых плоскостей.
4. Пусть 5-плоскость проецируется на 2-плоскость. Будет ли прямая определённой на чертеже, если она задана вершиной основного симплекса и некоторой определённой точкой?
5. Пусть 5-плоскость проецируется на 2-плоскость. Будет ли плоскость определённой на чертеже, если она задана вершиной основного симплекса и двумя произвольными определёнными точками?
6. Найти коэффициент неполноты изображения.
7. Определить тип изображения фигуры на 2-плоскости, рассматривая её как лежащую в разных пространствах. Если возможно, определить точечную неполноту, выписать точечный базис.

### **3. Правила выставления оценки на зачёте**

В конце семестра проводится зачётное мероприятия, включающее в себя решение одной задачи и беседу по одному теоретическому вопросу. Студент может получить одну из отметок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

**Оценка «Отлично»** выставляется студенту, который решил задачу и демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом дисциплины; осуществляет межпредметные связи; умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутый, полный и четкий ответ на устный вопрос зачёта и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию.

**Оценка «Хорошо»** выставляется студенту, ответ которого в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе и решении задачи имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов преподавателя или одна ошибка.

**Оценка «Удовлетворительно»** выставляется студенту, который дает недостаточно полный и последовательный ответ на устный вопрос зачёта и дополнительные вопросы, задача решена частично, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответ излагается с использованием необходимой терминологии, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

**Оценка «Неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не решил задачу и демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял билет, но отвечать отказался.

Отметка за семестр выставляется с учётом выполнения всех самостоятельных работ в течение семестра и с учётом отметки, полученной на зачёте. Если не выполнена хотя бы одна самостоятельная работа или на зачёте получена отметка «неудовлетворительно», студент получает общую отметку «незачёт».

**Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень:**

— владение основным объемом знаний по программе дисциплине;



- знание основной терминологии изученных разделов математики, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении практических задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- самостоятельная работа на практических занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

#### **Продвинутый уровень:**

- достаточно полные и систематизированные знания в объёме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать практические задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

#### **Высокий уровень:**

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

#### **Описание процедуры выставления оценки**

Оценка «незачёт» выставляется студенту, у которого формируемые дисциплиной элементы компетенций ОПК-2 сформированы ниже, чем на пороговом уровне. В противном случае студент получает «зачёт».

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теория изображений»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Содержание курса отражает следующие геометрические вопросы: параллельное проецирование расширенного евклидова  $n$ -пространства на плоскость произвольной размерности, изображение фигур разных размерностей на 2-плоскости и плоскости произвольной размерности в параллельной проекции, позиционная полнота и неполнота изображения, решение позиционных задач, определение типа изображения.

Основными формами работы преподавателя со студентами являются: лекции, практические занятия, домашние самостоятельные работы. В силу достаточно редко используемых студентами строгих геометрических построений в процессе обучения в университете усвоение курса «Теория изображений» вызывает определенные трудности. Поэтому необходимо регулярно посещать аудиторные занятия, иметь при себе необходимые инструменты (простой карандаш, линейку, ластик), выполнять домашние задания. Домашние самостоятельные работы достаточно объёмны, нюансы их выполнения обсуждаются на аудиторных практических занятиях.

Курс «Теория изображений» заканчивается зачётом. При выставлении итоговой отметки учитывается выполнение всех работ в течение семестра.