

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра компьютерной безопасности и математических методов обработки информации

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Применение теории решеток в криптографии**

Направление подготовки (специальности)  
10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль)  
«Математические методы защиты информации»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 24.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины «Применение теории решеток в криптографии» является освоение обучающимися передовых знаний в области теоретической криптографии, а именно вопросов, связанных с возможностью развития классической криптографии после создания квантового компьютера (постквантовой криптографии).

Дисциплина обеспечивает приобретение знаний и умений в области использования криптографических алгоритмов для решения задач защиты информации, способствует освоению принципов корректного применения современных криптографических средств и методов защиты информации.

Задачами освоения дисциплины «Применение теории решеток в криптографии» являются:

- приобретение навыков анализа сложности и безопасности алгоритмов теории решеток;
- овладение методами теории решеток для решения задач в области современной криптографии.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

Для освоения данной дисциплины обучающиеся должны владеть математическим аппаратом алгебры, линейной алгебры, теории алгоритмов, знать основные криптографические понятия и методы, основные алгебраические структуры (векторные пространства, кольца многочленов) и их свойства, методы представления алгебраических структур с помощью структур данных, уметь осуществлять программную реализацию известных алгоритмов.

Для успешного освоения дисциплины «Применение теории решеток в криптографии» ей должны предшествовать следующие дисциплины:

- «Алгебра»;
- «Линейная алгебра»;
- «Теория алгоритмов»;
- «Методы программирования»;
- «Алгебраическая алгоритмика»;
- «Методы и средства криптографической защиты информации».

Полученные в курсе «Применение теории решеток в криптографии» знания необходимы для изучения дисциплин «Математические методы защиты банковской информации» и «Информационная безопасность электронного бизнеса».

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

| Формируемая компетенция<br>(код и формулировка) | Индикатор достижения компетенции<br>(код и формулировка) | Перечень планируемых результатов обучения            |
|---|--|--|
| <b>Общепрофессиональные компетенции</b>         |  |  |
| <b>ОПК-3</b><br>Способен на основании           | <b>И-ОПК-3.5</b><br>Знает необходимые                    | <b>Знать:</b><br>- современные математические методы |

|   |  |   |
|---|--|---|
| совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности   | математические методы для решения задач обеспечения защиты информации.   | построения криптографических алгоритмов, основанных на теории решеток.  |
|   | <b>И-ОПК-3.6</b><br>Умеет применять совокупность необходимых математических методов для решения задач обеспечения защиты информации. | <b>Уметь:</b><br>- анализировать сложность и безопасность криптографических алгоритмов, основанных на теории решеток.   |
| <b>ОПК-10</b><br>Способен анализировать тенденции развития методов и средств криптографической защиты информации, использовать средства криптографической защиты информации при решении задач профессиональной деятельности | <b>И-ОПК-10.5</b><br>Знать современные криптографические алгоритмы на основе теории решеток.   | <b>Знать:</b><br>- алгоритмы построения приведенных базисов решетки;<br>- алгоритмы Бабаи, Хастада, Кооперсмита;<br>- криптосистему NTRU;<br>- криптосистему LWE. |
|   | <b>И-ОПК-10.6</b><br>Владеет навыками реализации алгоритмов, в том числе криптографических, в современных программных комплексах.    | <b>Владеть навыками:</b><br>- разработки криптографических алгоритмов на основе теории решеток, с использованием среды Microsoft Visual Studio.                   |
| <b>ОПК-2.1</b><br>Способен разрабатывать алгоритмы, реализующие современные математические методы защиты информации   | <b>И-ОПК-2.1.4</b><br>Знает способы эффективной реализации алгоритмов.   | <b>Знает:</b><br>- способы эффективной реализации примитивов теории решеток.  |
|   | <b>И-ОПК-2.1.2</b><br>Способен разрабатывать алгоритмы, используемые в современных математических методах защиты информации          | <b>Владеть навыками:</b><br>- выбора и разработки криптографических алгоритмов на основе теории решеток, с использованием среды Microsoft Visual Studio.          |

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 акад. часов.

| № п/п | Темы (разделы) дисциплины, их содержание | Семестр | Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах) |  | Формы текущего контроля успеваемости<br><br>Форма промежуточной |
|-------|--|---------|---|--|---|
|       |  |         | Контактная работа   |  |   |

|   |   |   | лекции    | практические | лабораторные | консультации | аттестационные<br>испытания | самостоятельная<br>работа | аттестации<br>(по семестрам)       |
|---|---|---|-----------|--------------|--------------|--------------|-----------------------------|---------------------------|------------------------------------|
| 1 | Принципы анализа сложности алгоритмов   | 9 | 4         |              |              | 1            |                             | 2                         | Задания для самостоятельной работы |
| 2 | NP-полнота некоторых задач  | 9 | 4         |              |              | 1            |                             | 2                         | Задания для самостоятельной работы |
| 3 | Решетки в евклидовом пространстве   | 9 | 4         |              |              | 1            |                             | 4                         | Задания для самостоятельной работы |
| 4 | Редуцированный по Минковскому базис решетки. Теорема Минковского о выпуклом теле    | 9 | 4         |              | 8            | 1            |                             | 4                         | Задания для самостоятельной работы |
| 5 | LLL-приведенные базисы решеток и их приложения                                      | 9 | 4         |              | 8            | 1            |                             | 8                         | Задания для самостоятельной работы |
| 6 | Атаки на криптографические системы с использованием LLL-приведенных базисов решеток | 9 | 4         |              | 8            | 1            |                             | 8                         | Задания для самостоятельной работы |
| 7 | Постквантовая криптография на основе теории решеток                                 | 9 | 8         |              | 8            | 2            |                             | 8                         |                                    |
|   |   |   |           |              |              | 2            | 0,5                         | 33,5                      | Экзамен                            |
|   | <b>ИТОГО</b>  |   | <b>32</b> |              | <b>32</b>    | <b>10</b>    | <b>0,5</b>                  | <b>69,5</b>               |                                    |

### Содержание разделов дисциплины:

#### Тема 1. Принципы анализа сложности алгоритмов.

Сложность алгоритмов и ее практическое значение. Подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений. Модели вычислений. Меры сложности. Свойства функций сложности. Сложность в среднем и сложность в худшем случае, их значение для криптографии. Полиномиальная иерархия.

#### Тема 2. NP-полнота некоторых задач.

NP-полнота задач о выполнимости булевой формулы, КНФ-выполнимости, 3-выполнимости. Сведение задачи 3-выполнимости к задаче о рюкзаке.

#### Тема 3. Решетки в евклидовом пространстве.

Понятие решетки в  $n$ -мерном евклидовом пространстве, базисы решеток и их свойства, целочисленные решетки и матрицы. Связь теории решеток с теорией упаковки шаров в пространстве.

#### Тема 4. Редуцированный по Минковскому базис решетки. Теорема Минковского о выпуклом теле.

Редуцированный по Минковскому базис решетки и его основные свойства, редукция решеток размерности 2 и 3. Последовательные минимумы. Теорема Эрмита. Теорема Минковского о выпуклом теле.

#### Тема 5. LLL-приведенные базисы решеток и их приложения.

LLL-приведенные базисы решеток и их свойства. Алгоритм построения LLL-приведенных базисов, оценка его сложности. Приложения LLL-приведенных базисов решеток.

#### **Тема 6. Атаки на криптографические системы с использованием LLL-приведенных базисов решеток.**

Атака Хастада на криптосистему RSA. Атака Лагариаса-Одлыжко на ранцевые криптосистемы.

#### **Тема 7. Постквантовая криптография на основе теории решеток.**

Сложность квантовых вычислений. Значение создания квантового компьютера для современной криптографии. Вычислительно сложные задачи для квантового компьютера, их применение в криптографии. Протоколы квантового распределения ключей. Примеры вычислительно сложных задач на решетках. Криптосистема NTRU. Криптосистема LWE. Теорема Аджтая.

### **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

**Лабораторная работа** – организация учебной работы с реальными материальными и информационными объектами, экспериментальная работа с аналоговыми моделями реальных объектов.

### **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

### **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»  
<https://www.studentlibrary.ru>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Мурин Д. М. Элементы теории сложности вычислений и теории решеток: учебное пособие — Ярославль: ИНДИГО, 2020.

### **б) дополнительная литература**

1. М. М. Глухов, И. А. Круглов, А. Б. Пичкур, А. В. Черемушкин Введение в теоретико-числовые методы криптографии: учеб. пособие для вузов - СПб., Лань, 2011 <https://reader.lanbook.com/book/210746>
2. Василенко О.Н. Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии – М.: МЦНМО, 2006. <https://djvu.online/file/sNt61WMCyNUMV?ysclid=lkb4psf0vp660350473>
3. Алгоритмы: построение и анализ. / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн; пер. с англ. И. В. Красикова, Н. А. Ореховой, В. Н. Романова - 2-е изд. - М.: Вильямс, 2012. - 1290 с.
4. Маховенко Е. Б. Теоретико-числовые методы в криптографии: учеб. пособие для вузов - М.: Гелиос АРВ, 2006.  
<https://djvu.online/file/wspDE7XLdTOyo?ysclid=lkb4r15bw93744713>

### **в) ресурсы сети «Интернет» (при необходимости)**

1. <http://www.latticechallenge.org/> – сайт, на котором проходят соревнования по следующим направлениям: решение задач поиска кратчайшего ненулевого вектора решетки (или лучшего приближения к нему) на наборе сложных решеток различной размерности, предложенных организаторами соревнования; оценка эффективности различных типов алгоритмов поиска кратчайшего ненулевого вектора решетки (или лучшего приближения к нему) на сложных случаях случайных решеток по Гольдштейну и Майеру, получаемых при помощи предоставленного организаторами генератора решеток; решение задач поиска кратчайшего ненулевого вектора решетки (или лучшего приближения к нему) в решетках, построенных на идеалах кругового многочлена; решение задачи LWE.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения лабораторных работ, оснащенные средствами вычислительной техники, с установленным программным обеспечением Microsoft Visual Studio;
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;

- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

**Автор(ы):**

Доцент кафедры КБиММОИ, канд. физ.-мат. наук

Д.М. Мурин

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Применение теории решеток в криптографии»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Задания для самостоятельной работы**

*Возможные задания для самостоятельной работы по теме № 1 «Принципы анализа сложности алгоритмов»*

1. Пусть  $p_1(x)$  и  $p_2(x)$  – полиномы. Покажите, что некоторый полином для каждого  $x$  принимает значение, большее  $p_1(p_2(x))$ .
2. Упростите функцию  $O(1000 n^3 + n \log n + (\log n)^{100})$ , где  $n$  – параметр.
3. Упростите функцию  $O(\sum_{k=1}^n k! n^k)$ , где  $n$  – параметр.
4. Упростите функцию  $O(1+3+5+\dots+(2n-1))$ , где  $n$  – параметр.
5. Упростите функцию  $O(1+2+3+\dots+n)$ , где  $n$  – параметр.
6. Упростите функцию  $O(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2)$ , где  $n$  – параметр.
7. Упростите функцию  $O(\frac{1}{n} \log n + (\log n)^2 + 1)$ , где  $n$  – параметр.
8. Докажите, что  $O(\text{const}) = O(1)$ .
9. Оцените битовую сложность операций сложения, вычитания, умножения и деления столбиком.
10. Справедливы ли соотношения  $2^{n+1} = O(2^n)$  и  $2^{2n} = O(2^n)$ ?
11. Докажите, что множества  $o(g(n))$  и  $w(g(n))$  не пересекаются.

*Возможные задания для самостоятельной работы по теме № 2 «NP-полнота некоторых задач»*

1. Покажите, что класс P, который рассматривается как множество языков, замкнут относительно операций объединения, пересечения, конкатенации, дополнения и замыкания Клини.
2. Покажите, что класс языков NP замкнут относительно операций объединения, пересечения, конкатенации, замыкания Клини. Что можно сказать о замкнутости класса NP относительно дополнения?
3. Докажите, что задача о раскраске остается NP-полной, даже если ограничить  $k$  числом 3, а наибольшую степень каждой вершины – числом 4.
4. Докажите NP-полноту задачи о клике, непосредственно представляя вычисления НМТ вместо того, чтобы трансформировать ее из 3-КНФ-выполнимости.
5. Покажите, что NP-полна задача распознавания следующего свойства: регулярное выражение без  $*$  не представляет всех цепочек некоторой фиксированной длины.
6. Покажите, что NP-полна задача распознавания следующего свойства: регулярное выражение над алфавитом  $\{0\}$  не представляет  $0^*$ .
7. Постройте алгоритм полиномиальной сложности для проверки 2-выполнимости.
8. Докажите, что если NP не равно co-NP, то P не равно NP.
9. Докажите, что язык L полный для класса NP тогда и только тогда, когда дополняющий язык  $U \setminus L$  (где U – универсальный язык) полный для класса co-NP.



10. Докажите, что задача определения того, является ли тавтологией данная формула, является полной в классе co-NP.

*Возможные задания для самостоятельной работы по теме № 3 «Решетки в евклидовом пространстве»*

1. Провести процесс ортогонализации Грамма-Шмидта по отношению к векторам  $b_1 = (1, 0, 0, 5)$ ,  $b_2 = (0, 1, 0, 5)$ ,  $b_3 = (0, 0, 1, 5)$ .
2. На плоскости расположен квадрат площади 4. Какое наименьшее число точек с целочисленными координатами он содержит?
3. На плоскости расположен квадрат площади 4, содержащий не менее семи точек с целочисленными координатами. Докажите, что он содержит ровно девять точек с целочисленными координатами.
4. Пусть решетка построена на векторах  $(0, 1)$ ,  $(0, \sqrt{-2})$ . Для каких простых  $p$  на окружности радиуса  $\sqrt{p}$  с центром в начале координат лежит не менее четырех точек решетки?
5. Пусть решетка построена на векторах  $(0, 1)$ ,  $(0, \sqrt{-3})$ . Для каких простых  $p$  на окружности радиуса  $\sqrt{p}$  с центром в начале координат лежит не менее четырех точек решетки?
6. Вычислить определитель решетки, базис которой суть
  - а)  $b_1 = (1, 2, 3)$ ,  $b_2 = (5, 1, 4)$ ,  $b_3 = (3, 2, 5)$ ;
  - б)  $b_1 = (-1, 5, 4)$ ,  $b_2 = (3, -2, 0)$ ,  $b_3 = (-1, 3, 6)$ ;
  - в)  $b_1 = (0, 2, 2)$ ,  $b_2 = (2, 0, 2)$ ,  $b_3 = (2, 2, 0)$ ;
  - г)  $b_1 = (1, 2, 3)$ ,  $b_2 = (4, 5, 6)$ ,  $b_3 = (7, 8, 9)$ .
7. Докажите неравенство Адамара.

*Возможные задания для самостоятельной работы по теме № 4 «Редуцированный по Минковскому базис решетки. Теорема Минковского о выпуклом теле»*

1. Построить приведенный по Минковскому базис решетки, заданный базис которой  $b_1 = (2, 1)$ ,  $b_2 = (3, 2)$ .
2. Построить приведенный по Минковскому базис решетки, заданный базис которой  $b_1 = (1, 0, 1, 2)$ ,  $b_2 = (1, -1, 2, 0)$ ,  $b_3 = (-1, 2, 0, 1)$ .
3. Выполнить лабораторную работу по соответствующей теме.

*Возможные задания для самостоятельной работы по теме № 5 «LLL-приведенные базисы решеток и их приложения»*

1. Построить LLL-приведенный базис решетки, заданный базис которой  $b_1 = (2, 1)$ ,  $b_2 = (3, 2)$ .
2. Построить LLL-приведенный базис решетки, заданный базис которой  $b_1 = (1, 0, 1, 2)$ ,  $b_2 = (1, -1, 2, 0)$ ,  $b_3 = (-1, 2, 0, 1)$ .
3. Выполнить лабораторную работу по соответствующей теме.

*Возможные задания для самостоятельной работы по теме № 6 «Атаки на криптографические системы с использованием LLL-приведенных базисов решеток»*

1. Решить задачу об укладке ранца:
  - а)  $\{17, 24, 11, 12, 3, 21, 15, 18, 1, 5\}$ ,  $S = 100$ ;
  - б)  $\{21, 12, 13, 14, 15, 18, 23, 1, 2, 3\}$ ,  $S = 70$ ;
  - в)  $\{1, 2, 3, 4, 25, 35, 45, 50, 60, 70\}$ ,  $S = 200$ .
2. Выполнить лабораторные работы по соответствующей теме.

### **Задания лабораторных работ**

Лабораторная работа по теме № 4 «Редуцированный по Минковскому базис решетки. Теорема Минковского о выпуклом теле»

Реализовать программу, реализующую алгоритм приведения базиса решетки.

Лабораторная работа по теме № 5 «LLL-приведенные базисы решеток и их приложения»

Реализовать программу, реализующую LLL-алгоритм приведения базиса решетки.

Реализовать программу, генерирующую базисы решеток различных размерностей.

Лабораторные работы по теме № 6 «Атаки на криптографические системы с использованием LLL-приведенных базисов решеток»

а) Реализовать алгоритм решения задачи о рюкзаке на базе LLL-алгоритма. Проанализировать, при каких входных данных алгоритм с наибольшей вероятностью успешно завершается.

б) Реализовать алгоритм, реализующий атаку Хастада на RSA. Проанализировать, при каких параметрах криптосистемы RSA атака является эффективной.

Лабораторные работы по теме № 7 «Постквантовая криптография на основе теории решеток»

а) Реализовать криптосистему NTRU.

б) Реализовать криптосистему LWE.

## **2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

### **Список вопросов к экзамену:**

1. Связь между задачей, языком и машинами Тьюринга. Виды машин Тьюринга. Виды задач: задача оптимизации, задача вычисления, задача распознавания, связи между видами задач.
2. Доказательство NP-полноты задачи выполнимости булевой формулы.
3. Доказательство NP-полноты задачи выполнимости булевой формулы, находящейся в КНФ (NP-полнота задачи выполнимости булевой формулы полагается известной).
4. Доказательство NP-полноты задачи 3-выполнимости (NP-полнота задачи выполнимости булевой формулы полагается известной).
5. Доказательство NP-полноты задачи о рюкзаке.
6. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Оценка сложности.
7. Основные сведения о решетках. Определитель решетки, его инвариантность относительно выбора базиса.
8. Теорема о дополнении вектора  $x = (x_1, \dots, x_n)$  из  $Z^n$  до базиса целочисленной решетки  $Z^n$ .
9. Приведенные по Минковскому базисы решетки и их свойства.
10. Редукция решеток размерности 2. Алгоритм Гаусса, оценка его сложности.
11. Последовательные минимумы решеток и их свойства. Теорема Эрмита.
12. Теорема Минковского о выпуклом теле.
13. LLL-приведенные базисы решетки. Определение, основные свойства (без теорем о длинах векторов LLL-приведенного базиса по сравнению с другими ненулевыми векторами решетки).
14. LLL-приведенные базисы решетки. Определение, теоремы о длинах векторов LLL-приведенного базиса по сравнению с другими ненулевыми векторами решетки.
15. Оценка числа точек целочисленной решетки, попадающих в сферу радиуса  $R$  с центром в начале координат в  $n$ -мерном пространстве. Случай большого радиуса.

16. Оценка числа точек целочисленной решетки, попадающих в сферу радиуса  $R$  с центром в начале координат в  $n$ -мерном пространстве. Случай малого радиуса.
17. Атака Винера на криптосистему RSA.
18. Атака Хастада на криптосистему RSA.
19. Криптосистема Меркля-Хеллмана.
20. Оценка числа сверххрустящих и инъективных векторов.
21. Метод Лагариаса-Одлыжко решения задачи о рюкзаке. Случай расположения центра сферы в точке начала координат.
22. Метод Лагариаса-Одлыжко решения задачи о рюкзаке. Случай расположения центра сферы в точке  $(1/2, \dots, 1/2)$ .
23. Вычислительно сложные задачи для квантового компьютера, их применение в криптографии. Примеры вычислительно сложных задач на решетках.
24. Криптосистема NTRU.
25. Криптосистема LWE.

### 3. Правила выставления оценки на экзамене.

В экзаменационный билет включаются два теоретических вопроса. На подготовку к ответу дается не менее 1 академического часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

**Оценка «Отлично»** выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом теории решеток; умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию.

**Оценка «Хорошо»** выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

**Оценка «Удовлетворительно»** выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагаются с использованием терминологии теории решеток, но при этом допускаются ошибки в определениях некоторых основных понятий, формулировках положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

**Оценка «Неудовлетворительно»** выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отказался дать на него ответ.

## **Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Применение теории решеток в криптографии»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Учебным планом на изучение дисциплины «Применение теории решеток в криптографии» отводится один семестр, по завершении которого в качестве итогового контроля предусмотрен экзамен. В процессе изучения дисциплины проводятся лабораторные работы, выполняются шесть домашних заданий.

При изучении дисциплины «Применение теории решеток в криптографии», используются лекции, лабораторные и самостоятельные работы. Для успешного освоения дисциплины важно, чтобы обучающийся уделил особенное внимание выполнению лабораторных работ. Теоретические основы, необходимые для выполнения лабораторных работ, подробно разбираются на лекционных занятиях. Основная цель выполнения лабораторных работ – дать обучающимся представление о возможной практической деятельности по разработке постквантовых криптографических алгоритмов на основе теории решеток. Для успешного выполнения лабораторных работ необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала, чему способствуют регулярные задания для самостоятельной работы. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

В качестве заданий для самостоятельной работы дома обучающимся предлагаются математические или практические упражнения, которые должны позволить обучающемуся лучше изучить понятия и методы, применяемые им для решения типовых задач из соответствующих разделов дисциплины. Решения задач должны быть подготовлены, оформлены и представлены в установленные сроки.

По итогам изучения дисциплины обучающиеся сдают экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Опыт преподавания дисциплины «Применение теории решеток в криптографии» говорит о сложности ее самостоятельного изучения для обучающегося, несмотря на наличие достаточно качественных учебных пособий. Это связано с насыщенностью изучаемого материала и большим числом лабораторных работ, необходимых для приобретения навыков практического использования изучаемого материала. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является настоятельно рекомендуемым.