

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

Кафедра дискретного анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета  
информатики и вычислительной техники



Чалый Д.Ю.

(подпись)

« 18 » мая 20 21 г.

**Программа**

«Дискретизация непрерывных моделей»

Направление подготовки

**01.06.01 Математика и механика**

Направленность (профиль)

«Дискретная математика и математическая кибернетика»

Форма обучения

очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от « 13 » апреля 20 21 года, протокол № 4

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_ В.А. Бондаренко

Ярославль

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины «Дискретизация непрерывных моделей» являются

- усвоение аспирантами знаний об основных подходах к математическому уточнению интуитивного понятия алгоритм, их эквивалентности, о методах доказательства алгоритмической неразрешимости проблем, о способах оценки сложности выполнения алгоритмов;
- изучение вопросов применения понятий и методов теории алгоритмов в математике и ее приложениях, в частности, в исследованиях криптосистем;
- формирование у аспирантов общей математической культуры.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП аспирантуры

Дисциплина «Дискретизация непрерывных моделей» относится к вариативной части (дисциплина по выбору) ОП аспирантуры.

Данная дисциплина направлена на подготовку к сдаче кандидатского экзамена по научной специальности 01.06.01 Математика и механика.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП аспирантуры

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ПК-1	способностью овладевать новыми разделами дискретной математики и математической кибернетики	<b>Знать:</b> – основные принципы дискретизации непрерывных моделей. <b>Уметь:</b> – разрабатывать модели дискретизации непрерывных задач. <b>Владеть:</b> – аппаратом дискретизации непрерывных математических моделей.
ПК-2	способностью формулировать новые конкурентоспособные идеи в области дискретной математики и математической кибернетики	<b>Знать:</b> – теорию машин Тьюринга и частично-рекурсивных функций; – основные подходы к разработке алгоритмов. <b>Уметь:</b> – разрабатывать и анализировать алгоритмы. <b>Владеть:</b> – навыками анализа машин Тьюринга; – навыками разработки алгоритмов.
ПК-3	способностью самостоятельно проводить научные исследования в области дискретной математики и математической кибернетики и применять полученные результаты в научных исследованиях в других областях	<b>Знать:</b> – основные неразрешимые алгоритмические проблемы; – классификацию сложности вычислительных задач. <b>Уметь:</b> – определять класс сложности задачи. <b>Владеть:</b> – навыками анализа сложности задач и алгоритмов.

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зач. ед., 180 академ. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1.	Введение	2	2					11	
2.	Алгоритмы в интуитивном смысле	2	2					11	
3.	Уточнение понятия алгоритма	2	2					12	
4.	Машины Тьюринга	2	3					12	
5.	Частично рекурсивные функции	2	3			2		12	
	<b>Всего за 2 семестр</b>		<b>12</b>			<b>2</b>		<b>58</b>	<b>Зачет</b>
6.	Арифметизация теории машин Тьюринга	3	2					18	
7.	Сложность алгоритмов	3	3					20	
8.	Недетерминированные машины Тьюринга	3	2					16	
9.	Трудноразрешимые задачи	3	2					20	
10.	Неразрешимые алгоритмические проблемы в топологии, математическом анализе, теории дифференциальных уравнений	3	3			2		20	
	<b>Всего за 3 семестр</b>		<b>12</b>			<b>2</b>		<b>94</b>	<b>Зачет</b>
	<b>Всего</b>		<b>24</b>			<b>4</b>		<b>152</b>	

## **Содержание разделов дисциплины: Содержание разделов дисциплины:**

**Раздел 1.** Введение. Принципы построения и изучения курса. Краткое содержание. Роль иместо курса в формировании специалистов. Рекомендации по изучению курса, самостоятельной работе и литературе. О формах контроля и отчетности при изучении курса.

**Раздел 2.** Алгоритмы в интуитивном смысле. Примеры алгоритмов из различных разделов математики: алгебры, теории чисел, математической логики, математического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и т.д. Основные свойства алгоритмов. Дискретность, детерминированность, элементарность шагов и массовость алгоритмов.

**Раздел 3.** Уточнение понятия алгоритма. Необходимость математического уточнения интуитивного понятия алгоритма, примеры математических проблем, сформулированных в конце XIX - начале XX в., приведших к уточнению понятия алгоритма. Неразрешимые алгоритмические проблемы в теории алгоритмов, алгебре, математической логике, теории чисел, математическом анализе, топологии.

**Раздел 4.** Машины Тьюринга. Внешний и внутренний алфавиты, команды и программа машины Тьюринга. Различные варианты машин Тьюринга: многоленточные и одноленточные, с одномерной и многомерной лентой, с потенциально бесконечной в обе стороны лентой, с непродолжаемой влево лентой и т.д. Словарные алгоритмы, реализуемые машинами Тьюринга. Вычислимые по Тьюрингу функции. Правильная вычислимость по Тьюрингу. Вычислимость по Тьюрингу элементарных теоретико-числовых функций. Разрешимые и перечислимые множества слов. Операции над машинами Тьюринга. Композиция машин Тьюринга. Разветвление. Зацикливание. Диаграммы машин Тьюринга. Циклический сдвиг, копирование. Тезис Тьюринга. Замкнутость класса правильно вычислимых по Тьюрингу функций относительно операций суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации. Тезис А.Тьюринга.

**Раздел 5.** Частично рекурсивные функции. Простейшие (исходные) функции. Операции суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации. Примитивно рекурсивные функции. Примеры примитивно рекурсивных теоретико-числовых функций.

Частично рекурсивные и рекурсивные функции, примеры. Операции над примитивными, рекурсивными и частично рекурсивными функциями. Тезис А. Черча. Нумерация пар и  $n$ -ок натуральных чисел. Нумерационные функции. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества и предикаты. Теорема Э. Поста. Теорема о графике функции. Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.

**Раздел 6.** Арифметизация теории машин Тьюринга. Геделева нумерация слов в конечных и счетных алфавитах. Нумерация команд и программ машин Тьюринга. Нумерация конфигураций. Построение примитивно рекурсивных функций, описывающих работу машин Тьюринга.

Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции. Универсальные частично рекурсивные функции. Неразрешимость проблем останова, самоприменимости и бессмертия для машин Тьюринга. Нормальная форма С. Клини. Универсальные машины Тьюринга.

Неразрешимые алгоритмические проблемы. Неразрешимость проблемы выводимости для полусистем Туэ. Неразрешимость проблемы равенства для полугрупп и групп. Теоремы А.А. Маркова и С.И. Адяна об алгоритмической неразрешимости проблем распознавания полугрупповых и групповых свойств. Неразрешимые проблемы в математической логике.

**Раздел 7.** Сложность алгоритмов. Многоленточные машины Тьюринга: внешний и внутренний алфавиты, программы. Сложностные характеристики работы машины Тьюринга: временная (число шагов) и емкостная (объем памяти), связь между ними. Сложностные характеристики работы машины Тьюринга в худшем случае: временная и емкостная сигнализирующие функции (сложности, характеристики алгоритма), связь между ними. Сложностные классы. Другие сложностные характеристики.

**Раздел 8.** Недетерминированные машины Тьюринга. Недетерминированные многоленточные машины Тьюринга: внешний и внутренний алфавиты, программы. Классы P и NP. NP-трудные и NP-полные задачи. Теорема Кука об NP-полноте проблемы выполнимости для логики высказываний. Примеры NP-полных проблем из различных разделов математики: дискретной математики, теории булевых функций, математической логики, теории графов, алгебры, теории чисел, теории автоматов и языков и т.д.

**Раздел 9.** Трудноразрешимые задачи. Нижние оценки. Задачи, требующие экспоненциального времени и памяти (из теории автоматов и языков, из теории разрешимых элементарных теорий, например, теорема Рабина - Фишера о сложности разрешения арифметики Пресбургера и поля действительных чисел).

Неэлементарные задачи. Определение класса элементарных функций. Задачи, требующие неэлементарного времени для решения: из теории регулярных выражений, из математической логики (неэлементарность элементарной сингулярной (слабой) теории функции следования, неэлементарность элементарной теории свободной группы и т.д.).

**Раздел 10.** Неразрешимые алгоритмические проблемы в топологии, математическом анализе, теории дифференциальных уравнений. Значение существования алгоритмически неразрешимых проблем и трудно разрешимых проблем для математики и ее приложений.

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

## **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации
- программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;
  - компиляторы с высокоуровневых языков программирования;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

**7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

а) основная:

1. Кормен Т. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч., Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн; пер. с англ. И. В., Красикова, Н. А. Ореховой, В. Н. Романова. - 2-е изд. - М.: Вильямс, 2012. - 1290 с.

б) дополнительная:

1. Гэри. М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. Пер. с англ. - М.: Мир, 1982. – 416 с.
2. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных: Пер.с англ / Н.Вирт. - 2-е изд.,испр. - СПб.: Невский Диалект, 2001. - 352с.
3. Рублев, В.С. Основы теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / В. С. Рублев; под ред. В. А. Соколова; Гос. образоват. учреждение высш. проф. образования "МГУ им. М. В. Ломоносова". - 2-е изд., испр. - М.: Научный мир, 2008. - 127 с.
4. Ахо А.В. Структуры данных и алгоритмы: Учеб. пособие для вузов / А. В. Ахо, Дж. Э. Хопкрофт, Дж. Д. Ульман. Пер. с англ. - М.: Вильямс, 2000. - 382 с.
5. Седжвик Р. Фундаментальные алгоритмы на C++: пер. с англ / Р. Седжвик. - М.: ДиаСофтЮП, 2002. - 687 с.
6. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов: учеб. пособие для вузов / Р. Хаггарти; пер. с англ. ; под ред. С. А. Кулешова ; УМО вузов РФ по образованию в обл. прикладной математики. - 2-е доп. изд. - М.: Техносфера, 2005. - 399 с.
7. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001.
8. Кудрявцев В.В, Алешин С. В., Подколзин А. С. Введение в теорию автоматов. М.: Наука, 1985.
9. Мальцев А. И. Алгоритмы и вычислимые функции. М.: Наука, 1986.
10. Нигматуллин Р. Г. Сложность булевых функций. М.: Наука, 1991.
11. Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990.
12. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. М.: Наука, 1969.
13. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М.: Наука, 1986.
14. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал, 2002.
15. Карманов В.Г. Математическое программирование. М.: Наука, 2000.
16. Понтрягин Л. Избранные научные труды, т.II. М.: Наука, 1988.
17. Тихомиров В.М., Фомин С.В., Алексеев В.М. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
18. Краснощеков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей, М.: Фазис, 2002.
19. Морозов В.В. Основы теории игр. М.: Изд-во МГУ, 2002.
20. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. М.: Наука, 1985.

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).
2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://www.edu.ru> (раздел Учебно-методическая библиотека) или по прямой ссылке <http://window.edu.ru/library>).

3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru ).

**8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Аудитории, оборудованные для проведения лекций, практических занятий и консультаций, фонд библиотеки, компьютерная техника.

**Автор(ы) :**

Доцент кафедры дискретного анализа, к.ф.-м.н.  
Николаев

\_\_\_\_\_

А.В.

*(подпись)*

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Дискретизация непрерывных моделей»  
Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации**

**Темы докладов  
(Проверка ПК-1 и ПК-2)**

1. Теорема Ладнера
2. Сильная NP-полнота задачи 3-разбиение
3. Сильная NP-полнота задачи об упорядочивании внутри интервалов
4. Сильная NP-полнота задачи об изоморфизме подлесу
5. Решение задачи о рюкзаке методом ветвей и границ
6. Решение задачи коммивояжера методом ветвей и границ
7. Вероятностный алгоритм для задачи о минимальном разрезе в мультиграфе
8. Вероятностный алгоритм Фрейвалдса проверки умножения матриц
9. Квантовый алгоритм Шора для задачи факторизации чисел
10. Задача дискретного логарифмирования: обзор алгоритмов
11. Алгоритм Лина-Кернигана для задачи коммивояжера
12. Генетический алгоритм раскраски графа
13. Алгоритм Кристофидеса для задачи коммивояжера
14. Вероятностный алгоритм Каргера-Штейна для задачи о минимальном разрезе
15. Полиномиальная приближенная схема Грэхема для построения расписания работы на идентичных параллельных машинах
16. Полиномиальная приближенная схема для задачи об упаковке в контейнеры
17. Алгоритм имитации отжига для задачи коммивояжера
18. Тест Миллера-Рабина
19. Лемма Шварца-Зиппеля и вероятностный тест равенства двух многочленов
20. Составление расписания для авиакомпании с помощью целочисленного линейного программирования
21. Полиномиальный алгоритм для задачи о максимальном разрезе в планарном графе
22. Метод ветвей и границ для задачи о поиске  $k$  ближайших соседей
23. Алгоритмы решения 3-SAT быстрее полного перебора
24. Вероятностный алгоритм поиска корней квадратного многочлена над конечным полем
25. Вероятностный алгоритм Чу построения триангуляции Делоне
26. Генетический алгоритм для задачи о наведении вооружений на цели
27. Эвристический VLSN алгоритм для задачи о наведении вооружений на цели
28. Аппроксимационный алгоритм для максимизации банковского флюота

29. Сложность аппроксимации задачи минимизации времени работы независимых параллельных машин
30. Аппроксимационный алгоритм максимальной выполнимости системы квадратных уравнений над конечным полем
31. Алгоритмы имитации отжига и поиска с запретами для задачи о максимальном разрезе
32. Алгоритм «DancingLinks» для укладки пентамино
33. 3-приближенный алгоритм для задачи о кратчайшей надстроке
34. 3/2-приближенный алгоритм для задачи о многонаправленном разрезе
35. Аппроксимационный алгоритм для задачи о дереве Штейнера со сбором премий
36. Проектирование и маршрутизация телекоммуникационных сетей с помощью целочисленного линейного программирования
37. Квадратичная задача о назначениях. Метод Гилмора-Лоулера. Метод Каку-Томпсона
38. Алгоритмы ветвей и границ для построения минимальных эволюционных деревьев
39. Вероятностный аппроксимационный алгоритм Дайера, Фриза и Каннана для вычисления объема выпуклых тел
40. Оптимизация SQL запросов: динамическое программирование и вероятностные алгоритмы
41. Генетический алгоритм для задачи настройки системы распределения электроэнергии
42. Полиномиальная приближенная схема Арора для евклидовых задач коммивояжера и дерева Штейнера
43. Полиномиальная приближенная схема для задачи о локализации робота с минимальным маршрутом
44. KMS алгоритм раскраски графов с хроматическим числом 3
45. Вероятностный алгоритм развития персонажа в игре «HeroesofMightandMagic III»
46. Подход к игре «Тантрикс» на основе целочисленного линейного программирования
47. Аппроксимационные алгоритмы для задачи о прощальных поцелуях
48. Аппроксимационные алгоритмы для задачи о пожарных и эпидемии
49. Моделирование глобальных изменений температуры с помощью генетических алгоритмов
50. Задача коммивояжера на решетке с запрещенной окрестностью и выборочная лазерная плавка

### Критерии оценивания

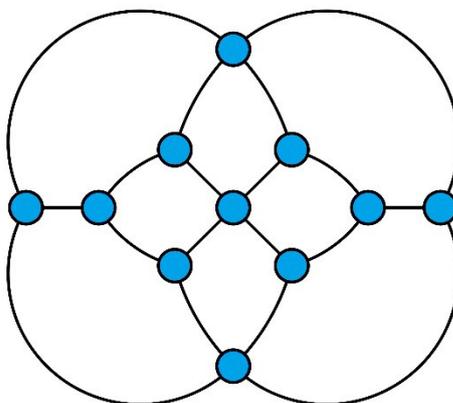
Показатели	Критерии
Содержание доклада	ПК-1 Анализирует изученный материал,  Выделяет наиболее значимые для раскрытия темы факты, научные положения,  Соблюдает логическую последовательность в изложении материала
Аргументированно отвечает на вопросы	ПК-1 Проявляет критическое мышление

Представление доклада	ПК-2 Использует иллюстративные, наглядные материалы,  Владеет культурой речи
-----------------------	---

Оценка	Критерии
Отлично	Доклад полностью соответствует описанным критериям
Хорошо	Доклад соответствует описанным критериям за исключением некоторых замечаний не более чем по нескольким пунктам критериев
Удовлетворительно	Доклад соответствует более чем половине описанных критериев
Неудовлетворительно	Доклад не соответствует большей части описанных критериев

**Тест для проверки по результатам освоения дисциплины  
(Проверка ПК-3)**

1. Какому классу сложности принадлежит задача о размере наибольшей клики. Задан граф  $G = (V, E)$  и положительное целое  $K$ . Верно ли, что наибольшая клика в графе  $G$  имеет размер  $K$ ?
  - а) P;
  - б) NPC;
  - в) NPI
  - г)  $P^{NP}$
2. Определите хроматическое число графа



- а) 1;
  - б) 2;
  - в) 3;
  - г) 4.
3. NP-полная задача  $A$  называется слабо NP-полной, если
    - а)  $A$  содержит своим частным случаем полиномиально разрешимую задачу;
    - б) для  $A$  существует полиномиальный алгоритм;
    - в) для  $A$  существует псевдополиномиальный алгоритм;
    - г) найдётся задача из класса NP, которая не сводится к  $A$ .

4. Рассматривается задача о рюкзаке. Заданы  $n$  предметов с весами  $w_1, \dots, w_n$  и стоимостями  $v_1, \dots, v_n$ , а также положительное целое  $W$  – ограничение вместимости рюкзака. Требуется положить в рюкзак подмножество предметов с максимальной суммарной стоимостью, чтобы сумма весов выбранных предметов не превосходила ограничение  $W$ .

Рассматривается следующий алгоритм динамического программирования.

$$m(i, w) = \begin{cases} m(i-1, w), & \text{если } w_i > w, \\ \max\{m(i-1, w), m(i-1, w-w_i) + v_i\}, & \text{если } w_i \leq w, \end{cases}$$

где  $m(i, w)$  – максимальная стоимость, которую можно получить из первых  $i$  предметов с ограничением рюкзака  $w$ .

Оцените трудоёмкость этого алгоритма.

- $n$ ;
  - $nW$ ;
  - $n^2$ ;
  - $n^2W$ .
5. Пусть в NP-трудной задаче  $A$  задан граф на  $n$  вершинах, степень которых ограничена параметром  $k$ . Алгоритм с какой трудоёмкостью позволит отнести задачу  $A$  к классу FPT?
- $n^k$ ;
  - $k \cdot n^3$ ;
  - $2^k \cdot n^3$ ;
  - $k \cdot 2^n$ .
6. Каждой вершине графа  $G = (V, E)$  сопоставим переменную  $x_j$ . Какая задача записана в форме целочисленного линейного программирования:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{|V|} x_i &\rightarrow \max, \\ x_i + y_j &\leq 1, \forall (i, j) \in E, \\ x_i &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

- задача о независимом множестве;
  - задача о вершинном покрытии;
  - задача о клике;
  - задача коммивояжёра.
7. Вероятностный алгоритм, который гарантирует получение верного ответа, но работает за недетерминированное время принадлежит классу:
- Лас-Вегас;
  - Монте-Карло;
  - Атлантик-Сити;
  - Макао?
8. Рассматривается задача о максимальной 3-выполнимости. Задана булева формула в конъюнктивной нормальной форме,  $n$  – число логических переменных,  $m$  – число дизъюнкций. Каждая дизъюнкция содержит ровно 3 литерала. Найти набор значений логических переменных, для которого было бы выполнено наибольшее число дизъюнкций.

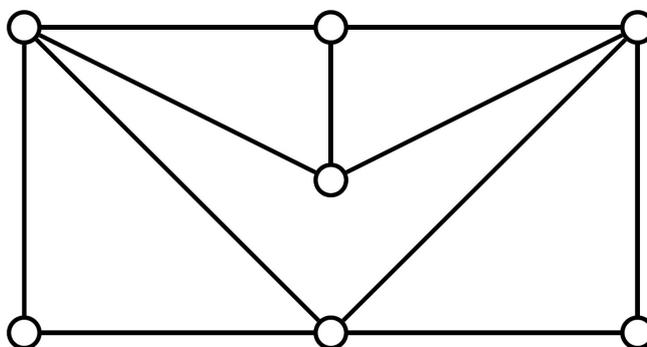
Рассматривается следующий вероятностный аппроксимационный алгоритм: каждой логической переменной с вероятностью  $\frac{1}{2}$  назначаем значение «истина» или «ложь». Найдите коэффициент аппроксимации алгоритма.

- а)  $\frac{1}{2}$ ;
- б)  $\frac{3}{4}$ ;
- в)  $\frac{7}{8}$ ;
- г)  $\frac{15}{16}$ .

9. Расположите классы сложности в верном порядке вложенности.

- а)  $P \subseteq RP \subseteq BPP \subseteq ZPP$ ;
- б)  $P \subseteq ZPP \subseteq RP \subseteq BPP$ ;
- в)  $P \subseteq BPP \subseteq ZPP \subseteq RP$ ;
- г)  $ZPP \subseteq P \subseteq RP \subseteq BPP$ .

10. Какие из перечисленных циклов есть в графе:



- а) гамильтонов цикл и эйлеров цикл;
- б) только гамильтонов цикл;
- в) только эйлеров цикл;
- г) в графе нет ни гамильтонова, ни эйлерова циклов.

### Правильные ответы

Вопрос №	Правильный ответ	Вопрос №	Правильный ответ
1	г	6	а
2	б	7	а
3	в	8	в
4	б	9	б
5	в	10	б

Каждый вопрос оценивается в один балл.

9-10 баллов – оценка «отлично», компетенция сформирована на высоком уровне.

7-8 баллов – оценка «хорошо», компетенция сформирована на продвинутом уровне.

5-6 баллов – оценка «удовлетворительно», компетенция сформирована на базовом уровне.

Менее 5 баллов – оценка «неудовлетворительно», компетенция не сформирована.

### Вариант билета на зачете во втором семестре

1. Сформулировать определение Машины Тьюринга.
2. Сформулировать определение частично рекурсивной функции.
3. Привести примеры неразрешимых алгоритмических проблемы в теории чисел.
4. Привести пример словарного алгоритма, реализуемого машиной Тьюринга.
5. Сформулировать и доказать теорему Поста.

### Вариант билета на зачете в третьем семестре

1. Сформулировать определение NP-трудной задачи.
2. Сформулировать теоремы Маркова и Адяна об алгоритмической неразрешимости проблем распознавания полугрупповых и групповых свойств.
3. Описать сложностные характеристики работы машины Тьюринга и связь между ними.
4. Привести примеры NP-полных задач.
5. Привести примеры неразрешимых алгоритмических проблем в топологии.

### Критерии оценивания

Показатели	Критерии	4-балльная шкала (уровень освоения)
<b>ПК-1</b> <b>Знать:</b> – основные принципы дискретизации непрерывных моделей. <b>Уметь:</b> – разрабатывать модели дискретизации непрерывных задач. <b>Владеть:</b> – аппаратом дискретизации непрерывных математических моделей	<b>ПК-1</b> Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы. <b>ПК-2</b> Студент достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, <b>ПК-3</b> Студент решил предложенные практические задания без ошибок.	Отлично (повышенный уровень)
	<b>ПК-1</b> Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и практических занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу. <b>ПК-2</b> Студент дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует	Хорошо (базовый уровень)
<b>ПК-2</b> <b>Знать:</b> – теорию машин Тьюринга и частично-рекурсивных функций; – основные подходы		

<p>к разработке алгоритмов. <b>Уметь:</b> – разрабатывать и анализировать алгоритмы. <b>Владеть:</b> – навыками анализа машин Тьюринга;</p>	<p>свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. ПК-3 Студент решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.</p>	
<p>– навыками разработки алгоритмов. <b>ПК-3</b> <b>Знать:</b> – основные неразрешимые алгоритмические проблемы; – классификацию сложности вычислительных задач. <b>Уметь:</b> – определять класс сложности задачи. <b>Владеть:</b> – навыками анализа сложности задач и алгоритмов.</p>	<p>Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов. ПК-2 Студент проявляет недостаточное умение давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. ПК-3 Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.</p>	<p>Удовлетворительно (пороговый уровень)</p>
	<p>ПК-1 Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов. ПК-2 Студент проявляет неумение давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. ПК-3 Решение практических заданий не выполнено. Т.е студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.</p>	<p>Неудовлетворительно (уровень не сформирован)</p>

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1. Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

*Пороговый уровень* - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

*Продвинутый уровень* - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

*Высокий уровень* - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
<b>Профессиональные компетенции</b>						
ПК-1	Зачёт	1-3	<p><b>Знать:</b> – основные принципы дискретизации непрерывных моделей.</p> <p><b>Уметь:</b> – разрабатывать модели дискретизации непрерывных задач.</p> <p><b>Владеть:</b> – аппаратом дискретизации непрерывных математических моделей.</p>	1. Знание основных принципов дискретизации непрерывных моделей.	<p>1. Знание основных принципов дискретизации непрерывных моделей.</p> <p>2. Владение аппаратом дискретизации непрерывных математических моделей.</p>	<p>1. Знание основных принципов дискретизации непрерывных моделей.</p> <p>2. Владение аппаратом дискретизации непрерывных математических моделей.</p> <p>3. Умение разрабатывать модели дискретизации непрерывных задач.</p>
ПК-2	Зачёт	4-8	<p><b>Знать:</b> – теорию машин Тьюринга и частично-рекурсивных функций; – основные подходы</p>	<p>1. Знание теории машин Тьюринга и частично-рекурсивных функций.</p> <p>2. Знание основных</p>	<p>1. Знание теории машин Тьюринга и частично-рекурсивных функций.</p> <p>2. Знание основных подходов к разработке алгоритмов.</p>	<p>1. Знание теории машин Тьюринга и частично-рекурсивных функций.</p> <p>2. Знание основных подходов к разработке алгоритмов.</p>

			<p>к разработке алгоритмов.</p> <p><b>Уметь:</b> – разрабатывать и анализировать алгоритмы.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками анализа машин Тьюринга; – навыками разработки алгоритмов.</p>	<p>подходов к разработке алгоритмов.</p>	<p>3. Владение навыками разработки алгоритмов.</p> <p>4. Владение навыками анализа машин Тьюринга</p>	<p>3. Владение навыками разработки алгоритмов.</p> <p>4. Владение навыками анализа машин Тьюринга</p> <p>5. Умение разрабатывать и анализировать алгоритмы.</p>
ПК-3	Зачёт	9-10	<p><b>Знать:</b> – основные неразрешимые алгоритмические проблемы; – классификацию сложности вычислительных задач.</p> <p><b>Уметь:</b> – определять класс сложности задачи.</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками анализа сложности задач и алгоритмов.</p>	<p>1. Знание основных неразрешимых алгоритмических проблем.</p> <p>2. Знание классификации сложности вычислительных задач.</p>	<p>1. Знание основных неразрешимых алгоритмических проблем.</p> <p>2. Знание классификации сложности вычислительных задач.</p> <p>3. Умение определять класс сложности задачи.</p>	<p>1. Знание основных неразрешимых алгоритмических проблем.</p> <p>2. Знание классификации сложности вычислительных задач.</p> <p>3. Умение определять класс сложности задачи.</p> <p>4. Владение навыками анализа сложности задач и алгоритмов.</p>

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;

- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Дискретизация непрерывных моделей»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Общая трудоемкость освоения дисциплины «Дискретизация непрерывных моделей» составляет 5 зачетных единицы, 180 часов, из них 152 часа, отведенных на самостоятельную работу аспиранта.

Самостоятельная работа аспирантов направлена на приобретение новых теоретических и фактических знаний, закрепление полученных навыков, - выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций).

Зачёт проводится в устной форме, каждый билет содержит формулировки определений и утверждений, а также задачи по дискретизации непрерывных моделей. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к зачёту предусмотрена групповая консультация.

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Главной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") [www.informika.ru](http://www.informika.ru).

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- Электронная библиотека – является крупнейшим в российском сегменте Интернета хранилищем полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно-методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно-методической деятельности.

- Интегральный каталог образовательных интернет-ресурсов содержит представленные в стандартизированной форме метаданные внешних ресурсов, а также содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- Избранное. В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- Библиотеки вузов. Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/пароллю.

3. Электронная картотека «Книгообеспеченность» ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.