

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова  
Кафедра теоретической информатики

**Н. Д. Быкова**

**В. А. Соколов**

**Задачник**  
**по формальным языкам**

Ярославль  
ЯрГУ  
2016

УДК 510.252(076.1)  
ББК В185.2я73-4  
Б95

*Рекомендовано  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2016 года*

Рецензент  
кафедра теоретической информатики ЯрГУ

**Быкова, Надежда Дмитриевна.**  
Б95      Задачник по формальным языкам / Н. Д. Быкова,  
В. А. Соколов ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова.  
— Ярославль : ЯрГУ, 2016. — 52 с.

Задачник содержит задачи и упражнения, предлагавшиеся студентам на протяжении ряда лет в качестве практических заданий.

Предназначен для студентов, изучающих дисциплины «Языки программирования и методы трансляции» и «Теория автоматов и формальных языков».

УДК 510.252(076.1)  
ББК В185.2я73-4

© ЯрГУ, 2016

## § 1. Языки и грамматики

**1.1.** Показать, что если  $A$  — конечное множество, то  $|2^A| = 2^{|A|}$  ( $2^A$  — это булеан, т. е. множество всех подмножеств множества  $A$ ,  $|A|$  — мощность множества  $A$ ).

**1.2.** Показать, что если  $A$  и  $B$  конечные множества и  $|A| = m$ ,  $|B| = n$ , то  $|A \times B| = m \times n$  ( $A \times B$  — это декартово произведение множеств  $A$  и  $B$ ).

**1.3.** Рассмотрим отношение  $A \sim B$  между двумя множествами  $A$  и  $B$ , определяемое равенством  $|A| = |B|$ . Показать, что это отношение является отношением эквивалентности.

**1.4.** Показать, что  $A \cup B = C(C(A) \cap C(B))$ , где  $C(S)$  — дополнение множества  $S$ .

**1.5.** Показать, что для любых множеств  $A$  и  $B$   $A = B$  тогда и только тогда, когда  $(A \cap C(B)) \cup (C(A) \cap B) = \emptyset$  ( $\emptyset$  обозначает пустое множество).

**1.6.** Показать, что  $A \times (B_1 \cup B_2) = (A \times B_1) \cup (A \times B_2)$ .

**1.7.** Показать, что если  $A \text{ sub } B$ , то  $C(B) \text{ sub } C(A)$ . (Здесь  $A \text{ sub } B$  означает, что множество  $A$  является подмножеством множества  $B$ .)

**1.8.** Показать, что множество всех простых чисел бесконечно.

**1.9.** Нарисовать граф с вершинами  $\{v_1, v_2, v_3\}$  и с дугами  $\{(v_1, v_1), (v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_2, v_1), (v_3, v_1)\}$ . Найти все циклы с основанием в вершине  $v_1$ .

**1.10.** Пусть  $G = (V, E)$  — произвольный граф, где  $V$  — множество вершин, а  $E$  — множество дуг. Доказать, что если существует путь между вершинами  $v_i$  и  $v_j$ , тогда между этими вершинами должен существовать путь длины не более  $|V| - 1$ .

**1.11.** Рассмотрим граф с  $n$  вершинами, в котором существует не более одной дуги между любыми двумя вершинами. Показать, что тогда граф имеет не более  $n^2$  дуг.

**1.12.** Является ли множество  $\{a, b, aa, bb, ab, aab\}$  формальным языком?

**1.13.** Принадлежат ли строки  $\varepsilon, ab, aabb, aaabbb$  языку  $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ ? ( $\varepsilon$  обозначает пустую строку.)

**1.14.** Пусть  $A = \{ab, c\}$  и  $B = \{c, ca\}$  — два формальных языка над алфавитом  $\{a, b, c\}$ . Определить следующие формальные языки:

$$A \cup B; A \setminus B; A^2 \cup B^2; A^2 \setminus B^2; A \cdot B; B \cdot A$$

**1.15.** Пусть  $L = \{ab, aa, baa\}$ . Определить, какие из следующих строк принадлежат  $L^*$ :

abaabaaba, aaaaba, baaaaaba, baaaaaba.

**1.16.** Определим операцию обращения строки следующим образом:

$$a^{-1} = a,$$

$$(\alpha a)^{-1} = a \alpha^{-1} \text{ для всех } a \in \Sigma, \alpha \in \Sigma^*.$$

- а) показать, что  $(\alpha \beta)^{-1} = \beta^{-1} \alpha^{-1}$  для всех  $\alpha, \beta \in \Sigma^+$ ;
- б) показать, что  $(\alpha^{-1})^{-1} = \alpha$  для всех  $\alpha \in \Sigma^*$ ;
- с) записать рекурсивное определение функции длины строки  $|\alpha|$  и доказать, что  $|\alpha| = |\alpha^{-1}|$ .

**1.17.** Пусть  $\Sigma$  — произвольный алфавит. Определить мощность множества  $\Sigma^*$ .

**1.17 а)** найти  $L^*$ , где  $L = \{ \varepsilon \}$ ;

б) дать примеры языков  $L$ , для которых  $L^* = L$ ;

с) существует ли язык, для которого  $C(L^*) = (C(L))^*$  ?

**1.18.** Пусть дана грамматика  $G = (\{A, S\}, \{0, 1\}, P, S)$ , где  $P$  состоит из продукций:

$$S \rightarrow 0A1$$

$$0A \rightarrow 00A1$$

$$A \rightarrow \varepsilon$$

Доказать, что  $L(G) = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ .

**1.19.** Пусть  $G = (\{S, A, B\}, \{a, +, *, (, )\}, P, S)$ , где  $P$  состоит из продукций:

$$S \rightarrow S + A \mid A$$

$$A \rightarrow A * B \mid B$$

$$B \rightarrow (S) \mid a$$

Найти  $L(G)$ .

**1.20.** Описать язык, порождаемый грамматикой с продукциями:

$$S \rightarrow aA,$$

$$A \rightarrow bS,$$

$$S \rightarrow \varepsilon$$

**1.21.** Найти грамматики для алфавита  $\Sigma = \{a, b\}$ , порождающие множества:

а) всех строк с единственным  $a$ ;

б) всех строк с как минимум одним  $a$ ;

с) всех строк с не более чем тремя  $a$ .

**1.22.** Построить грамматики, которые порождали бы следующие языки в алфавите  $\{0, 1\}$ :

1) все строки такие, что в каждой из них непосредственно справа от каждого символа 0 стоит символ 1;

2) все строки такие, что результаты чтения этих строк слева направо и справа налево совпадают;

3) все строки, которые содержат символов 0 вдвое больше, чем символов 1;

4) все строки, которые имеют одинаковое число символов 0 и 1;

5) все строки, которые имеют четное число символов 0 и четное число символов 1.

**1.23.** Определить язык, порождаемый грамматикой с productions:

$$S \rightarrow Aa,$$

$$A \rightarrow B,$$

$$B \rightarrow Aa$$

**1.24.** Построить грамматику, которая порождала бы все строки из множества  $\{(\cdot)\}^*$ , в которых скобки расставлены правильно.

**1.25.** Пусть  $G_1$  — грамматика, имеющая productions

$$S \rightarrow bA \mid ab$$

$$A \rightarrow a \mid aS \mid bAA$$

$$B \rightarrow b \mid bS \mid aBB,$$

$a$   $G_2$  — грамматика, определяемая productions

$$S \rightarrow aB \mid aBS \mid bAS \mid bA$$

$$A \rightarrow bAA \mid a$$

$$B \rightarrow bBB \mid b.$$

Показать, что  $L(G_1) = L(G_2)$ .

**1.26.** Для каждого из следующих языков найти грамматику, порождающую его.

a)  $L_1 = \{a^n b^m : n \geq 0, m \geq 0\};$

b)  $L_2 = \{a^n b^{2m} : n \geq 0\};$

c)  $L_3 = \{a^{n+2} b^n : n \geq 1\};$

d)  $L_4 = \{a^n b^{n-3} : n \geq 3\};$

e)  $L_1 \cdot L_2;$

f)  $L_1 \cup L_2;$

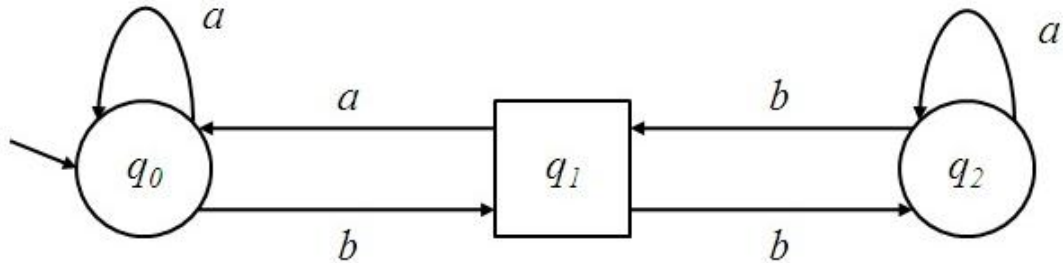
g)  $L_1 \setminus C(L_4);$

h)  $(L_1)^3;$

i)  $(L_1)^*.$

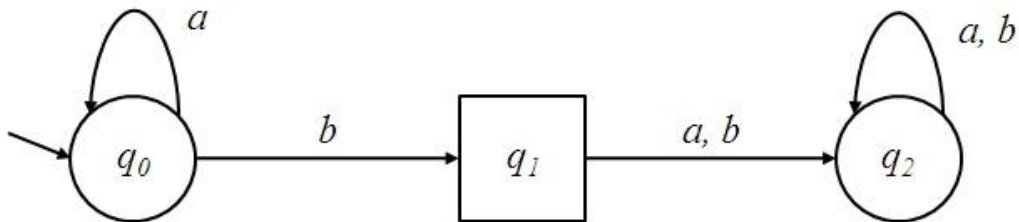
## § 2. Конечные автоматы

2.1. Дан автомат М:

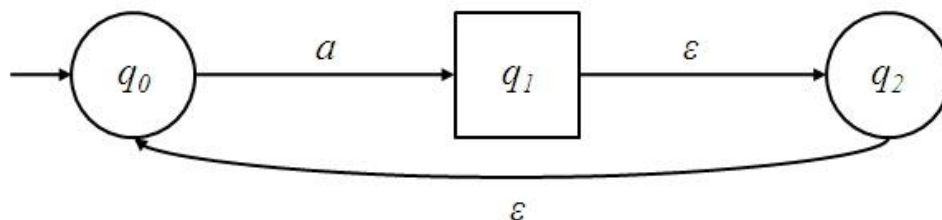


Какие из указанных ниже строк этот автомат распознает, а какие отвергает:  $ab$ ,  $bab$ ,  $baa$ ,  $abbb$ ,  $bbaab$ ,  $bbaa$  ?

2.2. Определить язык  $L(M)$ , допускаемый (распознаваемый) детерминированным конечным автоматом (ДКА) М:



2.3. Дан недетерминированный конечный автомат (НКА) М:

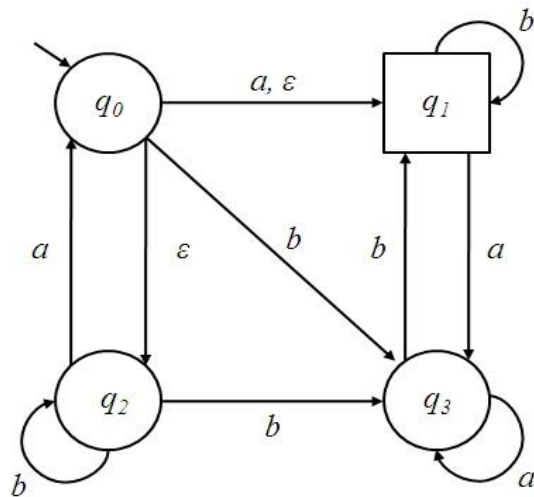


Построить НКА  $M'$  без  $\varepsilon$ -переходов и эквивалентный НКА М.

2.4. Построить ДКА для языков, состоящих:

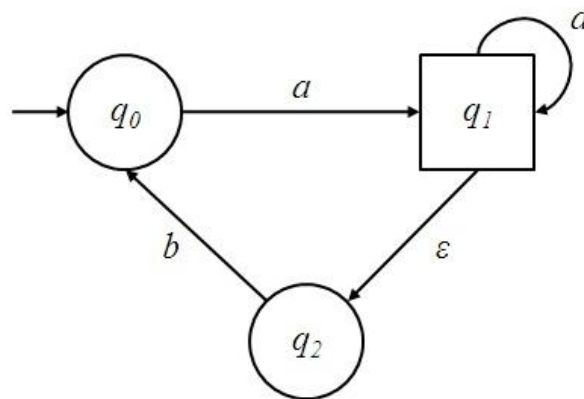
- из всех строк в алфавите  $\Sigma$ , содержащих в точности один символ  $a$ ;
- всех строк в алфавите  $\Sigma$ , содержащих как минимум один символ  $a$ ;
- всех строк в алфавите  $\Sigma$ , содержащих не более трёх вхождений символа  $a$ .

## 2.5. Преобразовать НКА М

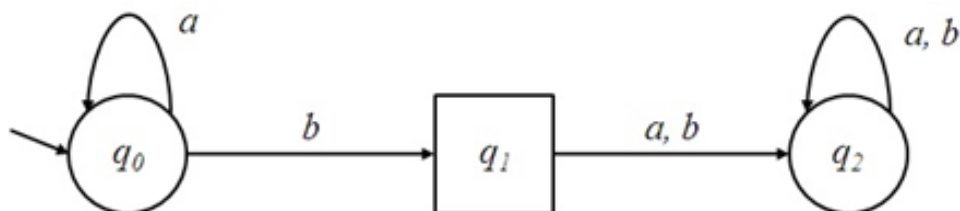


к эквивалентному НКА без  $\varepsilon$ -переходов.

## 2.6. Найти ДКА, эквивалентный данному НКА:



## 2.7. Показать, что если в ДКА М

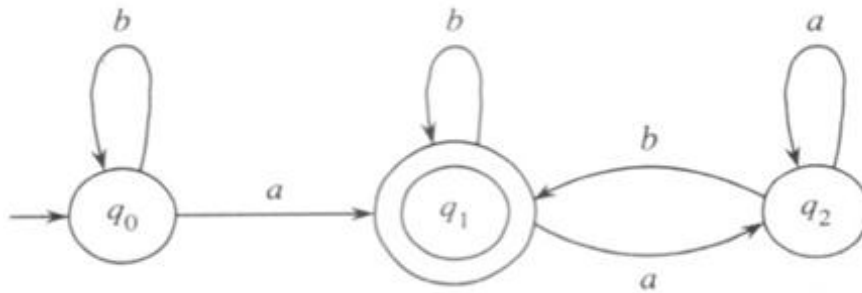


заменить финальное состояние на нефинальное, а все нефинальные — на финальные, то получим ДКА, допускающий язык  $C(L(M))$ .

## 2.8. Построить ДКА для языка $L = \{ab^5\omega b^4 \mid \omega \in \{a, b\}^*\}$ .



**2.9.** Описать язык, допускаемый следующим ДКА:



**2.10.** Пусть  $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \Theta, q_0, \{q_3\})$  — НКА, где

$$\Theta(q_0, a) = \{q_1, q_2\};$$

$$\Theta(q_1, a) = \{q_0, q_1\};$$

$$\Theta(q_0, b) = \{q_0\};$$

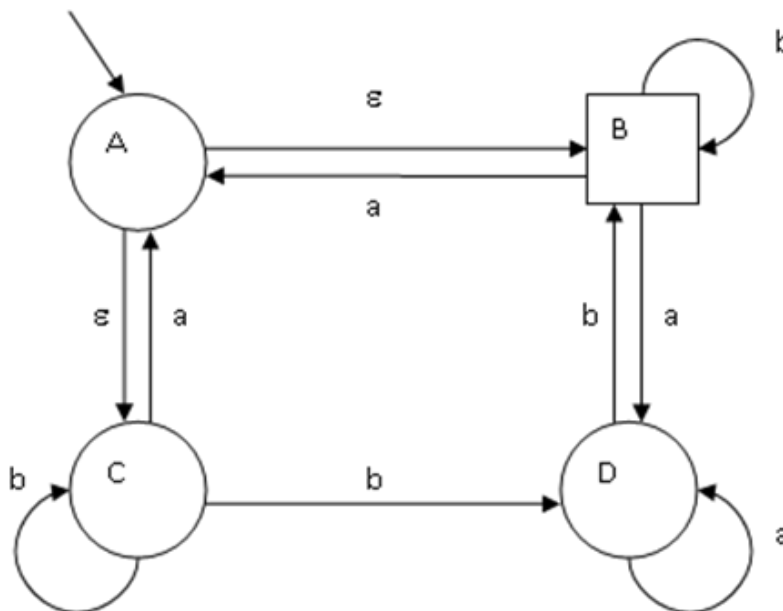
$$\Theta(q_2, a) = \{q_0, q_2\};$$

$$\Theta(q_1, b) = \emptyset;$$

$$\Theta(q_2, b) = \{q_0, q_1\}$$

Определить ДКА, эквивалентный НКА.

**2.11.** Построить ДКА, эквивалентный НКА, изображенному на рисунке:



**2.12.** Построить ДКА, который распознает язык  $L \subset \{0,1\}^*$ , каждая строка которого такова, что:

а) справа от 0 всегда находится 1;

б) содержит по крайней мере один раз как минимум два стоящих рядом символа 0;

с) содержит по крайней мере два стоящих рядом символа 0 или два стоящих рядом символа 1.

**2.13.** Пусть  $L = \{a^n \mid n > 0\}$ , где  $a \in \{01, 10\}$ . Построить НКА, допускающий  $L$ .

**2.14.** Пусть  $L \subset \{0, 1\}^*$ .

1. Построить НКА или ДКА, распознающий все строки из  $L$ , если:

а) каждая строка содержит четное число символов 0 и нечетное число символов 1;

б) каждая строка не содержит ни одной из подстрок 011 и 101;

с) число нулей в каждой строке кратно 3.

2. Построить ДКА, эквивалентные полученным в п.1 НКА.

**2.15.** Пусть язык  $L \subset \{1, 2, 3\}^*$ , каждая строка  $\alpha$  которого такова, что последний символ уже появлялся раньше, т. е.  $\alpha = \beta a \gamma a$ , где  $a \in \{1, 2, 3\}$ ,  $\beta, \gamma \in \{1, 2, 3\}^*$ . Построить НКА, допускающий строки  $\alpha \in L$ .

### **§ 3. Регулярные выражения и регулярные грамматики**

**3.1** Определить множества, обозначаемые следующими регулярными выражениями:

- 1)  $(\varepsilon + \theta)^*$ ;
- 2)  $\varepsilon(\varepsilon + \theta)^* \varnothing$ ;
- 3)  $(a + b)(a + b + \theta + \varepsilon)^*$ ;
- 4)  $(a + b)(\varepsilon + \theta)^* + a$ .

**3.2.** Показать, что множества, соответствующие двум данным регулярным выражениям, совпадают:

- 1)  $(a^*b)c$  и  $a^*(bc)$ ;
- 2)  $a^*b$  и  $b + aa^*b$ ;
- 3)  $b(b + ab)^*a$  и  $b(b^*ab)^*b^*a$ ;
- 4)  $b(ab + b)^*a$  и  $bb^*a(bb^*a)^*$ .

**3.3.** Заменить каждое из следующих выражений эквивалентным, в котором не используется знак  $+$ :

- 1)  $(a + b)^*$ ;
- 2)  $(a + bb + ba)^*$ ;
- 3)  $(a + (bb + ab)^*)^*$ .

**3.4.** Доказать эквивалентность:

$$(a^*ab + a^*ba)^*a^* = (a + ab + ba)^*.$$

**3.5.** Доказать следующие тождества в алгебре регулярных выражений в некотором алфавите  $\Sigma$  ( $\alpha, \beta, \gamma$  — произвольные регулярные выражения в алфавите  $\Sigma$ ):

- 1)  $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ ;
- 2)  $\theta^* = \varepsilon$ ;
- 3)  $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$ ;
- 4)  $\alpha(\beta\gamma) = (\alpha\beta)\gamma$ ;

- |  |  |
|--|--|
| 5) $\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma$ ; | 6) $(\alpha + \beta)\gamma = \alpha\gamma + \beta\gamma$ ; |
| 7) $\alpha\varepsilon = \varepsilon\alpha = \alpha$ ;      | 8) $\theta\alpha = \alpha\theta = \theta$ ;                |
| 9) $\alpha^* = \alpha + \alpha^*$ ;                        | 10) $(\alpha^*)^* = \alpha^*$ ;                            |
| 11) $\alpha + \alpha = \alpha$ ;                           | 12) $\alpha + \theta = \alpha$ .                           |

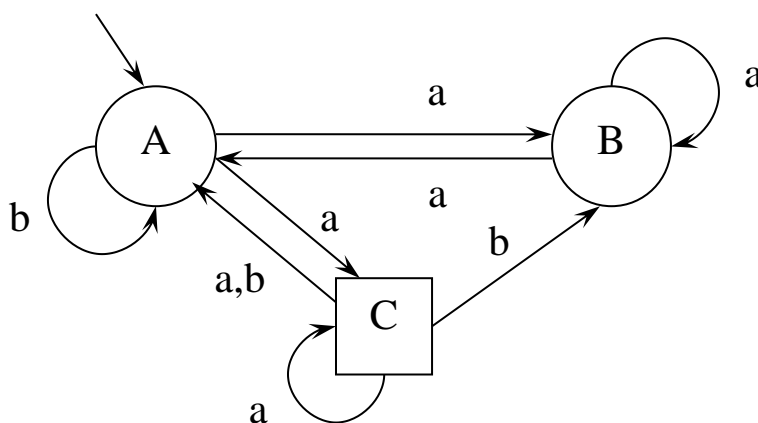
**3.6.** Какие из следующих соотношений являются тождествами в алгебре регулярных выражений (в произвольном алфавите  $\Sigma$ ):

- 1)  $\alpha^* \beta = (\alpha + \alpha^*) \beta$ ;
- 2)  $\alpha^* \beta^* = (\alpha + \beta)^* (\alpha \beta)^*$ ;
- 3)  $\alpha^* \beta^* = \alpha^* \alpha \beta^* + \alpha^* \beta \beta^*$ ;
- 4)  $(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* + \beta^*)(\beta^* + \alpha^*)^*$ ;
- 5)  $\alpha(\beta \gamma \alpha)^* \beta \gamma = \alpha \beta (\gamma \alpha \beta)^* \gamma$ ;
- 6)  $(\alpha + \beta + \gamma)^* = (\alpha + (\beta + \gamma)^*)^*$ .

**3.7.** Определить ДКА, который допускает множество строк, соответствующее регулярному выражению:

- 1)  $a(ba + b)^* + b$ ;
- 2)  $(ab + b^*)^* ba + b$ ;
- 3)  $((b^* a)^* ab^*)^*$ .

**3.8.** Найти детерминированный конечный автомат, эквивалентный недетерминированному конечному автомату, изображенному на рисунке:



**3.9.** 1) определить ДКА, допускающий язык, обозначенный регулярным выражением  $(ab)^* + a(ba + a)^*$ ;

2) минимизировать этот автомат;

3) построить ДКА, который допускает язык  $\bar{L} = \{a, b\}^* \setminus L$ .

**3.10.** Найти регулярные выражения, обозначающие языки, все строки которых — элементы множества  $\{0,1\}^*$ ,

1) оканчивающиеся на 011, 101 или 110;

2) начинающиеся с 110, 101 или 011;

3) имеющие каждым третьим символом 0 или каждым вторым символом 1;

4) не содержащие ни одной из подстрок 011 и 101;

5) содержащие каждую из подстрок 011 и 101;

6) начинающиеся с 011 и оканчивающиеся на 110 или 101;

7) начинающиеся с 011 или 110 и оканчивающиеся на 101;

8) начинающиеся с 011 и содержащие вхождения подстроки 110;

9)  $\{01^n \mid n \geq 2\}$ ;

10)  $\{01^n 0 \mid n \geq 1\}$ ;

11)  $\{0^m 1^n \mid n, m \geq 2\}$ ;

12)  $\{\alpha \in \{0,1\}^* \mid |\alpha|/3 - \text{целое неотрицательное число}\}$ ;

13)  $\{\alpha a \mid \alpha \in \{0,1\}^+, a \text{ входит в } \alpha\}$ ;

14)  $\{(010)^n \mid n \geq 1\}$ ;

15)  $\{0^m \mid m \geq 3\} \cup \{1^n \mid n \geq 1\}$ ;

16)  $\{(01)^m (10)^n \mid m \geq 1, n \geq 0\}$ ;

17) содержащие четное число символов 0 и нечетное число символов 1;

18) содержащее четное число символов 0 или четное число символов 1.

**3.11.** Построить автомат, допускающий язык, порожденный грамматикой  $S \rightarrow aA, A \rightarrow abS \mid b$ .

**3.12.** Пусть  $L_1 = L(G_1)$  и  $L_2 = L(G_2)$  — регулярные языки, порождаемые грамматиками:

$$\begin{array}{ll}
 G_1: & S \rightarrow aS \mid aA \mid aB \\
 & A \rightarrow aA \mid a \\
 & B \rightarrow bB \mid b \\
 G_2: & S \rightarrow cS \mid cA \mid c \\
 & A \rightarrow d
 \end{array}$$

Найти грамматики, порождающие следующие языки:

- 1)  $L_1 \cup L_2$ ;
- 2)  $L_1 L_2$ ;
- 3)  $L_2 L_1$ ;
- 4)  $L_2^*$ .

**3.13.** Пусть дан язык  $L \subset \{0,1\}^*$ , каждая строка  $\alpha$  которого такова, что справа от 0 всегда находится 1. Построить регулярную грамматику, порождающую язык  $L$ .

**3.14.** Пусть дан язык  $L \subset \{0,1\}^*$ , каждая строка  $\alpha$  которого содержит по крайней мере один раз как минимум два стоящих рядом символа 0. Построить регулярную грамматику, порождающую язык  $L$ .

**3.15.** Пусть  $L = \{a^n \mid n > 0\}$ , где  $a \in \{01,10\}$ .

Определить регулярную грамматику, порождающую язык  $L(G)$ .

**3.16.** Пусть дан язык  $L \subset \{0,1\}^*$ , каждая строка  $\alpha$  которого содержит по крайней мере два стоящих рядом символа 0 или две стоящих рядом 1. Определить регулярную грамматику, порождающую язык  $L$ .

## § 4. Свойства регулярных языков

**4.1.** Пусть  $L_1 = L(G_1)$  и  $L_2 = L(G_2)$  — регулярные языки из упр. 3.12.

Построить конечные автоматы, распознающие языки:

- 1)  $\bar{L}_1$ ;
- 2)  $\bar{L}_2$ ;
- 3)  $L_1 \cup L_2$ ;
- 4)  $L_1 \cdot L_2$ ;
- 5)  $(L_2)^*$ .

**4.2.** Доказать, что язык  $\{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$  нерегулярный.

**4.3.** Показать, что класс регулярных языков замкнут относительно объединения или пересечения конечного числа регулярных языков.

**4.4** Пусть  $h$  — гомоморфизм языков,  $L_1$  и  $L_2$  — регулярные языки. Определить, какие из утверждений верны:

- a)  $h(L_1 \cup L_2) = h(L_1) \cup h(L_2)$ ;
- b)  $h(L_1 \cap L_2) = h(L_1) \cap h(L_2)$ ;
- c)  $h(L_1 \cdot L_2) = h(L_1) \cdot h(L_2)$ .

**4.5.** Пусть известно, что язык  $L_1 \cup L_2$  регулярный, а  $L_2$  — конечный. Можно ли тогда утверждать, что язык  $L_1$  — регулярный?

**4.6.** Верно ли утверждение, что если языки  $L_1$  и  $L_1 \cdot L_2$  регулярные, то и  $L_2$  тоже регулярный?

**4.7.** Верно ли утверждение, что если  $L_1$  и  $L_2$  — нерегулярные языки, то и  $L_1 \cup L_2$  — нерегулярный язык?

**4.8.** Показать, что язык

$$L = \{\alpha \mid n_a(\alpha) = n_b(\alpha), \alpha \in \{a, b\}^*\}$$

не является регулярным.

**4.9.** Показать, что следующие языки не являются регулярными:

- a)  $L = \{ a^n b^l a^k \mid k \geq n + l \};$
- b)  $L = \{ a^n b^l a^k \mid k \neq n + l \};$
- c)  $L = \{ a^n b^l a^k \mid k \neq l \text{ или } n = l \};$
- d)  $L = \{ a^n b^l \mid n \leq l \};$
- e)  $L = \{ \alpha \mid n_a(\alpha) \neq n_b(\alpha), \alpha \in \{a, b\}^* \};$
- f)  $L = \{ \alpha \alpha \mid \alpha \in \{a, b\}^* \}.$

**4.10.** Показать, что для любых регулярных языков  $L_1$  и  $L_2$  существует алгоритм для определения, является ли  $L_1$  подмножеством языка  $L_2$ .

**4.11.** Пусть  $L$  — регулярный язык в алфавите  $\{a, b\}$ . Показать, что существует алгоритм для определения, содержит ли  $L$  строки чётной длины.

**4.12.** Построить алгоритм для определения, содержит ли регулярный язык  $L$  бесконечное множество строк чётной длины.



## § 5. Контекстно-свободные языки и грамматики

**5.1.** Построить все сентенциальные формы для грамматики с productions:

$$S \rightarrow A+B \mid B+A$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

**5.2.** Какой язык порождается грамматикой с productions:

a)  $S \rightarrow ACA$

$$C \rightarrow + \mid -$$

$$A \rightarrow a \mid b$$

b)  $S \rightarrow aBb \mid \varepsilon$

$$B \rightarrow cSc$$

c)  $S \rightarrow 1B$

$$B \rightarrow B0 \mid 1$$

d)  $S \rightarrow A \mid SA \mid SB$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

**5.3.** Эквивалентны ли грамматики:

$$S \rightarrow AB$$

и

$$S \rightarrow AS \mid SB \mid AB$$

$$A \rightarrow a \mid Aa$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b \mid Bb$$

$$B \rightarrow b$$

**5.4.** Построить КС-грамматику, эквивалентную грамматике с правилами:

$$S \rightarrow aAb$$

$$aA \rightarrow aaAb$$

$$A \rightarrow \varepsilon$$

**5.5.** Построить регулярную грамматику, эквивалентную грамматике с правилами:

$$\begin{aligned} \text{a) } S &\rightarrow A \mid AS \\ A &\rightarrow a \mid bb \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } S &\rightarrow A.A \\ A &\rightarrow B \mid BA \\ B &\rightarrow 0 \mid 1 \end{aligned}$$

**5.6.** Дана грамматика с правилами:

$$\begin{aligned} \text{a) } S &\rightarrow S0 \mid S1 \mid D0 \mid D1 \\ D &\rightarrow H. \\ H &\rightarrow 0 \mid 1 \mid H0 \mid H1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } S &\rightarrow \text{if } B \text{ then } S \mid B = E \\ E &\rightarrow B \mid B + E \\ B &\rightarrow a \mid b \end{aligned}$$

Построить восходящим и нисходящим методами дерево вывода для строки:

- a) 10.1001;
- b) if a then b = a+b+b.

**5.7.** Написать КС-грамматику для языка

$$L = \{a^{2n}b^m c^{2k} \mid m = n+k, m > 1\},$$

построить дерево вывода и левосторонний вывод для строки *aabbbccccc*

**5.8.** Построить грамматику, порождающую сбалансированные относительно круглых скобок строки в алфавите  $\{a, (, ), \perp\}$ . Сбалансированную строку  $\alpha$  определим рекурсивно так: строка  $\alpha$  сбалансирована, если

- a)  $\alpha$  не содержит скобок,
- b)  $\alpha = (\alpha_1)$  или  $\alpha = \alpha_1\alpha_2$ , где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  сбалансированы.

**5.9.** Написать КС-грамматику, порождающую язык

$$L = \{1^n 0^m 1^p \mid n+p > m; n, p, m > 0\},$$

и построить вывод для строки 110000111 в этой грамматике.

**5.10.** Привести пример грамматики, все правила которой имеют вид  $A \rightarrow Ba$ , либо  $A \rightarrow aB$ , либо  $A \rightarrow a$ , для которой не существует эквивалентной регулярной грамматики.

**5.11.** Показать, что грамматика

$$E \rightarrow E+E \mid E * E \mid (E) \mid a$$

неоднозначна. Как описать этот же язык с помощью однозначной грамматики?

**5.12.** Показать, что наличие в КС-грамматике правил вида

a)  $A \rightarrow AA \mid \alpha$

b)  $A \rightarrow A\alpha A \mid \beta$

c)  $A \rightarrow \alpha A \mid A\beta \mid \gamma$ ,

где  $\alpha, \beta, \gamma \in (T \cup N)^*$ ,  $A \in N$ , делает ее неоднозначной.

**5.13.** Показать, что КС-грамматика  $G$  неоднозначна.

$G:$   $S \rightarrow abC \mid aB$

$$B \rightarrow bc$$

$$C \rightarrow bc$$

**5.14.** Пусть  $G$  — КС-грамматика, имеющая продукции вида:

$$S \rightarrow AS \mid BS \mid a$$

$$A \rightarrow BB \mid a$$

$$B \rightarrow AA \mid b$$

Составить систему определяющих уравнений, решению которой соответствует  $L(G)$ , и найти все  $\alpha \in L(G)$  такие, что  $|\alpha| \leq 5$ .

## **§ 6. Преобразования КС-грамматик и нормальные формы**

**6.1.** Преобразовать следующие КС-грамматики к нормальной форме Хомского:

a)  $S \rightarrow 0S1 \mid 01;$

b)  $S \rightarrow aB \mid bA$

$A \rightarrow aS \mid bAA \mid a$

$B \rightarrow bS \mid aBB \mid b;$

c)  $S \rightarrow aAB \mid BA$

$A \rightarrow BBB \mid a$

$B \rightarrow AS \mid b.$

**6.2.** Пусть  $G = \{N, T, P, S\}$  — КС-грамматика в нормальной форме Хомского, вывод  $S \xrightarrow[G]{k} \omega$  является минимальным и  $|\omega| = n$ , где  $\omega \in T^*$ . Оценить  $k$ .

**6.3.** Определить КС-грамматику в нормальной форме Хомского, порождающую язык, все строки которого — арифметические выражения над множеством  $\{a, b, c\}$ .

**6.4.** Преобразовать следующие КС-грамматики к нормальной форме Грейбах:

a)  $S \rightarrow B \mid BA$

$A \rightarrow +B \mid +BA$

$B \rightarrow D \mid DC$

$C \rightarrow *D \mid *DC$

$D \rightarrow (S) \mid a$

b)  $A \rightarrow AaB \mid BB \mid b$

$B \rightarrow aA \mid BAa \mid Bd \mid c$

c)  $S \rightarrow Ba \mid Ab$

$A \rightarrow Sa \mid AAb \mid a$

$B \rightarrow Sb \mid BBa \mid b$

d)  $S \rightarrow AB$

$A \rightarrow BS \mid b$

$B \rightarrow SA \mid a$

**6.5.** Построить  $\varepsilon$ -свободные КС-грамматики, эквивалентные с точностью до  $\varepsilon$  следующим грамматикам:

a)  $S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \varepsilon$

$$\text{b) } S \rightarrow ABC$$

$$A \rightarrow BB \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow CC \mid a$$

$$C \rightarrow AA \mid b$$

$$\text{c) } S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow C \mid ab$$

$$C \rightarrow c \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow aAa$$

**6.6.** Пусть КС-грамматика имеет продукции:

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow SA \mid BB \mid bB$$

$$B \rightarrow b \mid aA \mid \varepsilon$$

Определить КС-грамматику, которая была бы эквивалентна исходной, но имела бы единственную  $\varepsilon$ -продукцию вида  $S \rightarrow \varepsilon$ .

## § 7. Магазинные автоматы и КС-языки

**7.1.** Пусть входная строка имеет вид 012345. Определить, какая из следующих строк может быть получена в результате последовательного выполнения операций занесения в стек и извлечения из стека:

- 1) 543210;
- 2) 534210;
- 3) 431250;
- 4) 415320;
- 5) 542301.

**7.2.** Пусть  $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$  и пусть  $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \{A, 0\}, \theta, q_0, A, \{q_0\})$  — недетерминированный магазинный автомат (НМА), где

$$\theta(q_0, 0, A) = \{(q_0, 0A)\}$$

$$\theta(q_1, 0, 0) = \{(q_1, 00)\}$$

$$\theta(q_2, 1, 0) = \{(q_2, \varepsilon)\}$$

$$\theta(q_2, \varepsilon, A) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

Показать, что все строки из  $L$  распознаются  $M$ , т. е.  $L \subseteq L(M)$ .

**7.3.** Пусть  $L = \{\alpha\alpha^{-1} \mid \alpha \in \{a, b\}^+\}$  и пусть дан НМА

$M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{A, a, b\}, \theta, q_0, A, \{q_2\})$ , где

$$\theta(q_0, a, A) = \{(q_0, aA)\}$$

$$\theta(q_0, b, A) = \{(q_0, bA)\}$$

$$\theta(q_0, a, a) = \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\}$$

$$\theta(q_0, a, b) = \{(q_0, ab)\}$$

$$\theta(q_0, b, a) = \{(q_0, ba)\}$$

$$\theta(q_0, b, b) = \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}$$

$$\theta(q_1, a, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$\theta(q_1, b, b) = \{(q_1, \varepsilon)\}$$

$$\theta(q_1, \varepsilon, A) = \{(q_2, \varepsilon)\}$$

Показать, что  $L \subseteq L(M)$ .

**7.4.** Построить НМА, принимающий язык  $L$ , порождаемый грамматикой, продукции которой имеют вид:

- |   |  |
|---|--|
| 1) $S \rightarrow aSb \mid \varepsilon$ ; | 4) $S \rightarrow aA \mid aBB$         |
| 2) $S \rightarrow AS \mid b$              | $A \rightarrow Ba \mid Sb$             |
| $A \rightarrow SA \mid a$ ;               | $B \rightarrow bAS \mid \varepsilon$ . |
| 3) $S \rightarrow SS \mid A$              |  |
| $A \rightarrow 0A1 \mid S \mid 01$ ;      |  |

**7.5.** Пусть  $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{A_1, A_2\}, \theta, q_0, A_1, \{q_2\})$  — НМА, где

$$\begin{aligned}\theta(q_0, a, A_1) &= \{(q_1, A_2 A_1)\} \\ \theta(q_0, a, A_2) &= \{(q_1, A_2 A_2)\} \\ \theta(q_1, a, A_2) &= \{(q_0, A_2 A_2)\} \\ \theta(q_1, \varepsilon, A_2) &= \{(q_2, A_2)\} \\ \theta(q_2, b, A_1) &= \{(q_2, \varepsilon)\}\end{aligned}$$

Построить грамматику  $G$ , порождающую  $L(M)$ , т. е. такую, для которой  $L(G) = L(M)$ .

**7.6.** Построив соответствующие детерминированные магазинные автоматы (ДМА), показать с их помощью, что  $L_1$  и  $L_2$  — детерминированные языки:

- 1)  $L_1 = \{\alpha c \alpha^{-1} \mid \alpha \in \{a, b\}^*\}$ ;
- 2)  $L_2 = \{a^i b^j \mid j > i\}$ .

**7.7.** Пусть НМА  $M = (Q, T, V, \theta, q_0, A_1, F)$  принимает язык  $L(M) \subset T^*$ , где

$$L(M) = \{\alpha \mid \text{существует } q \in Q \text{ такое, что } (q, \varepsilon) \in \theta(q_0, \alpha, A_1)\}.$$

Показать, что  $L(M)$  — контекстно-свободный язык.

**7.8.** Пусть  $L$  — детерминированный язык. Показать, что  $L_{\min} = \{\alpha \mid \alpha \in L \text{ и не существует } \beta \in L - \text{собственного префикса } \alpha\}$  — детерминированный язык.

**7.9.** Показать, что

1)  $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ и } j \neq k\}$  не является контекстно-свободным языком;

2)  $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ или } j = k\}$  не является детерминированным языком.

**7.10.** Пусть  $L_1 = \{a^i b^i c^k \mid i \geq 0, k \geq 0\}$ ,  
 $L_2 = \{a^i b^k c^k \mid i \geq 0, k \geq 0\}$ .

1) доказать, что  $L_1$  и  $L_2$  — детерминированные языки;

2) показать, что следующие языки не являются детерминированными:

а)  $L_1 \cup L_2$ ;

б)  $L_1 \cap L_2$ .

**7.11.** Пусть  $L$  — детерминированный язык,  $R$  — регулярный язык. Доказать, что  $L \cap R$  — детерминированный язык.

**7.12.** Показать, что любой детерминированный контекстно-свободный язык может быть принят некоторым ДМА таким, что ни на одном из тактов работы автомат не осуществляет извлечения из стека более двух символов.



## § 8. Свойства контекстно-свободных языков

**8.1.** Пусть  $L_1, L_2$  — контекстно-свободные (КС) языки.

Доказать, что:

- a)  $L_1 \cup L_2$  — КС-язык;
- b)  $L_1 L_2$  — КС-язык.

**8.2.** Пусть  $L$  — КС-язык.

Доказать, что:

- a)  $L^*$  — КС-язык;
- b)  $L^{-1} = \{\alpha^{-1} \mid \alpha \in L\}$  — КС-язык.

**8.3.** Выяснить, какие из приведенных ниже языков не являются КС-языками:

- 1)  $\{a^i b^j c^k \mid 0 \leq i < j < k\}$ ;
- 2)  $\{a^i b^j c^k \mid 0 \leq i = j = k\}$ ;
- 3)  $\{a^i b^j c^k \mid 0 \leq i = j, k \geq 0, i \neq k\}$ ;
- 4)  $\{a^i b^j c^k \mid 0 \leq i = j, k \geq 0\}$ .

**8.4.** Пусть  $L_1, L_2$  — КС-языки. Показать, что  $L_1 \cap L_2$  не всегда является КС-языком.

**8.5.** Пусть  $L$  — КС-язык,  $L \subset T^*$ . Показать, что  $\bar{L} = T^* \setminus L$  не всегда является КС-языком.

**8.6.** Язык называется *распознаваемым*, если существует алгоритм, который за конечное число шагов позволяет получить ответ о принадлежности любой строки языку. Если число шагов зависит от длины строки и может быть оценено до выполнения алгоритма, язык называется *легко распознаваемым*. Доказать, что КС-язык, порождаемый неукорачивающей грамматикой, легко распознаваем.

**8.7.** Нетерминальный символ  $A \in N$  — *циклический*, если в КС-грамматике существует вывод

$$A \Rightarrow^* \xi_1 A \xi_2.$$

*КС-грамматика* называется *циклической*, если в ней имеется хотя бы один циклический символ.

Доказать, что нециклическая КС-грамматика порождает конечный язык.

**8.8.** Показать, что условие цикличности КС-грамматики не является достаточным условием бесконечности порождаемого ею языка.

**8.9.** *Циклический символ* называется *эффективным*, если  $A \Rightarrow^* \alpha A \beta$ , где  $|\alpha A \beta| > 1$ ; иначе циклический символ называется *фиктивным*.

Доказать, что язык, порождаемый циклической приведенной КС-грамматикой, содержащей хотя бы один эффективный циклический символ, бесконечен.

## § 9. Синтаксический анализ и трансляция языков

9.1. Дана регулярная грамматика с правилами:

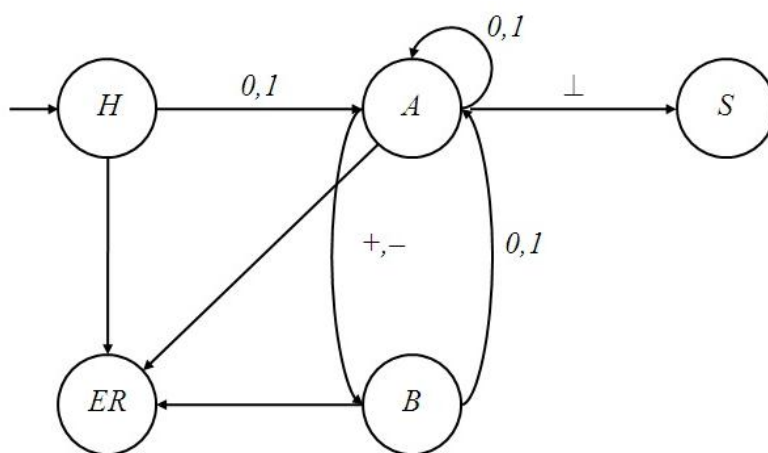
$S \rightarrow S0 \mid S1 \mid P0 \mid P1.$

$P \rightarrow N.$

$N \rightarrow 0 \mid 1 \mid N0 \mid N1.$

Построить по ней диаграмму состояний ДС и использовать ДС для разбора строк: 11.010, 0.1, 01., 100. Какой язык порождает эта грамматика?

9.2. Дана ДС:



- а) осуществить разбор строк 1011, 10+011 и 0–101+1;
- б) восстановить регулярную грамматику, по которой была построена данная ДС;
- с) какой язык порождает полученная грамматика?

9.3. Построить регулярную грамматику, порождающую язык

$L = \{(abb)^k \perp \mid k \geq 1\},$

по ней построить ДС, а затем по ДС написать на Си анализатор для этого языка.

9.4. Построить ДС, по которой в заданном тексте, оканчивающемся на  $\perp$ , выявляются все парные комбинации  $\langle \rangle$ ,  $\langle =$  и  $\rangle =$  и подсчитывается их общее количество.

9.5. Дана регулярная грамматика:

$$S \rightarrow A \perp$$

$$A \rightarrow Ab \mid Bb \mid b$$

$$B \rightarrow Aa$$

Определить язык, который она порождает; построить ДС; написать на Си анализатор.

**9.6.** Написать на Си анализатор, выделяющий из текста вещественные числа без знака (они определены, как в Паскале) и преобразующий их из символьного представления в числовое.

**9.7.** Даны две грамматики  $G_1$  и  $G_2$ :

$$G_1: S \rightarrow 0C \mid 1B \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow 0B \mid 1C \mid \varepsilon$$

$$C \rightarrow 0C \mid 1C$$

$$D \rightarrow 0D \mid 1D$$

$$G_2: S \rightarrow 0D \mid 1B$$

$$B \rightarrow 0C \mid 1C$$

$$C \rightarrow 0D \mid 1D \mid \varepsilon$$

и порождаемые ими языки:  $L_1 = L(G_1)$ ,  $L_2 = L(G_2)$ .

Построить регулярную грамматику:

a) для  $L_1 \cup L_2$ ,

b)  $L_1 \cap L_2$ .

Если разбор по ней оказался недетерминированным, найти эквивалентную ей грамматику, допускающую детерминированный разбор.

**9.8.** Написать левوليнейную регулярную грамматику, эквивалентную данной праволинейной, допускающую детерминированный разбор.

$$a) S \rightarrow 0S \mid 0B$$

$$B \rightarrow 1B \mid 1C$$

$$C \rightarrow 1C \mid \perp$$

$$b) S \rightarrow aA \mid aB \mid bA$$

$$A \rightarrow bS$$

$$B \rightarrow aS \mid bB \mid \perp$$

$$c) S \rightarrow aB$$

$$B \rightarrow aC \mid aD \mid dB$$

$$C \rightarrow aB$$

$$D \rightarrow \perp$$

$$d) S \rightarrow 0B$$

$$B \rightarrow 1C \mid 1S$$

$$C \rightarrow \perp$$

**9.9.** Для данной грамматики  $G$ :

- a) определить ее тип;
- b) найти язык, который она порождает;
- c) написать регулярную грамматику, почти эквивалентную данной;
- d) построить ДС и анализатор на Си.

$$\begin{aligned}
 G: \quad S &\rightarrow 0S \mid S0 \mid D \\
 D &\rightarrow DD \mid 1A \mid \varepsilon \\
 A &\rightarrow 0B \mid \varepsilon \\
 B &\rightarrow 0A \mid 0
 \end{aligned}$$

**9.10.** Написать анализатор по следующей грамматике:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } S \rightarrow C\perp & \text{b) } S \rightarrow C\perp \\
 B \rightarrow B1 \mid 0 \mid D0 & C \rightarrow B1 \\
 C \rightarrow B1 \mid C1 & B \rightarrow 0 \mid D0 \\
 D \rightarrow D0 \mid 0 & D \rightarrow B1
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } S &\rightarrow A0 \\
 A &\rightarrow A0 \mid S1 \mid 0
 \end{aligned}$$

**9.11.** Грамматика  $G$  определяет язык  $L = L_1 \cup L_2$ , причем  $L_1 \cap L_2 = \emptyset$ . Написать регулярную грамматику  $G_1$ , которая порождает язык  $L_1 \cdot L_2$ . Для нее построить ДС и анализатор.

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow 0A \mid 1S \\
 A &\rightarrow 0A \mid 1B \\
 B &\rightarrow 0B \mid 1B \mid \perp
 \end{aligned}$$

**9.12.** Даны две грамматики  $G_1$  и  $G_2$ , порождающие языки  $L_1$  и  $L_2$ . Построить регулярные грамматики

- a) для  $L_1 \cup L_2$
- b)  $L_1 \cap L_2$
- c)  $L_1 \cdot L_2$

$$\begin{aligned}
 G_1: \quad S &\rightarrow 0B \mid 1S \\
 B &\rightarrow 0C \mid 1B \mid \varepsilon \\
 C &\rightarrow 0B \mid 1S
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_2: \quad S &\rightarrow B\perp \\
 A &\rightarrow B1 \mid 0 \\
 B &\rightarrow A1 \mid C1 \mid B0 \mid 1 \\
 C &\rightarrow A0 \mid B1
 \end{aligned}$$

Для грамматики b) построить ДС и анализатор.

**9.13.** По данной грамматике  $G_1$  построить регулярную грамматику  $G_2$  для языка  $L_1 \cdot L_1$ , где  $L_1 = L(G_1)$ ; по грамматике  $G_2$  — ДС и анализатор.

$$G_1: S \rightarrow 0S \mid 0B$$

$$B \rightarrow 1B \mid 1C$$

$$C \rightarrow 1C \mid \varepsilon$$

**9.14.** Написать регулярную грамматику, порождающую язык:

a)  $L = \{\omega \perp \mid \omega \in \{0,1\}^*, \text{ где за } 1 \text{ непосредственно следует } 0\}$ ;

b)  $L = \{1\omega 1\perp \mid \omega \in \{0,1\}^+, \text{ где между вхождениями } 1 \text{ нечетное количество } 0\}$ ; по ней построить ДС, а по ДС написать на Си анализатор.

**9.15.** Построить лексический блок (преобразователь) для кода Морзе. Входом служит последовательность «точек», «тире» и «пауз», например

...-. .- ...-  $\perp$ .

Выходом являются соответствующие буквы, цифры и знаки пунктуации. Особое внимание обратить на организацию таблицы.

**9.16.** Написать на Си анализатор, действующий методом рекурсивного спуска, для грамматики:

a)  $S \rightarrow E\perp$

$$E \rightarrow () \mid (E \{, E\}) \mid A$$

$$A \rightarrow a \mid b$$

b)  $S \rightarrow P := E \mid \text{if } E \text{ then } S \mid \text{if } E \text{ then } S \text{ else } S$

$$P \rightarrow I \mid I(e)$$

$$E \rightarrow T \{+T\}$$

$$T \rightarrow F \{*F\}$$

$$F \rightarrow P \mid (E)$$

$$I \rightarrow a \mid b$$

c)  $S \rightarrow \text{type } I = T \{; I = T\} \perp$

$$T \rightarrow \text{int} \mid \text{record } I: T \{; I: T\} \text{ end}$$

$$I \rightarrow a \mid b \mid c$$

$$d) S \rightarrow P = E \mid \text{while } E \text{ do } S$$

$$P \rightarrow I \mid I (E \{, E\})$$

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow P \mid (E)$$

**9.17.** Написать для заданной грамматики процедуры анализа методом рекурсивного спуска, предварительно преобразовав ее.

$$a) S \rightarrow E \perp$$

$$E \rightarrow E+T \mid E-T \mid T$$

$$T \rightarrow T*P \mid P$$

$$P \rightarrow (E) \mid I$$

$$I \rightarrow a \mid b \mid c$$

$$N \rightarrow 2 \mid 3 \mid 4$$

$$b) S \rightarrow E \perp$$

$$E \rightarrow E+T \mid E-T \mid T$$

$$T \rightarrow T*F \mid T/F \mid F$$

$$F \rightarrow I \mid I^N \mid (E)$$

$$I \rightarrow a \mid b \mid c \mid d$$

$$c) F \rightarrow \text{function } I(I) S; I:=E \text{ end}$$

$$S \rightarrow ; I:=E S \mid \varepsilon$$

$$E \rightarrow E*I \mid E+I \mid I$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow P \mid (E)$$

$$d) S \rightarrow P:=E \mid \text{while } E \text{ do } S$$

$$P \rightarrow I \mid I (E \{, E\})$$

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

**9.18.** Предложить алгоритм, использующий введенные ранее преобразования, позволяющий в некоторых случаях получить грамматику, к которой применим метод рекурсивного спуска.

**9.19.** Какой язык порождает заданная грамматика? Провести анализ строки  $(a,(b,a),(a,(b)),b)\perp$ .

$$S \rightarrow \langle k = 0 \rangle E \perp$$

$$E \rightarrow A \mid (\langle k=k+1; \text{if } (k == 3) \text{ ERROR();} \rangle E \{, E\}) \langle k = k-1 \rangle$$

$$A \rightarrow a \mid b$$

**9.20.** Дана грамматика, описывающая строки в алфавите  $\{0, 1, 2, \perp\}$ :

$$S \rightarrow A \perp$$

$$A \rightarrow 0A \mid 1A \mid 2A \mid \varepsilon$$

Дополнить эту грамматику действиями, исключающими из языка все строки, содержащие подстроки 002.

**9.21.** Дана грамматика, описывающая строки в алфавите  $\{a, b, c, \perp\}$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A\perp \\ A &\rightarrow aA \mid bA \mid cA \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Дополнить эту грамматику действиями, исключающими из языка все строки, в которых не выполняется хотя бы одно из условий:

- 1) в строку должно входить не менее трех букв  $c$  ;
- 2) если встречаются подряд две буквы  $a$ , то за ними обязательно должна идти буква  $b$ .

**9.22.** Дана грамматика, описывающая строки в алфавите  $\{0, 1\}$ :

$$S \rightarrow 0S \mid 1S \mid \varepsilon$$

Дополнить эту грамматику действиями, исключающими из языка любые строки, содержащие подстроку 101.

**9.23.** Написать КС-грамматику с действиями для порождения языка

$$L = \{a^m b^n c^k \mid m+k = n \text{ либо } m-k = n\}.$$

**9.24.** Написать КС-грамматику с действиями для порождения языка

$$L = \{1^n 0^m 1^p \mid n+p > m, \quad m \geq 0\}.$$

**9.25.** Дана грамматика с семантическими действиями:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \langle A = 0; B = 0 \rangle L \{L\} \langle \text{if } (A > 5) \text{ ERROR()} \rangle \perp \\ L &\rightarrow a \langle A = A+1 \rangle \mid b \langle B = B+1; \text{if } (B > 2) \text{ ERROR()} \rangle \mid c \langle \text{if } (B == 1) \text{ ERROR()} \rangle \end{aligned}$$

Какой язык описывает эта грамматика?

**9.26.** Дана грамматика:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow E\perp \\ E &\rightarrow () \mid (E \{, E\}) \mid A \end{aligned}$$



$$A \rightarrow a \mid b$$

Вставить в заданную грамматику действия, контролирующие соблюдение следующих условий:

- 1) уровень вложенности скобок не больше четырех;
- 2) на каждом уровне вложенности происходит чередование скобочных и бесскобочных элементов.

**9.27.** Пусть в языке  $L$  есть переменные и константы целого, вещественного и логического типов, а также есть оператор цикла

$$S \rightarrow \text{for } I = E \text{ step } E \text{ to } E \text{ do } S.$$

Включить в это правило вывода действия, проверяющие выполнение следующих ограничений:

- 1) тип  $I$  и всех вхождений  $E$  должен быть одинаковым;
- 2) переменная логического типа недопустима в качестве параметра цикла.

Для каждой используемой процедуры привести ее текст на Си.

**9.28.** Дана грамматика

$$P \rightarrow \text{program } D; \text{ begin } S \{ ; S \} \text{ end}$$

$$D \rightarrow \text{var } D' \{ ; D' \}$$

$$D' \rightarrow I \{ , I \} : \text{record } I: R \{ ; I: R \} \text{ end} \mid I \{ , I \} : R$$

$$R \rightarrow \text{int} \mid \text{bool}$$

$$S \rightarrow I := E \mid I.I := E$$

$$E \rightarrow T \{ + T \}$$

$$T \rightarrow F \{ * F \}$$

$$F \rightarrow I \mid (E) \mid I.I \mid N \mid L,$$

где  $I$  — идентификатор,  $N$  — целая константа,  $L$  — логическая константа.

Вставить в заданную грамматику действия, контролирующие соблюдение следующих условий:

- 1) все переменные, используемые в выражениях и операторах присваивания, должны быть описаны, и только один раз;
- 2) тип левой части оператора присваивания должен совпадать с типом его правой части.

**Замечание:** а) все записи считаются переменными различных типов (даже если они имеют одинаковую структуру);  
б) допускается присваивание записей.

**9.29.** Представить в ПОЛИЗе следующие выражения:

- а)  $a+b-c$
- б)  $a*b+c/a$
- в)  $a/(b+c)*a$
- г)  $(a+b)/(c+a*b)$
- д)  $a \text{ and } b \text{ or } c$
- е)  $\text{not } a \text{ or } b \text{ and } a$
- ж)  $x+y=x/y$
- з)  $(x*x+y*y < 1) \text{ and } (x > 0)$

**9.30.** Для следующих выражений в ПОЛИЗе дать обычную инфиксную запись:

- а)  $ab*c$
- б)  $abc*/$
- в)  $ab+c*$
- г)  $ab+bc-/a+$
- д)  $a \text{ not } b \text{ and not}$
- е)  $abca \text{ and or and}$
- ж)  $2x+2x*<$

**9.31.** Используя стек, вычислить следующие выражения в ПОЛИЗе:

- а)  $xy*xy/+$  при  $x = 8, y = 2$ ;
- б)  $a^2+b/b^4*+$  при  $a = 4, b = 3$ ;
- в)  $ab \text{ not and } a \text{ or not}$  при  $a = b = \text{true}$ ;
- г)  $xy*0 > y^2x- < \text{and}$  при  $x = y = 1$ .

**9.32.** Записать в ПОЛИЗе следующие операторы языка Си и, используя стек, выполнить их при указанных начальных значениях переменных:

- а) `if (x != y) x = x+1;` при  $x = 3$ ;
- б) `if (x > y) x = y; else y = x;` при  $x = 5, y = 7$ ;
- в) `while (b > a) {b = b-a;};` при  $a = 3, b = 7$ ;

d) do {x = y; y = 2;} while (y > 9);    при y = 2;  
 e) S = 0; for (i = 1; i <= k; i = i + 1) {S = S + i\*i;}    при k = 3;  
 f) switch (k)  
   {  
     case 1: a = not a; break;  
     case 2: b = a or not b;  
     case 3: a = b;  
   }  
   при k = 2, a = b = false.

**9.33.** Используя стек, выполнить следующие действия, записанные в ПОЛИЗе, при x = 9, y = 15 (считаем, что элементы ПОЛИЗа перенумерованы с 1).

z, x, y, \*, :=, x, y, <>, 30, !F, x, y, <, 23, !F, y, y, x, -, :=, 6, !, x, x, y, -, :=, 6, !, z, z, x, /, :=

Описать заданные действия на Си, не используя оператор goto.

**9.34.** Записать в ПОЛИЗе следующие операторы Паскаля:

a) for I := E1 to E2 do S

b) case E of

  c1: S1;

  c2: S2;

  ....

  cn: Sn

end;

c) repeat S1; S2; ... ; Sn until B;

**9.35.** Записать в ПОЛИЗе следующие фрагменты программ на Паскале:

a) case k of

  1: begin a:=not(a or b and c); b:=a and c or b end;

  2: begin a:=a and (b or not c); b:= not a end;

  3: begin a:=b or c or not a; b:=b and c or a end

  end

b) S:=0; for i:=1 to N do

  begin d:=i\*2; a:=a+d\*((i-1)\*N+5)

  S:= -a\*d+S

  end

```
c) c:=a*b; while a<>b do
    if a<b then b:=b-a else a:=a-b;
    c:=c/a
```

**9.36.** Написать грамматику для выражений, содержащих переменные, знаки операций  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$  и скобки  $( )$ , где операции должны выполняться строго слева направо, но приоритет скобок сохраняется. Определить действия по переводу таких выражений в ПОЛИЗ.

**9.37.** Изменить приоритет операций отношения в М-языке (сделать его наивысшим). Построить соответствующую грамматику, отражающую этот приоритет. Написать синтаксический анализатор, обеспечить контроль типов, задать перевод в ПОЛИЗ.

**9.38.** Написать КС-грамматику, аналогичную данной,

$$E \rightarrow T \{+T\}$$

$$T \rightarrow F \{*F\}$$

$$F \rightarrow (E) \mid i$$

с той лишь разницей, что в новом языке будет допускаться унарный минус перед идентификатором, имеющий наивысший приоритет (например,  $a*-b+-c$  допускается и означает  $a*(-b)+(-c)$ ).

В созданную грамматику вставить действия по переводу такого выражения в ПОЛИЗ. Для каждой используемой процедуры привести ее текст на Си.

**9.39.** Дана грамматика, описывающая выражения:

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow +TE' \mid \varepsilon$$

$$T \rightarrow FT'$$

$$T' \rightarrow *FT' \mid \varepsilon$$

$$F \rightarrow PF'$$

$$F' \rightarrow ^PF' \mid \varepsilon$$

$$P \rightarrow (E) \mid i$$

Включить в эту грамматику действия по переводу этих выражений в ПОЛИЗ. Для каждой используемой процедуры привести ее текст на Си.

**9.40.** Написать грамматику для выражений, содержащих переменные, знаки операций  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ ,  $**$  и скобки  $(, )$  с обычным приоритетом операций и скобок. Включить в эту грамматику действия по переводу этих выражений в префиксную запись (операции предшествуют операндам). Предложить интерпретатор префиксной записи выражений.

**9.41.** В грамматику, описывающую выражения, включить действия по переводу выражений из инфиксной формы (операция между операндами) в функциональную запись.

Например,

$$a+b \implies + (a, b)$$

$$a+b*c \implies + (a, * (b, c))$$

**9.42.** Построить регулярную грамматику для языка  $L_1$ , вставить в нее действия по переводу  $L_1$  в  $L_2$ .

$$L_1 = \{1^m 0^n \mid n, m > 0\}$$

$$L_2 = \{1^{m-n} \mid \text{если } m > n; 0 \mid \text{если } m < n; \varepsilon \mid \text{если } m=n\}.$$

(Эта задача аналогична задаче выдачи сообщений об ошибке в балансе скобок.)

**9.43.** В регулярную грамматику для языка  $L_1$  вставить действия по переводу строк языка  $L_1$  в соответствующие строки языка  $L_2$ .

$$L_1 = \{1^n 0^m \mid m, n > 0\}$$

$$L_2 = \{1^m 0^{n+m} \mid m, n > 0\}$$

**9.44.** Построить регулярную грамматику для языка  $L_1$ , вставить в нее действия по переводу строк языка  $L_1$  в соответствующие строки языка  $L_2$ .

$L_1 = \{b_i \mid b_i = (i)_2, \text{ то есть } b_i \text{ — это двоичное представление числа } i \in \mathbb{N}\}$

$$L_2 = \{(b_{i+1})^R \mid b_{i+1} = (i+1)_2, \omega^R \text{ — перевернутая строка } \omega\}$$

**9.45.** Построить грамматику, описывающую целые двоичные числа (допускаются незначащие нули). Вставить в нее действия по переводу этих целых чисел в четверичную систему счисления.

## *Литература*

1. Грис, Д. Конструирование компиляторов для цифровых вычислительных машин / Д. Грис. — М. : Мир, 1975.
2. Льюис, Ф. Теоретические основы проектирования компиляторов / Ф. Льюис, Д. Розенкранц, Р. Стирнз. — М. : Мир, 1979.
3. Ахо, А. Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции / А. Ахо, Дж. Ульман. — М. : Мир, 1979. — Т. 1, 2.
4. Фостер, Дж. Автоматический синтаксический анализ / Дж. Фостер. — М. : Мир, 1975.
5. Лебедев, В. Н. Введение в системы программирования / В. Н. Лебедев. — М. : Статистика, 1975.
6. Волкова, И. А. Формальные грамматики и языки : Элементы теории трансляции : учеб. пособие для студентов II курса / И. А. Волкова Т. В. Руденко. — М. : МГУ, 1996.
7. Хопкрофт, Дж. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений / Дж. Хопкрофт, Р. Мотвани, Дж. Ульман. — М. ; СПб. ; Киев, 2002.
8. Соколов, В. А. Формальные языки и грамматики : курс лекций / В. А. Соколов. — Ярославль : ЯрГУ, 2003.
9. Рейуорд-Смит, В. Дж. Теория формальных языков : Вводный курс / В. Дж. Рейуорд-Смит. — М. : Радио и связь, 1988.
10. Гордеев, А. В. Системное программное обеспечение / А. В. Гордеев, А. Ю. Молчанов. — СПб. : Питер, 2001.

## Приложение

Данное приложение посвящено книге В. Дж. Рейуорда-Смита «Теория формальных языков. Вводный курс». В ней неплохо изложен материал семестрового курса по формальным грамматикам. К сожалению, книга изобилует опечатками и неточностями. В приложении последовательно описаны поправки к тексту книги. Надеемся, что ошибок будет существенно меньше.

Материал расположен в соответствии с главами книги. При описании ошибочного места указывается номер страницы, номер абзаца на странице (подразумевается отсчет сверху), номер строки в абзаце. При этом обычно сразу приводится правильный текст. Если необходимо, то вставляемый или исправляемый текст выделяется ПРОПИСНЫМИ буквами.

### Глава 1

С. 16, абз. 5

Неточное определение счетного множества (приведенная формулировка соответствует перечислимому множеству). Точная формулировка — в примечании редактора.

С. 17, абз. 2 (снизу)

Здесь не совсем корректная формулировка. Утверждение 2) верно не только для конечных, но и для бесконечных счетных множеств. Аналогично, если под счетностью понимается не только конечность множеств, то в последней строке данного абзаца надо вместо слова «счетно» поставить «не более чем счетно».

С. 18, абз. 1

Отношение  $L$  соответствует общепринятому понятию «стро-го МЕНЬШЕ, чем»

$$L = \{(a, b) \mid a, b \in A \text{ и } a < b\}$$

С. 19, абз. 1

В теореме говорится о разбиении на КОНЕЧНОЕ число классов, хотя возможно и бесконечное разбиение. Пример: отношение «равно» на множестве счетных чисел.

С. 19, абз. 1 (снизу)

В симметричном замыкании элемент (2,2) надо заменить на (2,1).

С. 20, абз. 1 (снизу), строка 2

Здесь полезно уточнить: ... определенного на этом множестве БИНАРНОГО отношения.

С. 22, абз. 3, строка 2

Строка — это конечное УПОРЯДОЧЕННОЕ множество символов ...

С. 22, абз. 1 (снизу), строка 3

Вместо «объединение» более правильно использовать термин «конкатенация».

С. 23, абз. 4, строка 2

Слово «объединение» заменить на «конкатенация».

С. 23, абз. 1 (снизу), строка 1

Слово «объединение» заменить на «конкатенация».

С. 24, упр. 1.1

Надо читать: ... над алфавитом ...

С. 24, упр. 1.3

Надо читать: ... — бесконечно и счетно, если — произвольный ...

С. 24, упр. 1.7. в)

Здесь неверная формулировка: объединение транзитивных отношений не обязательно транзитивно.

С. 25, упр. 1.11

Полезно (для теоремы 5.8) доказать то же и для операции объединения множеств.



## Глава 2

С. 28, абз. 1

В выводе  $S \rightarrow \dots$  написан лишний шаг:  $aaaA$ .

С. 28, абз. 4, строка 2 (снизу)

Надо читать: ... объект  $S \in N$  ...

С. 29, абз. 1 (снизу), строка 3

Вместо  $A^*$  должно быть  $T^*$ .

С. 30, абз. 3, строка 1

Надо читать: Предлагаем читателю...

С. 30, заголовок

Здесь и везде ниже КОНТЕКСТНО-СВОБОДНЫЕ должно писаться через дефис.

С. 31, абз. 2, строка 2

Надо читать: ... то любая строка терминальных символов  $x \in L(G)$  может быть выведена из начального символа  $S$ .

С. 31, абз. 2, строка 6

Вместо «остальные его узлы» надо читать «ВНЕШНИЕ его узлы».

Там же, строка 2 (снизу)

Вместо « $m$  нетерминальным символам  $x_1, x_2, \dots, x_m$ » надо читать: « $m$  символам  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , где  $x_i \in N \cup T$ ».

С. 31, абз. 3, строка 2

Вместо  $a^3b^3$  должно быть  $a^3b^2$ .

С. 31, строка 3 (снизу)

Надо читать:  $\rightarrow aaaB$ .

С. 35, абз. 1 (снизу), строка 3

Надо читать:  $P'$ .

Там же, строка 5

...в  $P$  НЕ  $\varepsilon$ -продукции...

Там же, строка 6

... что  $A \xrightarrow[G]{+} \varepsilon$ , ...

Там же, строка 8

Неточная формулировка построения множества  $P'$ . Правильнее так: «Затем каждой продукции из  $P$ , содержащей в правой части  $\varepsilon$ -порождающие нетерминальные символы, поставим в соответствие множество всех продукций, получающихся из данной стиранием одного или более  $\varepsilon$ -порождающих символов, и добавим это множество продукций к  $P'$ ».

С. 36, лемма, строка 1

Здесь  $T^*$  надо заменить на  $T^+$ .

С. 36, доказательство, строка 4

... из  $A \xrightarrow[G]{*} x$  следует, что  $A \xrightarrow[G']{*} x$ .

С. 38, упр. 2.5

Надо читать:  $S \rightarrow aB \mid aBS \mid bAS \mid bA$ .

### Глава 3

С. 39, абз. 2, строка 6

Здесь лишнее слово: ПРОГРАММИРОВАНИЯ.

С. 40, абз. 1, строка 3

1) ЕСЛИ она ...  $S \rightarrow \varepsilon$ , ТО ни одна...

Там же, строка 4

Надо читать: ... не содержит  $V$  своей...

С. 40, абз. 2, строка 4

Надо читать: ...  $\varepsilon$ -свободной РЕГУЛЯРНОЙ грамматикой.

С. 40, абз. 4, грамматика

Здесь, по-видимому, надо пояснить, как появилась первая строка:  $S \rightarrow \varepsilon | aS_1 | aB$ . Если следовать рассуждениям в теореме 2.1 (с. 37), то добавляются такие productions:  $S \rightarrow \varepsilon | S_1$ , где  $S_1$  — старый начальный символ. В этом случае, очевидно, нарушается регулярность грамматики. Построить эквивалентную регулярную грамматику можно, заменив production  $S \rightarrow S_1$  на множество всех productions вида  $S \rightarrow \alpha$ , где  $S_1 \rightarrow \alpha \in P$ .

С. 41, абз. 3, строка 1

Надо читать:  $L^* = (L \setminus \{\varepsilon\})^+ \cup \{\varepsilon\}$ .

С. 47, абз. 1, конец строки 6

Надо читать: ...  $a \in T$ .

С. 47, абз. 2 (снизу), строка 2 (снизу)

Надо читать: ...  $M' = (K, T, t', k_1, P)$  ...

С. 48, абз. 1, строка 1

Надо читать: ...выбрать множество, СОСТОЯЩЕЕ ИЗ ВСЕХ ТАКИХ  $K' \subset K$ , ...

С. 49, абз. 2, строка 2

Утверждение «Без потери...  $K \cap T \neq \emptyset$ » бессмысленно, так как  $K$  содержит только нетерминальные, а  $T$  — терминальные символы.

С. 50, абз. 3, строка 3

Здесь просто пропущена запятая: ...  $S, \{*\}$  ...

С. 50, абз. 4, строка 1 (снизу)

Вместо слов «проходит ли... графа» надо читать: «заканчивается ли этот путь в конечном узле графа».

С. 50, формулировка теоремы 3.4, строка 2

Здесь лишний дефис после  $T^*$ .

С. 51, абз. 2, строка 2

Надо читать: ...  $L_1 \cap L_2 = \overline{\overline{L_1} \cup \overline{L_2}}$  ...

С. 51, абз. 5, строки 3, 4

Надо читать: ... Пусть  $\xrightarrow[\varepsilon]^*$  — рефлексивное и транзитивное замыкание ОТНОШЕНИЯ  $\xrightarrow[\varepsilon]$ . Тогда  $k \xrightarrow[\varepsilon]^* k' \sim (k = k' \text{ или } k \xrightarrow[\varepsilon]^+ k')$ , т. е. ...

С. 51, абз. 7, строка 3

Надо читать: ...  $k \in K$  ...

С. 51, строка 1 (снизу)

Надо читать:  $\hat{t} : K \dots$

С. 52, абз. 1 (снизу), строка 2

Вместо  $\hat{t}(K', ax)$  надо  $t(K', ax)$ .

Там же, строка 5

Надо:  $t(\{k_1\}, x)$ .

С. 53, абз. 1, строки 2, 3

Надо читать: ... где  $t'(k, a) = \hat{t}(k, a)$  и  $F' = F$  при  $R(k_1) \cap F = \emptyset$  и  $F' = F \cup \{k_1\}$  в противном случае. Недетерминированный конечный автомат  $M'$  ...

С. 53, упр. 3.2

Здесь вместо слов «регулярное множество» должны стоять слова «регулярный язык».

С. 53, упр. 3.4, строка 3

Надо читать: ... Определите ДЕТерминированный...

## Глава 4

С. 54, определение регулярных выражений

Всю формулировку пункта II надо заменить на следующую:

Если  $a \in T$ , то  $a$  — регулярное выражение, соответствующее множеству  $\{a\}$ .

Там же, пункт III, строка 3

В этой строке после слова «то» идет лишняя фраза «выражение ... ;».

С. 54, абз. 2 (снизу), строка 2

Надо читать: «... регулярный язык ЗАМКНУТ относительно...» Здесь имеется в виду, что класс всех регулярных языков замкнут относительно операции объединения, конкатенации и  $*$ .

С. 55, рис. 4.1

Здесь необходимо сделать некоторые пояснения к нарисованным автоматам. Рис. 4.1 а) соответствует первому из приведенных на с. 54 регулярному выражению. Рис. 4.1 в) — второму. Автоматы на рис. б) и в) близки по принимаемому языку, но не эквивалентны. Например, строка  $ab$  принимается первым и не принимается вторым. Регулярное выражение, соответствующее автомату на рис. б), выглядит так:  $(a^*ba^*b)^*b$ .

Автомат на рис. г) соответствует регулярному выражению:  $a + ab + (a + b)(a + b)^*ab = a + (1 + (a + b)(a + b)^*)ab = a + (a + b)^*ab$ .

С. 55, абз. 1, строка 4

Фраза «... два регулярных выражения эквивалентны, если...» на самом деле является определением. Кстати, здесь слово «множеству» надо заменить на слово «языку».

С. 56, доказательство т)

Рассуждения, начинающиеся со слов «Теперь найдется...», не совсем корректны. Более правильны следующие.

Итак,  $\forall k \geq 0 \quad Q = R^{k+1}Q + (R^k + \dots + 1)S$ . Рассмотрим множества, соответствующие  $Q$  и  $R^*S$ . Возьмем произвольную  $x \in R^*S = (\bigcup_{k \geq 0} R^k)S \rightarrow \exists n : x \in R^n S \rightarrow x \in R^{n+1}Q + (R^n + \dots + 1)S \rightarrow x \in Q$ .

Значит,  $R^*S \subseteq Q$ .

Обратно. Пусть  $x \in Q \rightarrow \forall k \geq 0 \quad x \in R^{k+1}Q$  или  $x \in (R^k + \dots + 1)S$ . Возьмем длину строки  $n = |x|$ . Известно, что

$1 \notin R \rightarrow \forall y \in R^{n+1}Q \quad |y| > n$ . Это означает, что

$x \notin R^{n+1}Q \rightarrow x \in (R^n + \dots + 1)S \rightarrow x \in R^*S$ , т. е.  $Q \subseteq R^*S$ .

Таким образом, доказано, что  $Q = R^*S$ .

С. 56, абз. 1 (снизу), строка 1

Надо читать: ... регулярный ЯЗЫК, тогда...

С. 57, абз. 4, строка 3 (снизу)

В соотношении  $T_{ij}^1 = \dots$  вместо  $+$  должно стоять  $\cup$ .

С. 57, абз. 2 (снизу), строка 1 (снизу)

Слова «эквивалентность этих строк» надо заменить словами «совпадение данных множеств».

С. 59, абз. 2, строка 4 (снизу)

Надо читать: ...  $\theta(k) = k' \rightarrow \theta(t(k, a)) = t'(k', a)$  для...

С. 59, абз. 3, строка 4

Надо читать: ... ний  $K = \dots$

С. 60, абз. 3, строки 2, 3

Надо читать: ...  $kD_1k' \Leftrightarrow kD_{i-1}k'$  ИЛИ существует...

С. 63, б)

Здесь неточно доказывается утверждение, которое фактически сформулировано в последнем предложении второго абзаца.

Достаточность данного утверждения вытекает из теоремы 4.4. Необходимость доказывается начиная с 4-й строки 1-го абзаца. При этом надо поправить, что в качестве  $w$  берется не «одна из», а МИНИМАЛЬНАЯ из строк длины не меньше  $n$ .

С. 63, абз. 3, строка 1 (снизу)

Вместо слова «докажем» надо читать «сформулируем».

С. 63, упр. 4.4, строка 1

Надо читать: ... языки — Нерегулярные...

## Глава 5

С. 65, абз.1, строка 1

Вместо «любому  $w \in T^+$ » надо читать: «любой строке  $w \in L(G)$  и  $w \neq \varepsilon$ ».

Там же, строка 6

Вместо слов «указанному...  $w$ » надо читать «некоторому терминальному символу».

С. 65, абз. 2, строка 3 (снизу)

Надо читать: ... для некоторой  $w'$  ...

С. 65, абз. 2 (снизу), строки 5–8

Вместо «Если число...» надо: «Число таких деревьев конечно, и ни одно из них не является деревом вывода строки терминальных символов тогда и только тогда, когда  $L(G) = \emptyset$ ».

С. 65, абз. 1 (снизу), строка 1

Слова «Тогда и только тогда» просто лишние.

С. 67, абз. 3 (снизу), строка 5

Надо читать: ... вида  $A \rightarrow B_1 B'_1$ , ...

С. 68, шаг 3, строка 2 (снизу)

Надо читать: получив, таким образом, эквивалентную  $G_2 \dots$

С. 69, абз. 2, строка 5

Надо читать: ... ТУ из них, у которой узел...

С. 71, абз. 2, строки 3, 4

Надо читать: ... язык  $L(G)$  БЕСконечен  $\Leftrightarrow L(G)$  содержит строку длины большей, чем  $l_1$ , И НЕ БОЛЬШЕЙ, ЧЕМ  $l_2$ .

Там же, строка 2 (снизу)

Надо читать: строка длины  $\geq |z| - l_2 > l_1$ .

С. 71, абз. 3, строка 4

Фраза «Чтобы убедиться в этом...» относится, по-видимому, к тому, как проверяется конечность языка  $L(G)$ .

С. 71, заголовок

Здесь и везде ниже надо читать: НОРМАЛЬНАЯ ФОРМА ГРЕЙБАХ.

С. 72, теорема 5.6, строка 5

Надо читать: ... символа  $A'$  и полной заменой продукций...

С. 72, абз. 2 (снизу), строка 2

Надо читать: ...  $a \in N^*$  ...

С. 76, примечание редактора

С этим примечанием трудно согласиться, ибо непонятно, что оно означает для бесконечных счетных множеств. Как правило, в подобных случаях под минимальным понимается такое множество (из данного класса), которое является подмножеством любого другого (из этого же класса).



## Глава 6

С. 82, абз. 1, строка 6

Эта строка просто лишняя.

С. 82, строка 3 (снизу)

Вместо последней скобки « } » надо « ) ».

С. 93, упр. 6.2

Надо читать:  $\dots \{a^i b^j \mid j > i\} \dots$

С. 93, упр. 6.4, строка 2

Надо читать:  $\dots \in t_N \dots$

С. 93, упр. 6.6

Надо читать:  $\dots$  Покажите, что  $L_{\min} = \{x \mid x \in L \dots$

С. 97, абз. 2, строки 6 и 14

Надо читать:  $\dots \gamma \in (N \cup T)^* \dots$

## Глава 7

С. 100, абз. 1 (снизу), строка 5 (снизу)

Надо читать:  $\dots x \in L(G') \dots N' \cup T' \dots$

С. 103, абз. 4, строка 1

Надо читать:  $\dots (A \rightarrow \varepsilon) \neq \emptyset \dots$

С. 104, грамматика  $G_3$

Надо читать:

$S \rightarrow aAB \mid bS$

$A \rightarrow aAb \mid bBc$

$B \rightarrow AB \mid c$

## Глава 8

С. 111, абз. 2, строка 6

Надо читать: ... упр. 2.5...

С. 113, абз. 2, строка 6

Надо читать: ... связаны НЕ БОЛЕЕ ЧЕМ ОДНИМ отноше-  
нием...

С. 113, абз. 2 (снизу), строка 8

Надо читать: ... что  $X_{i-1} < X_i$ . Таким ...

С. 114, абз. 1, строка 4 (снизу)

Надо читать: ... строку  $SS$  и входной...

С. 116, абз. 1 (снизу), строка 1

Надо читать: Множество строк, КОТОРЫЕ МОЖНО СО-  
СТАВИТЬ ИЗ СИМВОЛОВ, занесенных...

С. 117, абз. 3 (снизу), строка 2 (снизу)

Надо читать:  $S^* \rightarrow \delta B u \rightarrow \delta \beta' u \rightarrow \gamma \beta x u$ .

С. 117, абз. 2 (снизу), строка 2 (снизу)

Надо читать: ...  $LROONTEXT(A \rightarrow \beta')$  ...

## Оглавление

§ 1. Языки и грамматики.....	3
§ 2. Конечные автоматы.....	7
§ 3. Регулярные выражения и регулярные грамматики .....	11
§ 4. Свойства регулярных языков .....	15
§ 5. Контекстно-свободные языки и грамматики .....	17
§ 6. Преобразования КС-грамматик и нормальные формы .....	20
§ 7. Магазинные автоматы и КС-языки .....	22
§ 8. Свойства контекстно-свободных языков.....	25
§ 9. Синтаксический анализ и трансляция языков.....	27
Литература.....	38
Приложение.....	39

Учебное издание

**Быкова Надежда Дмитриевна**  
**Соколов Валерий Анатольевич**

**Задачник**  
**по формальным языкам**

Редактор, корректор М. Э. Левакова  
Верстка М. Э. Леваковой

Подписано в печать 20.10.16. Формат 60×84 1/16.

Усл. печ. л. 3,02. Уч.-изд. л. 2,0.

Тираж 4 экз. Заказ

Оригинал-макет подготовлен  
в редакционно-издательском отделе ЯрГУ

Ярославский государственный университет  
им. П. Г. Демидова.  
150000, Ярославль, ул. Советская, 14.