

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра цифровых технологий и машинного обучения

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета



И.С. Огнев

«23» мая 2023 года

Рабочая программа дисциплины  
**«Информационные технологии и программирование»**

Направление подготовки (профиль)  
«11.03.01 Радиотехника»

Профиль  
«00 Радиотехника»

Форма обучения  
очная

Программа одобрена  
на заседании кафедры  
от «17» апреля 2023 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
физического факультета  
протокол № 5 от «25» апреля 2023 года

Ярославль

## 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина обеспечивает подготовку студентов в области программирования и компьютерных наук.

К цели освоения дисциплины относится получение основных теоретических и практических знаний по программированию: по семантике и синтаксису языков программирования, построению функциональных абстракций и абстракций данных. Студенты изучают основы анализа и синтеза алгоритмов, принципы выполнения программного кода компьютером. При изучении языка программирования высокого уровня C++ студенты получают практические навыки программирования на примере решения простых задач, овладевают приёмами реализации алгоритмов, изучают часто применяемые структуры данных, их спецификации и реализации, алгоритмы обработки данных и подходы к анализу этих алгоритмов, взаимосвязь алгоритмов и структур данных. При ознакомлении с пакетами прикладных программ для компьютерного моделирования студенты овладевают приемами реализации алгоритмов средствами пакетов прикладных программ математического моделирования, развивают абстрактное мышление и расширяют научно-технический кругозор. Также студенты получают практические навыки создания web-приложений, ознакомливаясь с современными web-технологиями.

Задачами курса являются:

- освоение базовых элементов синтаксиса языка Python;
- построению функциональных абстракций и абстракций данных;
- освоение базовых элементов синтаксиса языка C++;
- формирование у студентов представления о численных методах моделирования физических явлений и приближенного решения физических задач с заданной точностью;
- овладение технологией разработки программ с использованием современной среды разработки Visual Studio;
- овладение современными методами визуализации результатов расчетов (в том числе, в анимированном виде);
- овладение технологией разработки программ с использованием современного пакета математического моделирования Wolfram Mathematica;
- овладение современными методами визуализации результатов расчетов (в том числе, в анимированном виде);
- получение практических навыков создания web-приложений.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательным дисциплинам Блока 1 и продолжается 5 семестров.

Для успешного её изучения студенты должны уметь логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, обладать способностью стремиться к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства, иметь навыки работы с компьютером как средством управления и обработки информации, готовностью учитывать современные тенденции информационных технологий.

В процессе изучения дисциплины также потребуется успешное овладение смежными курсами: общей физики и математики.

Полученные в курсе «**Информационные технологии и программирование**» знания, умения и навыки необходимы для изучения последующих профильных дисциплин, и продуктивного выполнения НИРС, а также для продолжения обучения в магистратуре.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
<b>ОПК-4.</b> Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	<b>ИД_ОПК-4.1.</b> Обоснованно выбирает и использует современные информационные технологии для решения задач профессиональной деятельности	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные сведения о семантике и синтаксисе языка программирования, принципы построения функциональных абстракций;</li> <li>– базовые структуры данных и алгоритмы для работы с ними;</li> <li>– современные web-технологии.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– анализировать условия задач и составлять математические модели, описывающие рассматриваемые физические явления;</li> <li>– выбирать структуры данных и/или алгоритмы, наиболее подходящие для решения конкретной задачи;</li> <li>– создавать алгоритмы решения математических задач;</li> <li>– выбирать наиболее подходящие вычислительные средства и методы, для решения задач в области профессиональной деятельности;</li> <li>– оценивать точность полученных результатов;</li> <li>– представлять результаты исследований в графическом виде, в том числе с использованием динамических модулей в пакете Wolfram Mathematica;</li> <li>– создавать и разворачивать статические сайты;</li> <li>– создавать и разворачивать динамические сайты (web-приложения).</li> </ul>

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
<b>ОПК-5.</b> Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения.	<b>ИД_ОПК-5.1.</b> Знает типовые алгоритмы и реализующие их стандартные библиотеки	<b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– синтезировать и анализировать функциональные абстракции для решения практических задач.</li> <li>– выбирать наиболее подходящие элементы языка высокого уровня C++ и методы, реализованные в, для решения задач в области профессиональной деятельности; оценивать точность полученных результатов</li> <li>– представлять результаты исследований в графическом виде с использованием двумерной графики в среде Visual Studio</li> </ul> <b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– возможности пакета Wolfram Mathematica для реализации вычислительных алгоритмов решения физических задач и обработки экспериментальных данных.</li> </ul>
	<b>ИД_ОПК-5.2.</b> Разрабатывает компьютерные программы на базе типовых алгоритмов и стандартных библиотек, реализует их на современном(ых) языке(ах) программирования	<b>Владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками использования средств разработки, отладки и тестирования программного кода;</li> <li>– навыками реализации структур данных и алгоритмов на различных языках программирования;</li> <li>– навыками применения пакета Wolfram Mathematica при реализации основных математических операций: определение функций; дифференцирование и интегрирование функций; создание разрывных и дискретных функций; решение систем линейных, трансцендентных, дифференциальных уравнений; решение систем неравенств; графическое изображение зависимостей, представленных различными способами; оформление графиков;</li> </ul> <b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– создавать динамические и программные модули.</li> </ul>

#### 4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **10** зачёт. ед., **360** акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1. Структура и интерпретация компьютерных программ									
1.1.	Построение абстракций с помощью функций	1	9		18	2		8	Отчёты по лабораторным работам. Задания для самостоятельной работы
1.2.	Построение абстракций с помощью данных	1	8		16	1		8	Отчёты по лабораторным работам. Задания для самостоятельной работы
							0,3	1,7	Зачёт
	Всего за 1 семестр 72 часа		17		34	3	0,3	17,7	
2. Программирование на C++									
2.1.	Введение в предмет. Краткая история развития вычислительной техники и алгоритмических языков программирования	2	1		2			1	
2.2.	Основные приемы создания программ в среде разработки Visual Studio. Компилирование программы в среде разработки и в командной строке	2	1		2			1	
2.3.	Базовые элементы синтаксиса языка C++. Директивы препроцессора. Типы переменных и данных. Арифметические операторы. Условные операторы. Операторы цикла.	2	1		2			1	
2.4.	Ввод вывод в потоке. Массивы. Простые и составные операции присваивания Унарные операции Логические выражения	2	1		2			1	

2.5.	Виды операторов цикла Структуры множественного выбора SWITCH	2	1		2			1	
2.6.	Работа с символами и строками Указатели и ссылки Перечисления Составные типы данных. Структуры	2	1		2			1	
2.7.	Особенности работы с указателями Особенности использования ссылок Различные способы передачи данных в функцию Массивы указателей Указатели на функции	2	1		4			1	
2.8.	Перегрузка функций Шаблоны функций Рекурсия Примеры обработки символов и строк	2	2		2			1	
2.9.	Потоки Классы и объекты потоков Ввод символов и строк с помощью функций-элементов Манипуляторы потоков Работа с файлами Файлы последовательного доступа Файлы прямого доступа	2	2		4			2	
2.10.	Функции или объекты. Смена парадигмы Три кита ООП Структуры Объявление класса. Основные элементы класса. Конструктор и деструктор Создание экземпляров класса Статическое и динамическое выделение памяти Наследование	2	2		4			2	
2.11.	Введение 2D и 3D графика Среда CLR Создание проекта CLR Визуальное проектирование Привязка кода Рисование графических примитивов на экране Анимация	2	2		4			2	

	3D графика с библиотекой OpenGL								
2.12.	Введение. Необходимость работы с матрицами и массивами Алгебра матриц. Особенности размещения массивов в памяти компьютера Динамическое выделение памяти Особенности работы с двумерными массивами Пример 1. Вычисление определителя Пример 2. Вычисление обратной матрицы	2	2		4			2	
							0,3	1,7	Зачёт
	<b>Всего за 2 семестр 72 часа</b>	2	17		34	3	0,3	17,7	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>					1		5	
<b>3. Алгоритмы и структуры данных</b>									
3.1.	Линейные структуры данных	3	2		4			2	Контроль по результатам выполнения лабораторных работ
3.2.	Рекурсивная обработка иерархических списков	3	2		4			2	Контроль по результатам выполнения лабораторных работ
3.3.	Деревья и леса	3	2		4			2	Контроль по результатам выполнения лабораторных работ
3.4.	Исчерпывающий поиск	3	2		4			2	Контроль по результатам выполнения лабораторных работ
3.5.	Быстрый поиск	3	2		4			2	Контроль по результатам выполнения лабораторных работ
3.6.	Сортировка	3	2		4			2	Контроль по результатам выполнения лабораторных работ
3.7.	Алгоритмы на графах	3	2		5			2	Контроль по результатам выполнения лабораторных работ
3.8.	NP-полные и труднорешаемые задачи	3	3		5			2	Контроль по результатам выполнения лабораторных работ
							0,3	1,7	Зачёт
	<b>Итого за 3 семестр 72 часа</b>		17		34	3	0,3	17,7	
<b>4. Пакеты компьютерного моделирования</b>									
4.1.	Основные принципы работы в среде компьютерного моделирования Wolfram Mathematica. Точность	4	1		1			1	Задание № 1

	представления числовых данных.								
4.2.	Операторы присваивания и подстановки; команды преобразования символьных выражений	4	2		3			1	Задания № 2 и № 3
4.3.	Реализация операций математического анализа	4	2		6			1	Задания № 4, № 5 и № 6
4.4.	Работа со списками; векторные и матричные операции	4	1		2				Задание № 7
4.5.	Создание пользовательских функц.	4	2		4	1		2	Задания № 8 и № 9
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							1	изучение материала представленных текстов лекций
4.6.	Графическое представление функций.	4	2		6			3	Задания № 10 и № 11
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							1	изучение материала представленных текстов лекций
4.7.	Решение линейных и трансцендентных уравнений; решение неравенств.	4	2		4			2	Задание № 12
4.8.	Решение дифференциальных уравнений	4	3		4	1		2	Задание № 13
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>					0,5		1	изучение материала представленных текстов лекций
4.9.	Создание динамических объектов	4	2		4	1		4	Задание № 14
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>					0,5		2	изучение материала представленных текстов лекций
							0,3	1,7	Зачёт
	<b>Итого за 4 семестр 72 часа</b>		17		34	3	0,3	17,7	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>					1		5	
<b>5. Web-технологии</b>									
5.1.	Базовые понятия	5	2		4	0,5		2	
5.2.	Статические сайты	5	2		4	0,5		2	
5.3.	Системы контроля версий	5	2		4	0,5		2	
5.4.	Базы данных	5	2		4	0,5		2	
5.5.	Динамические сайты	5	2		4	0,5		2	
5.6.	Виртуализация и контейнеризация	5	2		4	0,5		2	
5.7.	Веб-программирование	5	5		10			4	

							0,3	1,7	Зачёт
	<b>Итого за 5 семестр 72 часа</b>		17		34	3	0,3	17,7	
	<b>ИТОГО</b>	1,2,3,4,5	<b>85</b>		<b>170</b>	<b>15</b>	<b>1,5</b>	<b>88,5</b>	<b>360 (10 З.Е.)</b>
	<b>в том числе с ЭО и ДОТ</b>					2		10	

### Содержание разделов дисциплины:

#### Раздел 1.1.

##### ***Построение абстракций с помощью функций***

Простые выражения. Вызывающие выражения. Импорт внешних функций. Деревья выражений. Инструкции присвоения. Чистые и нечистые функции. Определение пользовательских функций. Выполнение пользовательских функций. Окружения и области видимости. Арифметические операторы. Локальное присвоение. Условные инструкции. Булевы контексты и операторы. Цикл while. Передача функций в качестве аргументов. Вложенные функции. Лямбда-выражения. Каррирование. Рекурсивные функции. Взаимная рекурсия. Древовидная рекурсия.

#### Раздел 1.2.

##### ***Построение абстракций с помощью данных***

Встроенные типы данных. Пары. Границы абстракции. Списки. Итерация по последовательности. Обработка последовательностей. Абстракция последовательности. Строки. Деревья. Связные списки. Объектная модель. Объекты и классы. Атрибуты классов. Наследование. Словари. Локальное состояние. Нелокальное присвоение. Реализация списков и словарей. Эффективность программы. Порядки роста. Множества.

#### Раздел 2.1.

##### ***Введение в программирование***

Краткая история вычислительной техники. Развитие теории вычислений. Развитие технологии. Устройство компьютера. История развития языков программирования. Создание программы на C++. Компиляция в командной строке. Среда программирования Visual Studio 2008. Пример создания простейшей программы.

#### Раздел 2.2.

##### ***Базовые элементы языка C++ I***

Директивы препроцессора. Функции. Главная функция main. Переменные. Константы. Арифметические операторы. Приоритеты. Ввод вывод в потоке. Массивы.

#### Раздел 2.3.

##### ***Базовые элементы языка C++ II***

Простые и составные операции присваивания. Унарные операции. Логические выражения. Виды операторов цикла. Структуры множественного выбора SWITCH. Работа с символами и строками. Указатели и ссылки. Перечисления. Составные типы данных. Структуры.

#### Раздел 2.4.

##### ***Особенности использования указателей и ссылок***

Особенности работы с указателями. Особенности использования ссылок. Различные способы передачи данных в функцию. Массивы указателей. Указатели на функции. Перегрузка функций. Шаблоны функций. Рекурсия. Примеры обработки символов и строк.

#### Раздел 2.5.

### ***Особенности потокового ввода-вывода. Файлы.***

Потоки. Классы и объекты потоков. Ввод символов и строк с помощью функций-элементов. Манипуляторы потоков. Работа с файлами. Файлы последовательного доступа. Файлы прямого доступа.

### Раздел 2.6.

#### ***Введение в ООП. Классы.***

Функции или объекты. Смена парадигмы. Три кита ООП. Структуры. Объявление класса. Основные элементы класса. Конструктор и деструктор. Создание экземпляров класса. Статическое и динамическое выделение памяти. Наследование.

### Раздел 2.7.

#### ***Экранная графика в C++***

Введение. 2D и 3D графика. Среда CLR. Создание проекта CLR. Визуальное проектирование. Привязка кода. Рисование графических примитивов на экране. Анимация. 3D графика с библиотекой OpenGL.

### Раздел 2.8.

#### ***Работа с матрицами. Указатели и массивы***

Введение. Необходимость работы с матрицами и массивами. Алгебра матриц. Особенности размещения массивов в памяти компьютера. Динамическое выделение памяти. Особенности работы с двумерными массивами. Пример 1. Вычисление определителя. Пример 2. Вычисление обратной матрицы

### Раздел 3.1.

#### ***Линейные структуры данных***

Структуры данных и алгоритмы. Стек, очередь и дек как линейные списки (последовательности) с ограниченными наборами операций (доступа). Стек, очередь и дек как абстрактные типы данных: функциональные спецификации и аксиомы. Представление и реализация (непрерывная, ссылочная в связанной памяти и на базе вектора). Примеры алгоритмов, использующих стек, очередь, дек.

### Раздел 3.2.

#### ***Рекурсивная обработка иерархических списков***

Рекурсивное определение и функциональная спецификация линейных списков. Рекурсивное определение и функциональная спецификация иерархических (нелинейных) списков и S-выражений. Базовые функции (индикаторы, селекторы, конструкторы). Точечная форма записи S-выражений.

Записи с вариантами в языках высокого уровня. Представление S-выражений и реализация базовых функций на языках высокого уровня.

Элементы функционального программирования и рекурсивная обработка S-выражений на языках высокого уровня.

Примеры использования нелинейных списков: дифференцирование символических выражений, действия с полиномами многих переменных.

### Раздел 3.3.

#### ***Деревья и леса***

Определение дерева, леса, бинарного дерева. Графическое и текстовое (скобочное) представление леса. Спецификация дерева, леса, бинарного дерева: базовые функции и аксиомы. Естественное соответствие бинарного дерева и леса.

Обходы бинарных деревьев: рекурсивные и не рекурсивные алгоритмы. Обходы дерева или леса.

Представления и реализации бинарных деревьев: ссылочная реализация в связанной памяти, ссылочная реализация ограниченного бинарного дерева на базе вектора.

Прошитые бинарные деревья: представление, обход, включение.

Пример использования бинарных деревьев в задаче упаковки сообщений: префиксные коды и бинарные деревья, метод кодирования Фано-Шеннона, критерий оптимальности кода, алгоритм кодирования (сжатия) информации по Хаффмену (построение дерева, кодирование и декодирование), доказательство оптимальности кода Хаффмена, неравенство Крафта, теорема кодирования в отсутствие шума (энтропийная оценка средней длины кода). Динамическое кодирование по Хаффмену.

#### Раздел 3.4.

##### ***Исчерпывающий поиск***

Поиск с возвратом (backtracking). Общий алгоритм. Пример: задача о ферзях. Усовершенствования. Оценка сложности выполнения: метод Монте-Карло. Другие способы программирования поиска с возвратом: рекурсия и использование макросредств.

Метод ветвей и границ. Общая схема. Задача коммивояжера: решение методом ветвей и границ. Эвристические методы: ближайшего соседа, ближайшего города. Оценки приближения.

Динамическое программирование. Пример (кратчайший путь в слоистой сети) и общая идея. Задача определения порядка умножения цепочки матриц.

#### Раздел 3.5.

##### ***Быстрый поиск***

Поиск и другие операции над таблицами. Последовательный и бинарный поиск. Бинарные деревья поиска. Случайные бинарные деревья поиска. Подсчет числа структурно различных бинарных деревьев с заданным числом узлов. Среднее время поиска в случайных деревьях. Рандомизированные бинарные деревья поиска (Treaps).

Оптимальные бинарные деревья поиска. Алгоритм построения оптимального дерева. Хорошие бинарные деревья поиска. Сбалансированные по высоте бинарные деревья (АВЛ-деревья). Включение в АВЛ-дерево. Исключение из АВЛ-дерева. Оценка сложности в худшем случае: деревья Фибоначчи. Реализация упорядоченных линейных списков на базе АВЛ-деревьев или рандомизированных деревьев. Операции поиска, вставки и удаления элементов; операции сцепления и расщепления списков.

2-3-деревья. Б-деревья. Метод поиска с использованием функции расстановки (хеширование). Разрешение коллизий: метод внутренних и внешних цепочек, метод открытой адресации. Коэффициент загрузки, оценки сложности. Выбор функции расстановки. Задача поиска подстроки. Алгоритм Кнута-Мориса-Пратта. Алгоритм Боуера-Мура.

#### Раздел 3.6.

##### ***Сортировка***

Задача сортировки (внешней и внутренней). Сортировка вставками, обменами, выбором.

Быстрая сортировка Хоара. Процедура разделения. Рекурсивный и не рекурсивный алгоритмы быстрой сортировки. Анализ сложности. Оптимизация программы (неполная сортировка). Пирамидальная сортировка (HeapSorting): турнирная сортировка, построение пирамиды и полное упорядочение. Анализ сложности алгоритма. Распределяющая (поразрядная) сортировка. Сравнение алгоритмов и программ внутренней сортировки. Нижняя граница сложности задачи сортировки. Оптимальная сортировка. Внешняя сортировка. Простое слияние. Естественное слияние.

Задача поиска медианы: алгоритм Хоара, линейный алгоритм. Анализ сложности.

#### Раздел 3.7.

##### ***Алгоритмы на графах***

Графы: определения и примеры. Упорядоченный граф. Представления графов: матрица инцидентности, матрица смежности, список пар, структура смежности (списки инцидентности). Преобразования представлений. Остовные деревья графа. Минимальное остовное дерево. Теорема "о минимальном ребре". Жадный алгоритм (Краскал). Алгоритм "ближайшего

соседа" (Прим, Дейкстра). Поиск в графе: алгоритм пометок. Поиск в ширину. Поиск в глубину. Связные компоненты. Алгоритм сложности  $O(m \cdot \log n)$  построения минимального остова. Построение и свойства остовных деревьев при поиске в глубину и в ширину. Поиск в глубину и топологическая сортировка. Нахождение компонент двусвязности: точки сочленения графа и их свойства в глубинном остовном дереве. Алгоритм нахождения компонент двусвязности. Сильная связность. Поиск в глубину в орграфе. Алгоритм нахождения сильно связанных компонент. Клики. Алгоритм порождения клик графа. Кратчайшие пути в графе. Кратчайшие пути от фиксированной вершины. Случай неотрицательных весов: алгоритм Дейкстры. Алгоритм Форда-Беллмана. Кратчайшие пути в бесконтурном графе. Кратчайшие пути между всеми парами вершин. Матрица смежности, матрица достижимости и транзитивное замыкание отношения, алгоритм Уоршалла. Алгоритм Флойда-Уоршалла вычисления расстояний между всеми парами вершин, одновременное построение путей.

### Раздел 3.8.

#### ***NP-полные и труднорешаемые задачи***

Массовая и индивидуальная задачи. Сложность алгоритма и кодирование входных и выходных данных. Полиномиальные алгоритмы и класс P. Недетерминированные алгоритмы и класс NP. Различные формы постановки задач комбинаторной оптимизации: оптимизационная, вычислительная, форма распознавания. Примеры. Полиномиальная преобразуемость задач. NP-трудные и NP-полные задачи. Задача о выполнимости булева выражения, представленного в конъюнктивной нормальной форме. Доказательство NP-полноты задачи о выполнимости. Преобразуемость задачи о выполнимости в задачу о 3-выполнимости. Полиномиальность задачи о 2-выполнимости. Задача о клике графа. Преобразуемость задачи о 3-выполнимости в задачу о клике. Задача о многопроцессорном расписании (МПР). Преобразуемость задачи о клике в задачу о МПР. Задача о 0-1-рюкзаке и криптография. Практическое решение NP-полных задач.

### Раздел 4.1.

#### ***Основные принципы работы в среде компьютерного моделирования Wolfram Mathematica.***

##### ***Точность представления числовых данных.***

Введение. Моделирование физических процессов и явлений - цели, методы и подходы. Современный математический пакет Wolfram Mathematica. Возможности пакета, основные команды главного меню. Числовые типы данных: целые, вещественные, рациональные, комплексные; арифметические действия; встроенные константы; абсолютно точные и приближённые выражения; функция численного приближения; элементарные математические функции.

### Раздел 4.2.

#### ***Операторы присваивания и подстановки; команды преобразования символьных выражений.***

Операторы присваивания: непосредственного и отложенного. Подстановки, создание таблиц значений функций с помощью оператора подстановки; оформление таблиц. Преобразования символьных выражений: алгебраических многочленов, рациональных, комплексных, тригонометрических выражений; подстановки; упрощение символьных выражений.

### Раздел 4.3.

#### ***Реализация операций математического анализа: вычисление сумм, произведений, пределов, разложений в ряд Тейлора, производных и интегралов.***

Реализация в среде Wolfram Mathematica основных операций математического анализа: конечных и бесконечных сумм, произведений, односторонних и двусторонних пределов, разложение в ряд Тейлора и ряд Макларена; дифференцирование функций; аналитическое и численное вычисление интегралов: определённых, неопределённых, кратных, двойных.

#### Раздел 4.4.

##### ***Работа со списками; векторные и матричные операции***

Создание и конструирование списков; арифметические операции со списками; применение элементарных функций к спискам; представление векторов и матриц в виде одно- и двухуровневых списков; векторные и матричные операции.

#### Раздел 4.5.

##### ***Создание пользовательских функций.***

Создание пользовательских функций: простейшее описание функций; особенности использования операторов непосредственного и отложенного присваивания; описание множественных функций; создание разрывных функций и функций с условиями.

#### Раздел 4.6.

##### ***Графическое представление функций.***

Двумерные графические функции: изображение функций, заданных явно в декартовых и полярных координатах; создание графиков точечных функций; построение графиков функций, заданных параметрически и заданных неявно. Использование опций графических функций для оформления графиков.

#### Раздел 4.7.

##### ***Решение систем линейных и трансцендентных уравнений; решение систем неравенств.***

Аналитическое точное и приближённое решение полиномиальных и тригонометрических уравнений; численное решение трансцендентных уравнений; решение неравенств. Аналитическое точное и приближённое решение систем полиномиальных и тригонометрических уравнений; численное решение систем трансцендентных уравнений; решение систем неравенств.

#### Раздел 4.8.

##### ***Решение систем дифференциальных уравнений: аналитическое, численное; способы представления результатов вычислений.***

Аналитическое и численное решение дифференциальных уравнений: общее решение, частное решение, начальные и граничные условия. Аналитическое и численное решение систем дифференциальных уравнений; способы представления численных решений.

#### Раздел 4.9.

##### ***Создание динамических объектов.***

Построение графиков в динамическом режиме; создание динамически управляемых элементов для оформления графиков; оформление панели управляющих элементов.

#### Раздел 5.1.

##### ***Базовые понятия***

Гипертекст. HTML. Браузеры. URL, HTTP, DNS, web-серверы.

#### Раздел 5.2.

##### ***Статические сайты***

Средства отладки. Ресурсы HTML-страниц. Статические сайты. Хостинг.

#### Раздел 5.3.

##### ***Системы контроля версий***

История систем контроля версий. Централизованные и децентрализованные системы. Git и GitHub.

#### Раздел 5.4.

##### ***Базы данных***

Предпосылки для появления баз данных. Реляционные базы данных. Язык структурированных запросов. ORM. NoSQL базы данных.

#### Раздел 5.5.

##### *Динамические сайты*

Особенности и возможности динамических сайтов. LAMP стек. Пример развёртывания динамического сайта.

#### Раздел 5.6.

##### *Виртуализация и контейнеризация*

Виртуализация и виртуальные машины. Контейнеризация, LXC, docker. Облачные системы виртуализации. Оркестрация.

#### Раздел 5.7.

##### *Веб-программирование*

Шаблоны. Веб-формы. База данных. Пользовательские логины. Страница профиля и аватары. Обработка ошибок. Подписчики, контакты и друзья. Разбивка на страницы. Поддержка электронной почты. Реконструкция. Дата и время. I18n и L10n. Ajax. Улучшение структуры приложения. Полнотекстовый поиск. Развертывание в Linux. Развертывание на Heroku. Развертывание на Docker контейнерах. Магия JavaScript. Уведомления пользователей. Фоновые задачи. Интерфейсы прикладного программирования (API).

### **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Вводная лекция** – даёт первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

При чтении лекций используется технология проблемного обучения (последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешая которые студенты активно усваивают знания). Курс построен на принципах системного подхода к отбору программного материала и определению последовательности его изучения студентами, что предусматривает глубокое изучение предмета.

**Лабораторная работа** – организация учебной работы с реальными материальными и информационными объектами. Задачей лабораторных занятий, проводимых в компьютерном классе, является непосредственное формирование необходимых умений и навыков путем работы студентов над поставленными преподавателем задачами. Выполнение учебных заданий проводится в интерактивной форме: решение творческих заданий, индивидуальный и групповой поиск решений поставленных проблем, совместный с преподавателем анализ полученных результатов.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины,

преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

Контроль качества усвоения программного материала проводится с учетом работы студентов на лекциях и лабораторных занятиях.

Самостоятельная работа студентов заключается в проработке конспекта лекций, изучении рекомендованной литературы, выполнении домашних и индивидуальных заданий.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

**Электронная версия учебного курса «Информационные технологии и программирование»** в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы по темам дисциплины;
- представлены тексты лекций по темам дисциплины;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;

#### **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: для проведения лабораторных занятий:

- редактор программного кода Sublime Text 4;
- язык программирования Python 3;
- пакет Visual Studio 2009 Express Edition
- пакет Wolfram Mathematica;
- ОС Linux;
- веб-серверы Nginx, Apache;
- генератор статических сайтов Hugo.

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- Adobe Acrobat Reader.

#### **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

#### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

а) Основная литература:

- 1.1. Абельсон Х., Сассман Дж. Дж. Структура и Интерпретация Компьютерных Программ. — Добросвет, КДУ, 2010. — 608 с. <http://newstar.rinet.ru/~goga/sicp/sicp.pdf> (распространяется свободно по лицензии CC).  
<http://newstar.rinet.ru/~goga/sicp/sicp.pdf>
- 2.1. Х. Дейтел, П. Дейтел Как программировать на C++, М: Бином 1998.
- 2.2. Т.А. Павловская, Ю.А. Щупак C/C++ Структурное программирование
- 2.3. Б. Страуструп Язык программирования C++. М: Бином 2005.
- 2.4. Н. Культин Visual C++ в задачах и примерах, СПб: БХВ-Петербург 2014.

- 3.1. Алгоритмы: построение и анализ. / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн; пер. с англ. И. В. Красикова, Н. А. Ореховой, В. Н. Романова - 2-е изд. М.: Вильямс, 2012. 1290 с.
- 3.2. Ахо Альфред В. Структуры данных и алгоритмы: Учеб. пособие для вузов. / А. В. Ахо, Дж. Э. Хопкрофт, Дж. Д. Ульман. Пер. с англ. - М.: Вильямс, 2000. 382 с.
- 4.1. Вольфрам Стивен «Элементарное введение в язык Wolfram Language» / [ресурсы сети Интернет]. URL: <https://itnan.ru/post.php?c=1&p=273601>
- 4.2. MATHEMATICA ПОДДЕРЖКА / [ресурсы сети Интернет]. URL: <https://support.wolfram.com/ru/>
- 4.3. StatProjectRu: Материалы по Wolfram Mathematica / [ресурсы сети Интернет]. URL: [http://www.statproject.ru/load/spetsialnaja\\_literatura/materialy\\_po\\_wolfram\\_mathematica/37](http://www.statproject.ru/load/spetsialnaja_literatura/materialy_po_wolfram_mathematica/37)
- 5.1. Гринберг Мигель Разработка веб-приложений с использованием Flask на языке Python. — ДМК Пресс, 2016 — 272 с.  
б) Дополнительная литература:
  - 2.1. Б. Страуструп Язык программирования C++ стандарт 11 Краткий курс, М: Бином 2017.
  - 2.2. А.Н. Васильев Самоучитель C++ с задачами и примерами, СПб: Наука и техника 2017.
  - 3.1. Седжвик Р. Фундаментальные алгоритмы на C++: пер. с англ. / Р. Седжвик - М.: ДиаСофтЮП, 2002. 687 с.
  - 3.2. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных: Пер.с англ. / Н.Вирт - 2-е изд.,испр. - СПб.: Невский Диалект, 2001. 352с.
  - 4.1. Иллюстрированный самоучитель по Mathematica [ресурсы сети Интернет] / Режим доступа: <http://samoychiteli.ru/documentcontents22198.html>
  - 4.2. Элементарное введение в Wolfram Language на русском [ресурсы сети Интернет] / Режим доступа: <http://www.itmathrepetitor.ru/yelementarnoe-vvedenie-v-wolfram-language-na-russko/>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения лабораторных работ;
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ЯрГУ.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для лабораторных – списочному составу группы обучающихся.

Авторы:

Доцент кафедры  
цифровых технологий и  
машинного обучения, к.т.н.

И.В.Апальков

Доцен кафедры  
нанотехнологии в электронике, к.ф.-м.н.

О.С. Трушин

Профессор кафедры  
микроэлектроники и общей физики, д.ф.-м.н.

С.О.Ширяева

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Информационные технологии и программирование»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы, используемые в процессе  
текущего контроля успеваемости**

Текущий контроль успеваемости основан на анализе выполнения лабораторных заданий.

***Задания по разделу 1***

***Задания по разделу 1.1.***

1. Вопросы № 1-5 [https://u.1337.school/hw\\_01/](https://u.1337.school/hw_01/).
2. Вопросы № 1-5 [https://u.1337.school/hw\\_02/](https://u.1337.school/hw_02/).
3. Вопросы № 1-6 [https://u.1337.school/hw\\_03/](https://u.1337.school/hw_03/).

***Задания по разделу 1.2.***

1. Вопросы № 1-7 [https://u.1337.school/hw\\_04/](https://u.1337.school/hw_04/).
2. Вопросы № 1-4 [https://u.1337.school/hw\\_05a/](https://u.1337.school/hw_05a/).
3. Вопросы № 1-5 [https://u.1337.school/hw\\_05b/](https://u.1337.school/hw_05b/).
4. Вопросы № 1-2 [https://u.1337.school/hw\\_06/](https://u.1337.school/hw_06/).

***Задания по разделу 2***

1. Заданы 2 вектора со следующими координатами:  $\vec{a} = (1,1,0)$  и  $\vec{b} = (0,0,1)$ . Вычислить компоненты векторного произведения  $\vec{c} = [\vec{a} \times \vec{b}]$ . Результат записать в файл.
2. Заданы 3 вектора со следующими координатами:  $\vec{a} = (1,1,0)$ ,  $\vec{b} = (0,0,1)$  и  $\vec{c} = (1,0,0)$ . Вычислить объем параллелепипеда построенного на этих векторах (V). Результат записать в файл.
3. Задано число в десятичной форме. Перевести его в двоичную, восьмиричную и шестнадцатеричную. Результат записать в файл.
4. Заданы 2 матрицы:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix} \text{ и } b = \begin{pmatrix} 16 & 15 & 14 & 13 \\ 12 & 11 & 10 & 9 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ввести эти матрицы из 2-х файлов. Вычислить их произведение  $c = a \otimes b$ . Результат записать в файл.

5. Задана матрица:  $a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$ . Ввести эту матрицу из файла. Вычислить ее определитель. Результат записать в файл.

6. Задана матрица:  $a = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ . Ввести эту матрицу из файла. Вычислить для нее обратную матрицу. Результат записать в файл.

7. В строке текста подсчитать число слов и букв. Строку ввести из файла. Результат записать в файл.

8. В строке текста подсчитать число вхождений заданной буквы. Строку ввести из файла. Результат записать в файл.

9. Решить систему 3-х линейных уравнений методом Крамера. Данные считать из файла. Результат записать в файл.

10. Задано нелинейное уравнение  $\sin(x) = x/2$  на интервале  $[0,10]$ . Решить его методом деления отрезка пополам. Результат записать в файл.

11. Задан определенный интеграл:  $\int_0^{100} e^{-x^2} dx$ . Вычислить его методом прямоугольников. Результат записать в файл.

12. Задан массив из 20 вещественных чисел. Отсортировать этот массив по возрастанию. Массив ввести из файла. Результат записать в файл.

13. Задан массив из 20 целых чисел. Выбрать все четные числа. Массив ввести из файла. Результат записать в файл.

14. Создать программу для пополнения базы данных для группы студентов для хранения их персональных данных: Фамилие, Имя, Отчество, Возраст, Почтовый адрес. В программе использовать компонент C++ **struct**. Базу данных сохранить в виде текстового файла в формате ASCII.

15. Имеется горизонтальный пружинный маятник со следующими параметрами: жесткость пружины  $k=2(\text{н/м})$ , вес груза  $m=0.01$  (кг), начальное смещение 0.01 (м). Система движется без трения. Вычислить зависимость смещения маятника от времени путем численного решения его уравнения движения. Результат записать в файл.

16. Задано натуральное число. Переставить его цифры так, чтобы образовалось максимальное число, записанное теми же цифрами.

17. Дана целочисленная квадратная матрица  $10 \times 10$ . Ввести эту матрицу из файла. Вычислить сумму элементов матрицы, расположенных ниже главной диагонали.

18. Дана целочисленная квадратная матрица  $10 \times 10$ . Ввести эту матрицу из файла. Определить является ли эта матрица симметричной относительно главной диагонали.

19. Задан определенный интеграл:  $\int_{-100}^{100} e^{-x^2} dx$ . Вычислить его методом Монте-Карло.

Результат записать в файл.

20. Имеется целое число N. Вычислить факториал N!

### **Критерии оценивания ответов на вопросы при защите лабораторной работы**

Показатели На «Зачтено» На «Не зачтено»

Формулы, команды, вычисления Применяются необходимые в условиях поставленной задачи команды без синтаксических ошибок; вычисления выполнены в полном объеме и представлены в соответствующем заданию формате. Используются неприменимые в условиях поставленной задачи команды; в базовых выражениях допущены ошибки; вычисления отсутствуют или выполнены некорректно.

Объяснения (ответы на смысловые вопросы) Даны развёрнутые, корректные ответы на все вопросы; правильно интерпретируются результаты вычислений Объяснение отсутствует.

Шкала оценивания:

0 баллов – «не зачтено»;

1 балл – «зачтено»;

Суммируются баллы за каждую лабораторную работу.

Допуск к зачёту осуществляется по количеству набранных баллов:

менее 60% от максимально возможного количества баллов – к зачёту не допускается;

60-80% от максимально возможного количества баллов – помимо основного зачётного задания выполняются дополнительные задания по пропущенным темам;

80-99% от максимально возможного количества баллов – основное зачётное задание;

100% от максимально возможного количества баллов – проставляется зачёт автоматом.

### ***Задания по разделу 3***

#### **Задания для лабораторных работ**

##### **Задания по теме «Линейные структуры данных»**

Разработать класс, реализующий стек.

Разработать класс, реализующий очередь.

Разработать класс, реализующий дек.

##### **Задания по теме «Рекурсивная обработка иерархических списков»**

Разработать класс, реализующий линейный список.

Разработать класс, реализующий иерархический (нелинейный) список.

Реализовать итератор для линейного списка.

Реализовать итератор для нелинейного списка.

##### **Задания по теме «Деревья и леса»**

Разработать класс, реализующий бинарное дерево.

Разработать класс, реализующий лес.

Разработать класс, реализующий обход бинарных деревьев на базе рекурсивных алгоритмов.

Разработать класс, реализующий обход бинарных деревьев на базе нерекурсивных алгоритмов.

Разработать класс, реализующий ограниченное бинарное дерево на базе вектора.

#### **Задания по теме «Исчерпывающий поиск»**

Разработать класс, реализующий алгоритм поиска с возвратом (backtracking).

Разработать класс, реализующий поиск с возвратом при использовании макросредств.

Разработать класс, реализующий методом ветвей и границ.

Разработать класс, реализующий поиск кратчайшего пути в слоистой сети.

#### **Задания по теме «Быстрый поиск»**

Разработать класс, реализующий последовательный поиск.

Разработать класс, реализующий бинарный поиск.

Разработать класс, реализующий поиск с помощью рандомизированных бинарных деревьев поиска (Treaps).

Разработать класс, реализующий упорядоченные линейные списки на базе AVL-деревьев или рандомизированных деревьев.

Разработать операции поиска, вставки и удаления элементов; операции сцепления и расщепления списков.

Реализация решения задачи поиска подстроки (алгоритм Кнута-Мориса-Пратта или алгоритм Боуера-Мура).

#### **Задания по теме «Сортировка»**

Разработать класс, реализующий сортировку вставками.

Разработать класс, реализующий сортировку обменами.

Разработать класс, реализующий сортировку выбором.

Разработать класс, реализующий быструю сортировку Хоара.

Реализовать рекурсивный и не рекурсивный алгоритмы быстрой сортировки.

Реализовать пирамидальную сортировку (HeapSorting).

Провести сравнение алгоритмов и программ внутренней сортировки.

#### **Задания по теме «Алгоритмы на графах»**

Разработать класс, реализующий упорядоченный граф.

Разработать класс, реализующий построение минимального остовного дерева.

Разработать класс, реализующий поиск в ширину.

Разработать класс, реализующий поиск в глубину.

Разработать класс, реализующий поиск в глубину и топологическую сортировку.

Разработать класс, реализующий алгоритм нахождения компонент двусвязности.

Разработать класс, реализующий поиск в глубину в орграфе.

Разработать класс, реализующий нахождение кратчайшего пути от фиксированной вершины (алгоритм Дейкстры, алгоритм Форда-Беллмана).

#### **Задания по теме «NP-полные и труднорешаемые задачи»**

Показать сложность алгоритма и кодирование входных и выходных данных.

Показать различные формы постановки задач комбинаторной оптимизации: оптимизационная, вычислительная, форма распознавания.

Разработать класс, реализующий полиномиальные преобразуемые задачи.

Разработать класс, реализующий решение задачи о выполнимости булева выражения, представленного в конъюнктивной нормальной форме.

Выполнить доказательство NP-полноты задачи о выполнимости.

Разработать класс, реализующий решение задачи о клике графа.

Разработать класс, реализующий решение задачи о многопроцессорном расписании.

#### ***Задания по разделу 4***

##### Задание № 1. «Арифметические операции».

###### Задание 1.1.

Вычислите значения следующих выражений:

сумма  $123+987$ ;  $12.682+873.119$ ;

разность  $548-294$ ;  $446.7321-29.013$ ;

умножение  $35*721$ ;  $35.0*721$ ;  $57.29*48.117$ ;

деление  $\frac{21}{35}$  ;  $\frac{46}{13}$  ;  $\frac{46.0}{13}$  ;  $\frac{257.34}{868.014}$

возведение в степень  $21^{35}$  ;  $7.68^{12.3}$

Обратите внимание и осмыслите полученные результаты!

###### Задание 1.2.

Используя палитру или клавиатурный набор, введите следующие многоярусные выражения,  
вычислите их значения,  
осмыслите результат.

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{11}\right)^3 - 5(2+4) ; \quad \frac{25.5}{4} + \frac{(2+4)}{3^3} .$$

###### Задание 1.3.

Найдите значения следующих числовых выражений :  $\frac{586}{46}$  ;  $7^{25}$

- точные,

- приближённые с точностью до 6-ти значащих цифр,

- приближённые с точностью до 25-ти значащих цифр.

(То есть каждое выражение должно быть вычислено три раза.)

###### Задание 1.4.

Найдите значение следующего выражения :  $\frac{389.65}{4.7}$

- приближённое с точностью до 6-ти значащих цифр,

- приближённое с точностью до 16-ти значащих цифр.

###### Задание 1.5.

Вычислите числовые значения следующих выражений (со стандартной точностью - 6-ть значащих цифр):  $\pi^3$  ;  $35!$  ;  $e^{4.7}$  ;  $\ln(e^8)$  ;  $\log_3(6561)$ .

Вычислите числовое значение следующего выражения (с точностью до 30-ти значащих цифр):  $\ln(2\pi)$ .

###### Задание 1.6.

Найдите числовые значения тригонометрических функций (точные и приближенные):

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) ; \sin\left(\frac{13\pi}{5}\right) ; \cos(30^\circ) ; \arccos\left(\frac{1}{2}\right) ; \arcsin(0.4) ; tg\left(\frac{\pi}{3}\right) ; acrtg(\sqrt{3}).$$

### Задание 1.7.

Вычислите выражения, проанализируйте результат:  $\sqrt{16}$  ;  $\sqrt{x^2}$  ;  $\sqrt{|x|^2}$  .

Справка. Модуль вычисляет **абсолютное** значение выражения, попробуйте найти соответствующую функцию на палитре.

### Задание № 2. «Операторы присваивания. Подстановки.»

#### Задание 2.1.

Для того, чтобы понять разницу в действии операторов присваивания, выполните следующие действия:

- с помощью оператора непосредственного присваивания ( = ) переменной x присвойте значение функции RandomReal[ ] (см. справку) , генерирующей псевдослучайные числа из диапазона от 0 до 1 ;
- с помощью оператора отложенного присваивания ( := ) переменной y тоже присвойте значение функции, RandomReal[ ] , генерирующей псевдослучайные числа из диапазона от 0 до 1 ;
- выведите последовательно в одной входной строке (используя список) пять значений переменной x ;
- выведите последовательно в одной входной строке (используя список) пять значений переменной y ;
- сравните результаты, сделайте выводы;
- очистите значения переменных x и y .

#### Задание 2.2.

Используя оператор подстановки, для каждого из следующих двух выражений:

$$xe^x + \ln(x) - y ; \quad x^2 + y^2 + \sin^2 x + \cos^2 x + 1.5$$

выполните по две подстановки:

- числовую - вместо переменных x и y подставить числа 1 и 2 ;
- символьную - вместо переменных x и y подставить символьные выражения  $2a$  и  $b + c$  .

#### Задание 2.3.

Используя оператор подстановки,

- создайте единый список значений следующих функций:  $xe^{-x}$  ;  $x^2$  ;  $\sin(x)$  ;  $\frac{2}{x^2 - 1}$

при следующих значениях переменной  $x$  : 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8 .

- представьте список в виде таблицы, в 1-ой строке которой должны быть представлены значения аргумента  $x$  ;
- подпишите строки таблицы, указав в качестве заголовков соответствующие функции.

### Задание № 3. «Преобразование символьных выражений.»

#### Задание 3.1.

- В многочлене  $(x + 1)^4 - x^4 - 2x - 1$  раскрыть скобки и привести подобные слагаемые;
- полученное выше выражение разложить на множители.

#### Задание 3.2.

- В многочлене  $12y^2 + 6xy - 6xz - 12yz + 30y - 30z$  вынести за скобки числовой множитель (команда FactorTerms) ;

- в том же многочлене  $12y^2 + 6xy - 6xz - 12yz + 30y - 30z$  вынести за скобки множитель, не зависящий от переменной  $x$  ( команда FactorTerms ) ;

### Задание 3.3.

- В том же многочлене  $12y^2 + 6xy - 6xz - 12yz + 30y - 30z$  сгруппировать слагаемые по степеням  $y$ ;
- в том же многочлене  $12y^2 + 6xy - 6xz - 12yz + 30y - 30z$  сгруппировать слагаемые по степеням  $y$  и  $z$ ;

### Задание 3.4.

- В рациональном выражении  $\frac{(2x^3 + x(5x - 1) - 1)}{(8^3 - 12x^2 + 6x - 1)}$  сократить общие множители в

числителе и знаменателе;

- В рациональном выражении  $\frac{(x+3)}{(2x-1)} - \frac{(x^2-5)}{(4x^2-4x+1)} - \frac{(2x^3+x(5x-1)-1)}{(8x^3-12x^2+6x-1)}$

привести дроби к общему знаменателю и сократить общие множители в числителе и знаменателе ;

- разложить то же рациональное выражение

$$\frac{(x+3)}{(2x-1)} - \frac{(x^2-5)}{(4x^2-4x+1)} - \frac{(2x^3+x(5x-1)-1)}{(8x^3-12x^2+6x-1)} \text{ на сумму простейших дробей.}$$

### Задание 3.5.

- Примените к тригонометрическому выражению  $ctg x - tg x - 2tg(2x)$  следующие команды: TrigExpand , TrigFactor , TrigReduce и Simplify, сравните результаты;
- представьте выражение  $sh x + ch x$  в экспоненциальном виде (команда TrigToExp);
- представьте выражение  $ctg x - tg x - 2tg(2x)$  в экспоненциальном виде и приведите полученное выражение к наиболее простому виду (команды TrigToExp и Simplify);
- представьте выражение  $e^{ix}$  в тригонометрическом виде (команда ExpToTrig) - формула Эйлера;
- представьте выражение  $\frac{1}{16}e^{-4ix}(1+e^{2ix})^4$  в тригонометрическом виде и приведите полученное выражение к наиболее простому виду (команды ExpToTrig и Simplify);

### Задание 3.6.

Преобразуйте следующие выражения, используя любые функции символьных преобразований и стремясь получить приведённый ответ:

$$\frac{x^4 - 6x^3 - 4x^2 - 18x - 21}{x^3 - 7x^2 + 3x - 21} \rightarrow 1 + x ;$$

$$\frac{1}{8}(\cos(4x) + 4\cos(2x) + 3) \rightarrow \cos^4 x .$$

### Задание 3.7.

- Включите палитру команд символьных преобразований: меню Palettes  $\rightarrow$  Other  $\rightarrow$  AlgebraicManipulation ;
- скопируйте во входную строку рациональное выражение из предыдущего

задания  $\frac{x^4 - 6x^3 - 4x^2 - 18x - 21}{x^3 - 7x^2 + 3x - 21}$  и примените команду Factor двумя способами:

- 1) явно указав её во входной строке;
  - 2) используя команду с палитры;
- сравните результаты, сделайте выводы.

- В том же рациональном выражении  $\frac{x^4 - 6x^3 - 4x^2 - 18x - 21}{x^3 - 7x^2 + 3x - 21}$  разложите на множители только числитель.

#### Задание № 4. «Операции математического анализа (часть 1).»

##### Задание 4.1.

Вычислить значения следующих сумм:

- с помощью команды Sum ,

$$\sum_{k=1}^n k! ; \sum_{k=0}^{\infty} a q^k ; \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^4} ; \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k k} ;$$

- с помощью значка  $\Sigma$  .

$$\sum_{k=1}^{n-1} \sin\left(\frac{\pi k}{n}\right) ; \sum_{k=1}^n \frac{k^2 + k - 1}{(k+2)!} ; \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)!} ; \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k}{(2k+1)!}$$

##### Задание 4.2.

Вычислить значение следующей бесконечной суммы:  $\frac{x^3}{1!} + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^5}{3!} + \frac{x^6}{4!} + \dots$

##### Задание 4.3.

Вычислить значения следующих произведений:

с помощью команды Product

$$\prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}\right) ; \prod_{k=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{(2k-1)^2}\right) ;$$

с помощью значка  $\Pi$

$$x \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{x^2}{k^2 \pi^2}\right) ; x \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{k^2 \pi^2}\right)$$

*! Упростите ответ, полученный в последнем произведении. Поэкспериментируйте и добейтесь результата!*

##### Задание 4.4.

Вычислить значение следующего бесконечного произведения:

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)(1+x^{16})\dots$$

##### Задание 4.5.

Получить списки значений (т.е. протабулировать) следующих функций при изменении аргумента  $x$  в пределах  $x \in (1;5)$ :  $\frac{(x^2 + 1)}{x}$  ;  $xe^x$  ;  $\frac{(x^2 + y^2)}{2x}$

#### Задание 4.6.

Создать таблицу значений следующих функций:  $x^2$  ;  $e^x$  ;  $\ln x$  на интервале изменения аргумента  $x \in (1;10)$ .

*! Таблица должна состоять из 4-х столбцов: в 1-ом столбце - значения аргумента  $x$  ; во 2-ом, 3-ем и 4-ом - значения табулируемых функций. !*

#### Задание 4.7.

Создать таблицу значений следующих функций:  $x^2$  ;  $\sqrt{x}$  и аргумента  $x$  в диапазоне его значений  $x \in (5;9)$  с шагом, равным 0,5.

Результат представить в виде таблицы, состоящей из трёх строк.

#### Задание 4.8.

Создать таблицу значений функции  $n!m!$  для значений аргументов:  $1 \leq n \leq 5$ ,  $1 \leq m \leq 7$ .

*! Обратите внимание, что это одна функция от двух аргументов !*

Результат представить в виде таблицы, подписать строки и столбцы.

### Задание № 5. «Операции математического анализа (часть2).»

#### Задание 5.1.

Вычислить пределы следующих функций:  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-2t}}{\ln(1 - 3t)}$  ;  $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1 - a^n}{1 - e^n}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{1 - e^{-x}}$  ;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - x)^{\frac{1}{1-x}} ; \lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a}{\ln(x - a + 1)} ; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{n^2 - n^x}{x - 2}.$$

#### Задание 5.2.

Вычислить односторонние пределы следующих функций:

$$\arctg \frac{1}{x} \text{ при } x \rightarrow 0 ; \frac{x}{x-4} \text{ при } x \rightarrow 4 ; \frac{\sin x}{|x|} \text{ при } x \rightarrow 0$$

1) при приближении к пределу слева;

2) при приближении к пределу справа;

Результат проиллюстрировать графически.

#### Задание 5.3.

Вычислить пределы следующих функций:

$$1) 2a \frac{(1 - e^{-ax})}{(2 - e^{-ax})} \text{ при } x \rightarrow \infty \text{ для положительных и отрицательных значений параметра } a ;$$

$$2) \frac{a^x}{x^a} \text{ при } x \rightarrow \infty \text{ для значений параметра } a, \text{ превышающих единицу и для значений параметра } a, \text{ лежащих в пределах от нуля до единицы.}$$

#### Задание 5.4.

Используя функцию Series, получить общие формулы для разложения функции  $f(x)$  до третьей степени аргумента

- 1) в ряд Макларена, т.е. окрестности нуля  $x = 0$ ;
- 2) в ряд Тейлора в окрестности не нулевой точки  $x = a$ .

Задание 5.5.

1) Получить полиномы 7-го порядка, разложив в ряд следующие функции с сохранением 7-ой степени аргумента:  $\frac{\sin x}{\cos x}$  и  $sh(x)ch(x)$  в окрестности  $x = 0$ ;

2) Разложить в ряд с сохранением 5-ой степени аргумента функцию  $\ln x$  в окрестности  $x = 0$  - объясните результат и в окрестности  $x = 1$  - в полученном результате сгруппируйте слагаемые по степеням аргумента  $x$ .

Задание 5.6.

- 1) Разложить в ряд функцию  $e^y \sin x$  в окрестности точки  $x = 0$ ,  $y = 0$  с точностью до 5-ой степени  $x$  и 3-ей степени  $y$ ;
- 2) оборвать ряд, получив полином 5-го порядка по  $x$  и 3-го по  $y$ ;
- 3) сгруппировать слагаемые по степеням  $x$ ;
- 4) сгруппировать слагаемые по степеням  $y$ .

Задание 5.7.

Вычислить частные производные по  $x$  двумя способами:

- 1) с помощью функции дифференцирования D для функций:  $\ln\left(\frac{a}{x}\right)$ ;  $sh(ax)$ ;  $x!$ ;
- 2) с помощью оператора дифференцирования  $\partial$  для функций:  
 $ax^3 + bx - c$ ;  $\frac{(x-1)}{(x+1)}$ ;  $(\sin x + \cos x)^2$ .

Задание 5.8.

Вычислить 2-мя способами (D и  $\partial$ ) частные кратные производные

- 1) 7-го порядка по  $x$  от функции:  $ax^7 + bx^5 - cx^3$ ;
- 2) 5-го порядка по  $y$  от функции:  $\frac{y^2 - 1}{y^3 + 1}$ ;
- 3) смешанную производную 3-го порядка по  $x$  и 5-го порядка по  $y$  от функции:  $sh(xy)$ .

Задание 5.9.

Вычислить числовые значения функции  $\sin^3 x + \cos x^2$ , её первой и второй производных в точке  $x = \frac{\pi}{3}$ .

Задание № 6. «Операции математического анализа (часть3).»

Задание 6.1.

Вычислить неопределенные интегралы по переменной  $x$  от следующих

функций:

задания пункта 1) сделать с помощью команды Integrate ,

задания пункта 2) сделать с помощью значка  $\int$  .

$$1) f(x) = \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} ; f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt[3]{\sin x - \cos x}} ; f(x) = \frac{1}{1-x^2} \ln \frac{(1+x)}{(1-x)} ;$$

$$2) f(x) = \sin x \ln(\operatorname{tg} x) ; f(x) = e^{2x} \sin^2 x ; f(x) = e^{ax} \cos(bx).$$

Указания:

1. Во втором задании пункта 1) получите общее решение (т.е. с константой интегрирования)
2. В третьем задании пункта 1) попробуйте упростить полученное значение.

### Задание 6.2.

Вычислить неопределенный интеграл по переменной  $x$  от не аналитической функции

$$f(x) = x|x| \text{ разными способами:}$$

- 1) без каких либо предположений о переменной  $x$  ;
- 2) предполагая, что  $x > 0$ , используя команду Integrate ;
- 3) предполагая, что  $x \leq 0$ , используя значок  $\int$  .

### Задание 6.3.

Вычислить следующие определенные интегралы :

$$1) \text{ с помощью команды Integrate от функции } f(x) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{x}{1+x}}\right) \text{ в пределах от } 0 \text{ до } 3 ,$$

получить точное и приближённое значения;

$$2) \text{ с помощью команды Integrate от функции } f(x) = \frac{1}{\sin^4 x + \cos^4 x} \text{ в пределах от } 0 \text{ до}$$

$2\pi$  , вычисления выполнить дважды:

- без указания каких-либо условий,
  - с указанием условия, что переменная  $x$  принадлежит множеству вещественных чисел Reals ,
- получить точное и приближённое значения;

$$3) \text{ с помощью значка } \int \text{ от функции } f(x) = |1-x| \text{ в пределах от } 0 \text{ до } 2 ;$$

$$4) \text{ с помощью значка } \int \text{ от функции } f(x) = (x \ln x)^2 \text{ в пределах от } 1 \text{ до } e , \text{ получить}$$

точное и приближённое значения;

$$5) \text{ с помощью значка } \int \text{ от функции } f(x) = \frac{\operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x}{e^{x^2}} \text{ в пределах от } 0 \text{ до } \infty ; \text{ получить}$$

точное и приближённое значения.

### Задание 6.4.

Вычислить следующие определенные интегралы с дополнительными условиями:

$$1) \text{ с помощью значка } \int \text{ от функции } f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x \cos \alpha + 1} \text{ в пределах от } -1 \text{ до } 1 \text{ при}$$

условии, что  $0 < \alpha < \pi$  ;

2) с помощью команды Integrate от функции  $f(x) = \frac{e^x}{(a + e^x)^2}$  в пределах от  $-\infty$  до  $\infty$ ;

вычисления выполнить дважды:

- без указания каких-либо условий (проанализировать результат),
- с указанием условия, что параметр  $a$  - положителен;

3) любым способом от функции  $f(x) = e^{-ax} \cos(bx)$  в пределах от 0 до  $\infty$ ;

вычисления выполнить дважды:

- без указания каких-либо условий,
- с указанием условия, что параметр  $a$  - положителен, а параметр  $b$  принадлежит множеству вещественных чисел Reals.

#### Задание 6.5.

Попробовать вычислить аналитически следующие определенные интегралы:

от функции  $f(x) = x^x e^x$  в пределах от 1 до 5;

от функции  $f(x) = \sin(\sin x)$  в пределах от 1 до 2;

Найти численные приближённые значения этих интегралов двумя способами:

- 1) с использованием значка ,
- 2) с использованием команды интегрирования.

#### Задание 6.6.

Вычислить неопределённые кратные интегралы (кратные первообразные) :

1) используя значок интегрирования от функции  $f(x) = (x \ln x)^2$  первообразную 3-его порядка ;

2) используя команду интегрирования от функции  $f(x) = \sin x \sin 2x \sin 3x$  первообразную 5-го порядка .

#### Задание 6.7.

Вычислить кратные интегралы:

1) используя значок интегрирования от функции  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  двойной определённый

интеграл в пределах от 0 до 2 , получить приближённую оценку результата с точностью до 4-х значащих цифр;

2) используя команду интегрирования от функции  $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$  тройной определённый

интеграл в пределах от  $\ln 2$  до  $e^2$ , получить приближённую оценку результата с точностью до 10-ти значащих цифр;

3) любым способом от функции  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  двойной определённый интеграл в пределах от  $a$  до  $b$  в предположении, что  $a > 0$ ,  $b > a$ .

#### Задание 6.8.

Вычислить двумя способами, используя значок и команду интегрирования, двойной интеграл

$$\iint_G (x + y^2) dx dy \text{ по области } G, \text{ ограниченной линиями } y = x \text{ и } y = x^2.$$

Указание: свести двойной интеграл к повторному интегралу по формуле:

$$\iint_G f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x, y) dy$$

### Задание № 7. «Списки, вектора, матрицы.»

#### Задание 7.1.

- 1) определить многоуровневый список:  $v = \left\{ \{a, b\}, \left\{ \left\{ e^2, \sin x \right\}, y \right\} \right\}$ ;
- 2) обращаясь к элементам списка (т.е. используя имена этих элементов), составить выражение, которое в выходной строке примет вид:  $\frac{\sin x}{a^b} - e^2 y$ ;
- 3) очистить имя  $v$ .

#### Задание 7.2.

- 1) определить два вектора  $v1$  и  $v2$  с компонентами (a, b, c, d, e, f) и (3, 7, 11, 15, 19, 23) соответственно;

*! для создания вектора  $v2$  с числовыми компонентами воспользуйтесь функцией Range !*

- 2) определить две матрицы  $m1$  и  $m2$  с элементами

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \text{ соответственно;}$$

- 3) выполнить следующие арифметические действия над векторами и матрицами:

- сложить вектор  $v1$  с числом 3 и матрицу  $m1$  с числом 7;
- вычесть из вектора  $v1$  число 5, из матрицы  $m1$  число 6;
- умножить вектор  $v1$  и матрицу  $m1$  на число 4;
- разделить вектор  $v1$  и матрицу  $m1$  на число 2;
- сложить два вектора  $v1$  и  $v2$  и две матрицы  $m1$  и  $m2$ ;
- вычесть из вектора  $v1$  вектор  $v2$  и из матрицы  $m1$  матрицу  $m2$ ;
- разделить вектор  $v1$  на вектор  $v2$  и матрицу  $m1$  на матрицу  $m2$ ;
- умножить вектор  $v1$  на вектор  $v2$  и матрицу  $m1$  на матрицу  $m2$ ;
- сделать вывод;
- очистить имена  $v1$ ,  $v2$ ,  $m1$  и  $m2$ .

#### Задание 7.3.

- 1) определить два вектора  $v1$  и  $v2$  с компонентами (1, 3, 5, 2, 6, 4) и (2, 7, 5, 8, 1, 3) соответственно;

- 2) определить две матрицы  $m1$  и  $m2$  с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ соответственно;}$$

- 3) выполнить следующие действия:

- возвести в квадрат вектор  $v2$  и матрицу  $m2$ ;
- извлечь квадратный корень из вектора  $v1$  и матрицы  $m1$ ;

- возвести экспоненту в степень вектора v1;
- вычислить синус вектора v2;
- вычислить натуральный логарифм матрицы m1;
- вычислить гиперболический косинус матрицы m2.
- сделать вывод;
- очистить имена v1 , v2 , m1 и m2 .

#### Задание 7.4.

- 1) определить два вектора v1 и v2 с компонентами (a, b, c) и (x, y, z) соответственно;
- 2) выполнить:
  - операцию почленного умножения вектора v1 и v2 ;
  - операцию скалярного умножения вектора v1 и v2 (двумя способами: используя команду Dot и значок . );
  - операцию векторного умножения вектора v1 и v2 (двумя способами: используя команду Cross и значок × )
  - сделать вывод;
  - очистить имена v1 и v2 .

#### Задание 7.5.

- 1) определить две матрицы A и B с элементами
 
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix};$$
- 2) выполнить:
  - операцию почленного умножения матрицы A на матрицу B ;
  - операцию матричного умножения матрицы A на матрицу B (двумя способами: используя команду Dot и значок . );

!Используйте команду `MatrixForm` для правильного изображения результатов!

#### Задание 7.6.

- 1) используя функцию Range, создать вектор x , элементами которого являются последовательные вещественные числа, значения которых изменяются от 0 до  $2\pi$  с шагом  $\pi/4$  ;
- 2) определить вектор y , элементами которого являются значения функции синуса от элементов вектора x ;
- 3) объединить в единый двухуровневый список L1 вектора x и y , представить результат двумя способами: в виде списка и в виде таблицы (в таблице подписать строки);
- 4) создать двухуровневый список L2 , преобразовав список L1 так, чтобы элементами каждого из внутренних списков были координаты текущей точки x и y , представить результат двумя способами: в виде списка и в виде таблицы (в таблице подписать столбцы);
- 5) выделить из списка L2 координаты 6-ой точки;
- 6) используя графическую функцию ListPlot, изобразить в декартовых координатах точки, с координатами из списка L2 .

#### Задание 7.7.

- 1) Решить, используя команду LinearSolve , систему линейных уравнений

$$1.5x_1 - 0.8x_2 + 4.25x_3 = 5.1$$

$$1.2x_1 + 7.18x_2 - 3.2x_3 = 4.2$$

$$0.5x_1 - 1.5x_2 + 7.1x_3 = -1.2$$

2) определить вектор решений  $x$ ;

3) используя матричное умножение, сделать проверку: умножить матрицу коэффициентов на вектор решений и получить вектор правых частей системы уравнений;

4) вычислить сумму решений системы уравнений, т.е.  $x_1 + x_2 + x_3$ .

#### Задание № 8. «Простейшее описание функций.»

##### Задание 8.1.

1) определить функции с именами F1 и F2, вычисляющие третью степень своего аргумента:

- при определении функции F1 использовать знак непосредственного присваивания ( $=$ ),

- при определении функции F2 использовать знак отложенного присваивания ( $:=$ );

2) применить функции F1 и F2 для возведения в куб следующих аргументов:

2,  $y$ ,  $3b$ ,  $\sin(x)$ ;

3) вычислить 2-ую производную от функции F1 и третью первообразную для функции F2.

4) очистить имена F1 и F2.

##### Задание 8.2.

1) определить две функции с именами f1 и f2, вычисляющие длину своего аргумента (воспользуйтесь встроенной функцией Length):

- при определении функции f1 использовать знак непосредственного присваивания ( $=$ ),

- при определении функции f2 использовать знак отложенного присваивания ( $:=$ );

2) применить функции f1 и f2 для вычисления длины списка {8, 7, 6, 5, 4, 3};

объяснить результат.

3) очистить имена f1 и f2.

##### Задание 8.3.

1) используя знак непосредственного присваивания ( $=$ ),

определить функцию двух переменных  $G1(x, y) = e^{-3x} \cos(y^2)$ ;

2) используя знак непосредственного присваивания ( $=$ ) определить функцию  $G2(x, y)$ ,

являющуюся смешанной производной от функции  $G1(x, y)$ : 3-х кратной по переменной  $x$  и 5-ти кратной по переменной  $y$ ;

3) используя знак непосредственного присваивания ( $=$ ) определить функцию  $G3(x, y)$ ,

являющуюся смешанной первообразной для функции  $G1(x, y)$ :

однократной по переменной  $x$  и двукратной по переменной  $y$ ;

4) для каждой функции  $G1(x, y)$ ,  $G2(x, y)$ ,  $G3(x, y)$  создать и снабдить заголовками таблицу её значений при изменении переменных с единичным шагом:  $x$  от 0 до 3;  $y$  от 0 до 5.

5) заново переопределить функцию  $G3(x, y)$ , используя знак отложенного присваивания ( $:=$ ) и ещё раз попытаться создать таблицу её значений.

6) очистить имена  $G1$ ,  $G2$ ,  $G3$ .

#### Задание № 9. «Описание сложных функций.»

Задание 9.1. Функции с условием на аргумент: функция Condition - оператор /;

- 1) создать функцию  $G1(x) = x^2$ , которая вычислялась бы, только если косинус ее аргумента имеет значение, большее  $1/2$  (условие указать при описании аргумента );
- 2) создать функцию  $G2(x) = x^2$ , которая вычислялась бы, только если косинус ее аргумента имеет значение, большее  $1/2$  (условие указать при описании “тела” функции);
- 3) протестировать функции, вычислив их значения для следующих аргументов:  $\frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{3}{2}$ ;
- 4) вычислить косинус этих же аргументов, осознать результат, сравнив (визуально) полученные значения косинуса с  $1/2$ ;
- 5) очистить имена  $G1, G2$ .

#### Задание 9.2. Функции с указанием типа аргумента.

- 1) создать функцию  $g(x) = 3x^3 - tg(x)$ , которая вычислялась бы, только если ее аргумент является целым числом;
- 2) протестировать функцию, вычислив ее значение для следующих значений аргумента: 2, 0.5,  $\cos x$ , "текст", 15, осознать результат! ;
- 3) очистить имя  $g$ .

#### Задание 9.3. Функции с комбинированным условием на аргумент.

- 1) создать функцию  $U1(x) = \ln(x^2 - x)$ , которая вычислялась бы, только если ее аргумент является списком (List), состоящим не более, чем из 4 элементов (условие указать при описании аргумента );
- 2) создать функцию  $U2(x) = \ln(x^2 - x)$ , которая вычислялась бы, только если ее аргумент является списком (List), состоящим не более, чем из 4 элементов (условие указать при описании тела функции);
- 3) протестировать функцию, вычислив ее значение для следующих аргументов: 2, {2}, {1, 2, a, 4}, {1, 2, a, 4, t}, 2, {2}, {1, 2, a, 4}, {1, 2, a, 4, t}, осознать результат!
- 4) очистить имена  $U1, U2$ .

#### Задание 9.4. Множественное задание функции.

- 1) используя указание типа аргумента, создать функцию  $W(x)$ , которая работает по-разному для аргументов разных типов:  
 если аргумент - список (тип List), функция  $W(x)$  должна вычислять список значений квадратов синуса  $\sin^2 x$  от соответствующих аргументов;  
 если аргумент - целое число (тип Integer), функция  $W(x)$  должна возводить это число в куб и прибавлять к нему 10;  
 если аргумент - действительное число (тип Real), функция  $W(x)$  должна вычислять арктангенс этого числа, делённый на само число  $\frac{\arctg x}{x}$ ;  
 если аргумент - комплексное число (тип Complex), функция  $W(x)$  должна вычислять среднее значение для его реальной (Re) и мнимой (Im) части;
- 2) протестировать функцию, вычислив ее значение для следующих

аргументов:  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ;  $\{a, b, c, d\}$ ; 3; 4.7;  $1 + 2i$ ;

3) очистить имя  $W$ .

Задание 9.5. Множественное задание функции.

1) используя указание типа аргумента, создать функцию  $H(x)$ , которая работает по-разному для аргументов разных типов:

если аргумент - целое число (тип Integer), функция  $H(x)$  равна своему аргументу  $x$ ;

если аргумент - действительное число (тип Real), функция  $H(x)$  округляет аргумент до целого числа по правилам округления (воспользуйтесь функцией Round);

2) протестировать функцию, вычислив ее значение для следующих аргументов: 2, -5, 3.4, -1.7;

3) используя встроенную функцию Plot, построить график функции  $H(x)$  на интервале  $x \in [-3, 3]$ ;

3) очистить имя  $H$ .

Задание 9.6. Кусочные функции: функция Condition - оператор /;

1) используя встроенную функцию Condition в виде оператора (/), создать кусочную функцию  $w(x)$ , имеющую значение  $x^2$  при  $0 \leq x \leq 5$ ,

значение  $(x - 5)^2$  при  $5 \leq x \leq 10$ ,

значение  $(x - 10)^2$  при  $10 \leq x \leq 15$

значение 0 при  $x \geq 15$ ;

2) используя встроенную функцию Plot, построить график функции  $w(x)$  на интервале  $x \in [0, 20]$ ;

3) очистить имя  $w$ .

Задание 9.7. Кусочные функции: функция Piecewise

1) используя функцию Piecewise, создать кусочную функцию  $Y(x)$ ,

имеющую значение 0 при  $x < -2$ ,

значение  $x + 2$  при  $-2 \leq x \leq 0$ ,

значение  $-x + 2$  при  $0 \leq x \leq 2$ ,

значение 0 при  $x \geq 2$ ;

2) используя встроенную функцию Plot, построить график функции  $Y(x)$  на интервале  $x \in [-4, 4]$ ;

3) очистить имя  $Y$ .

Задание 9.8. Кусочные функции: функция Piecewise - оператор {  
Сравнение действия функций Condition и Piecewise.

1) используя функцию Piecewise в операторном представлении {, создать кусочную функцию  $y1(x)$ , имеющую значение 1 при  $-4 \leq x \leq -2$ ,

значение 2 при  $-2 \leq x \leq 0$ ,

значение 1 при  $0 \leq x \leq 2$

значение 2 при  $2 \leq x \leq 4$ ;

- 2) используя функцию Plot, построить график функции  $y_1(x)$  на интервале  $x \in [-4.1, 4.1]$ ;
- 3) используя функцию Condition в операторном представлении ( /; ), создать кусочную функцию  $y_2(x)$ , имеющую значение 1 при  $-4 \leq x \leq -2$ ,  
значение 2 при  $-2 \leq x \leq 0$ ,  
значение 1 при  $0 \leq x \leq 2$   
значение 2 при  $2 \leq x \leq 4$ ;
- 4) используя функцию Plot, построить график функции  $y_2(x)$  на интервале  $x \in [-4.1, 4.1]$ , чтобы график правильно отображался, для функции Plot укажите дополнительную опцию  $\text{PlotRange} \rightarrow \{0, 2\}$
- 5) сравнить результаты.

Задание № 10. «Графическая функция Plot и её опции.  
Построение графиков функций, заданных явно в декартовой системе координат.»

Задание 10.1. Построение графика одной функций.

Построение графика нескольких функций в одних координатных осях.

- 1) представить в виде графика функцию  $y(x) = x e^{-x}$  в диапазоне значений  $x$  от 0 до 5;
- 2) построить в одних координатных осях в диапазоне значений  $x$  от 0 до 10 графики следующих трёх функций:  
- кусочной функции  $y_1(x)$ , имеющей  
значение 2 при  $0 \leq x \leq 2$ ,  
значение  $-x + 4$  при  $2 \leq x \leq 4$ ,  
значение  $2x - 8$  при  $4 \leq x \leq 6$ ,  
значение  $-x + 10$  при  $6 \leq x \leq 8$ ,  
значение 2 при  $8 \leq x \leq 10$ ,  
- функции  $y_2(x) = \frac{30}{10 + x^4}$ ;  
- функции  $y_3(x) = 10x e^{-x}$ ;

Задание 10.2. Задание области изображения на графике. Название графика и обозначение осей.

- 1) Построить график функции  $y(x) = \ln(4 - 2x) + x^2 - 2$ .
- 2) установить диапазон изображаемых значений по оси  $y$  от  $-0.7$  до  $0.5$  (опция PlotRange);
- 3) установить название графика : “График функции  $y(x) = \ln(4 - 2x) + x^2 - 2$ “ (опция PlotLabel);
- 4) установить обозначение по осям  $x$  и  $y$  соответственно (опция AxesLabel).

Задание 10.3. Стилль изображения осей.

- 1) Построить график функции  $y(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-2x})(2 - x)}$  :
- 2) установить нужный диапазон изображаемых значений по обеим осям (подобрать самостоятельно);

3) установить название графика : “Функция с разрывом  $y(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-2x})(2 - x)}$ ” ;

4) установить обозначение по осям  $x$  и  $y$  соответственно;

5) установить размер шрифта по осям, равным 16-ти (опция AxesStyle, директива FontSize).

Задание 10.4. Изображение осей и рамки.

1) Построить график функции  $y(x) = \frac{\sin x}{x}$  в диапазоне значений  $x$  от  $-3\pi$  до  $3\pi$ .

2) убрать

- ось  $x$ , - ось  $y$ , - обе оси ; (опция Axes) сохранить все три картинки ;

2) установить

- рамку вокруг графика без осей;

- только левую и нижнюю стороны рамки и вертикальную ось

(опции Frame и Axes) сохранить обе картинки.

Примечание: подумайте, как можно все графики из этого пункта изобразить в виде таблички.

Задание 10.5. Задание стиля надписей на графике. Расстановка меток-делений на осях.

Задание стиль линии.

1) Построить в одних координатных осях графики функций  $y1(x) = \frac{\sin x}{x}$  и  $y2(x) = \cos x$

в диапазоне значений  $x$  от  $-3\pi$  до  $3\pi$ .

2) установить тип базового шрифта Arial, размер, равным 16-ти

(опция BaseStyle, директивы FontFamily и FontSize) ;

3) установить разметку по осям: по горизонтальной оси с шагом  $\pi$  ;

по вертикальной оси с шагом 0.5 (опция Ticks) ;

4) увеличить толщину осей до 0.005 доли горизонтального размера графика

(опция AxesStyle, директива Thickness) ;

5) изобразить линию 1-го графика красным пунктиром, 2-го - синим штрихпунктиром

(опция PlotStyle, директивы RGBColor и Dashing).

Задание 10.6. (продолжение задания 10.5) Оформление рамки. Нанесение линий сетки.

1) для графика из предыдущей задачи убрать оси и оформить его в прямоугольной рамке (опция Frame);

2) явно указать диапазон области изображения: по горизонтали от  $-3\pi$  до  $3\pi$ , по вертикали от  $-1$  до  $1$  (опция PlotRange) ;

3) установить разметку:

по нижней стороне рамки с шагом  $\pi$  (вместо самой правой метки поставить обозначение  $x$ ),

по левой стороне рамки с шагом 0.5 (вместо самой верхней метки поставить обозначение  $y$ ) (опция FrameTicks) ;

4) отобразить координатную сетку, линии сетки должны проходить через метки на осях (опция GridLines);

5) установить серый цвет фона (опция Background, директива GrayLevel).

Задание № 11. «Специальные виды двумерных графиков.»

Задание 11.1. Построение графиков точечных (табличных) функций.

1) представить в одних координатных осях графики следующих

точечных функции, заданных списками своих значений :

$$\begin{array}{l|l} x & 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \\ y & 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \end{array};$$

$$\begin{array}{l|l} x & 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \\ y & 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 12 \ 14 \ 16 \ 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} x & 0.05 \ 1. \ 1.5 \ 2. \ 2.5 \ 3. \ 3.5 \\ y = e^x & 1.1.652.724.487.3912.1820.0933.12 \end{array};$$

- 2) используя опцию PlotRange, добиться изображения всех точек на графике ;
- 3) используя опцию PlotStyle и директиву PointSize, установить следующие относительные размеры изображаемых точек 0.015 , 0.02 , 0.025 для 1-го, 2-го, 3-его графиков соответственно ;
- 4) изучив по справке опцию Joined, соединить точки только первого графика сплошной линией;
- 5) изучив по справке опцию Filling, поэкспериментировать, устанавливая для неё различные значения, выбрать наиболее удачный вариант ;
- 6) используя опцию PlotMarkers, сменить маркеры для обозначения точек (обратите внимание, что директива PointSize при этом перестаёт действовать, зато маркеры видны на линии, их соединяющей). Увеличить размер маркеров до 15.

Задание 11.2. Построение графиков функций, заданных в полярной системе координат.

- 1) - построить график функции, заданной в полярных координатах  $r = \sin \varphi$  ;
  - используя графики синуса ( $\sin \varphi$ ) и косинуса ( $\cos \varphi$ ) в полярной системе координат, создать из пяти окружностей картинку, похожую на “Ромашку”, с четырьмя “лепестками” (снизу, сверху, слева, справа) и центральным кружком;
  - отменить изображение осей;
- 2) представить отдельно в полярных координатах графики следующих функций:
  - $r = 1 - \sin \varphi$  красным цветом;
  - $r = e^{\cos \varphi} - 2 \cos(4\varphi) + \sin^5\left(\frac{2\varphi - \pi}{24}\right)$  пурпурным цветом;
  - для обеих картинок отменить изображение осей;
- 3) - построить в одних координатных осях в полярных координатах графики следующих функций:  $r = -3\sqrt{\frac{x+3}{3-x}}$ ,  $r = 3\sqrt{\frac{x+3}{3-x}}$ ,  $r = e^{-2x}$ ,  $r = 5\sin(5x+1)$  в пределах  $x \in [-\pi; \pi]$  ;
  - установить следующие цвета линий: красный, синий, зелёный,оранжевый;
  - отменить изображение осей;
  - установить изображение рамки;
  - убрать разметку по её сторонам.

Задание 11.3. Построение графиков функций, заданных параметрически.

- 1) - построить график функции  $y(x)$ , заданной следующими параметрическими уравнениями:  $x(t) = t^2$ ;  $y(t) = \frac{2}{3}t(3 - t^2)$  при изменении параметра в пределах  $t \in [-2; 2]$  ;
  - подписать оси;

- установить размер шрифта для надписей по осям, равным 14;
- 2) - построить в одних координатных осях графики двух функций  $y_1(x)$  и  $y_2(x)$  заданных параметрически :

1-ая функция  $x_1 = 3\cos^3 t$  ;  $y_1 = 3\sin^3 t$  ;

2-ая функция  $x_2 = 3\sin t$  ;  $y_2 = 3\cos^2 t \frac{(2 + \cos t)}{(3 + \sin^2 t)}$  при изменении параметра в пределах

$t \in [0; 2\pi]$  ;

- изобразить 1-ую линию зелёным длинным пунктиром, 2-ую - розовой толстой линией;
- убрать оси.

Задание 11.4. Построение контурных графиков и графиков функций, заданных неявно .

- 1) - построить контурный график функции  $f(x, y) = \cos x + \cos y$  в пределах изменения аргументов  $x \in [0; 2\pi]$  ,  $y \in [0; 2\pi]$  ;

- используя опцию ContourLabels, установить подписи значений функции  $f(x, y)$  на контурных линиях;

- используя опцию Contours, увеличить число контурных линий до 15 - ти ;

- 2) - построить одну контурную линию для функции из предыдущего задания, на которой эта функция принимает значение, равное  $f(x, y) = -\frac{1}{2}$  ;

- найти такую же линию на графике из предыдущего задания;

- используя опцию FrameLabel, установить обозначение сторон рамки;

- используя опцию PlotLabel, подписать график « $\cos x + \cos y = -\frac{1}{2}$  »;

- используя опцию FrameStyle, установить размер шрифта для надписей по осям, равным 14;

- 3) - построить в одних координатных осях графики двух функций, заданных неявно, т.е. уравнениями:

1-ая функция  $|\sin x \sin y| = 1/2$  ;

2-ая функция  $|\cos x \cos y| = 1/2$

в пределах изменения аргументов  $x \in [0; 2\pi]$  ,  $y \in [0; 2\pi]$  ;

- поэкспериментируйте, меняя значение константы и пределы изменения аргументов,

- 4) - построить график функции  $y(x) = x^2 - 4x + 7$  в пределах изменения аргумента  $x \in [0; 4]$  ,

- используя опцию AxesOrigin, установить пересечение осей в точке с координатами  $(0,0)$  ;

- сохранить построенный график в переменной с именем `gr1` ;

для того, чтобы обозначить точку минимума графика, выполнить следующие действия:

- построить графики прямых линий  $y = 3$  и  $x = 2$  ,

- изобразить обе линии красным пунктиром,

- подобрать для каждого графика пределы изменения переменных  $x$  и  $y$  ,

- сохранить построенные графики в переменных с именами `gr2` и `gr3` соответственно;

- используя функцию Show, изобразить все графики вместе;

- установить диапазоны изображения от 0 до 4 по горизонтали и от 0 до 8 по вертикали;

- подписать оси;

- установить ручную разметку на осях 14-ым шрифтом.

Задание № 12. «Решение алгебраических и трансцендентных уравнений и неравенств.»

Задание 12.1. Решение уравнений в аналитическом виде.

- 1) найти аналитическое решение квадратного уравнения общего вида:  $ax^2 + bx + c = 0$ ;
  - определить вектор решений  $XX$ ;
  - сделать проверку, подставив найденные решения в исходное уравнение;
  - вычислить и преобразовать следующее выражение:  $a(x - x_1)(x - x_2)$ , где  $x_1$  и  $x_2$  - найденные корни;сравнить результат с левой частью исходного уравнения;
- 2) найти точные решения следующих полиномиальных уравнений:
$$4x^3 + 6x^2 + 3x - 4 = 0;$$
$$2x^{20} + x^{12} = 0;$$
$$x^5 + x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x + 3 = 0;$$
  - получить приближенные значения этих корней с обычной точностью
  - получить приближенные значения этих корней с точностью 20-ть значащих цифр.
- 3) найти точные значения корней тригонометрического уравнения:
$$\sin 3x + \cos 3x = 0$$

Задание 12.2. Приближённое решение уравнений.

Используя функцию NSolve найти приближенные решения полиномиального уравнения с точностью до 10-ти значащих цифр:  $x^5 + x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x + 3 = 0$

Задание 12.3. Численное решение уравнений.

Используя функцию FindRoot найти три корня трансцендентного уравнения:  $\cos(\ln x) - \sin(x/2) = 0$ , начальные приближения определить графически.

Задание 12.4. Решение неравенств.

- 1) используя команду Reduce, решить числовое неравенство:  $x^2 - 6x + 5 < 0$ ;
- 2) найти решение неравенства, содержащего параметр  $x^2 - bx + 5 < 0$ ;
  - осознать и объяснить результат;
  - в плоскости  $(x, b)$  построить график функции, заданной равенством  $x^2 - bx + 5 = 0$ ,
  - диапазон для переменной  $x$  и параметра  $b$  подобрать самостоятельно, так чтобы были видны области решения неравенства;
  - используя опцию FrameLabel, подписать горизонтальную и вертикальную стороны рамки.

Задание 12.5. Решение систем уравнений в аналитическом виде.

- 1) найти аналитическое решение следующей системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x + ay = b; \\ x + by^2 = a + b; \end{cases}$$

сделать проверку;

- 2) найти точное решение следующей системы трансцендентных уравнений:

$$\begin{cases} \log_{\frac{2}{10}}(4x - 2y) = -1; \\ \ln(x + 2y) = 2; \end{cases}$$

- используя оператор подстановки, определить переменные  $xx$  и  $yy$ , присвоив им в качестве значений, полученные решения системы для переменных  $x$  и  $y$  соответственно;
- вычислить приближённое значение следующего выражения:  $xx^2 + \sin(2yy)$ .

Задание 12.6. Приближённое решение систем уравнений.

- найти приближённое решение следующей системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2y + 3x^2 = 5; \\ x + 7y^2 = 7.5; \end{cases}$$

- определить вектора решений  $XX$  и  $YY$ ;
- вычислить выражение  $e^{x_2} \cos y_4$ , где  $x_2$   $y_4$  - второй корень для  $x$  и четвертый - для  $y$  соответственно.

Задание 12.7. Численное решение систем уравнений.

- найти численное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} e^x + 2y \ln x - 3 = 0; \\ x^2 y - 3x + 5.4 = 0; \end{cases}$$

- начальное приближение определить графически;

Задание 12.8. Решение систем неравенств.

- 1) найти решение следующей системы неравенств:

$$\begin{cases} 5x + 12 \leq 3x + 20 \\ x < 2x + 3; \\ 2x + 7 \geq 0 \end{cases}$$

- 2) найти решение следующей системы неравенств:

$$\begin{cases} y > x^2 + 1 \\ y + x > 1 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

- построить в одних координатных осях графики линий, заданных равенствами:  
 $y = x^2 + 1$ ;  $y + x = 1$ ;  $x^2 + y^2 = 9$ ;
- включить изображение осей;
- объяснить на графике полученное решение для системы неравенств.

### Задание № 13. «Решение дифференциальных уравнений.»

Задание 13.1. Общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

- 1) найти общее решение уравнения первого порядка:

$$y'(x) = 2 \ln x + x - 2$$

- 2) найти общие решения уравнений высокого порядка:

$$y'''(x) = 3x^2 - 2x + 1; \quad y'''(x) = y'(x) - 5y(x) + x^2 - 1.$$

Задание 13.2. Частное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши.

- 1) - найти частное решение дифференциального уравнения:  $y''(x) = x e^{-x}$

при следующих начальных условиях:  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ ;

- определить функцию  $Y(x)$ , являющуюся решением данной задачи;
- построить график функции на интервале  $x \in [-2, 2]$ , подписать оси; нанести разметку по осям: по  $x$  от -2 до 2 с шагом 1; по  $y$  от -1 до 1.5 с шагом 0.5;

2) найти решение следующей задачи Коши:  $y''(x) - 2\gamma y'(x) + \omega^2 y(x) = 0$ ;  $y(0) = A$ ;  $y'(0) = 0$ , привести полученное решение к наиболее простому виду;

- определить функцию  $Y(x)$ , являющуюся решением уравнения,
- построить график функции на интервале  $x \in [0, 5]$ , подставив с помощью оператора подстановки /. вместо символьных параметров  $A, \gamma, \omega$  числовые значения 1, 0.5, 5;
- подписать оси;
- нанести разметку по осям: по  $x$  от 0 до 5 с шагом 1; по  $y$  от -10 до 10 с шагом 5;
- установить размер надписей по осям, равный 14.

Задание 13.3. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

- найти численное решение дифференциального уравнения:  $y''(x)y'(x) - x y(x) = 1$  при начальных условиях  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ ;
- определить функцию  $Y(x)$ , являющуюся решением данной задачи;
- создать таблицу значений полученной функции в диапазоне  $x \in (0, 5)$  с шагом 0.5, подписать столбцы;
- построить график полученного решения на интервале  $x \in (0, 5)$ , подписать оси, нанести разметку по осям: по  $x$  от 0 до 5 с шагом 1; по  $y$  от 0 до 40 с шагом 10;

Задание 13.4. Общее решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

- найти общее решение следующей системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x'(t) = y(t) + z(t) \\ y'(t) = x(t) + 3z(t) \\ z'(t) = x(t) + y(t) \end{cases}$$

Задание 13.5. Частное решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

- найти частное решение системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x'(t) = -a x(t) + m y(t) \\ y'(t) = a x(t) - m y(t) \end{cases}$$

со следующими начальными условиями:  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 0$ ;

- определить функции  $X(t)$  и  $Y(t)$ , являющиеся решениями системы, используя оператор подстановки, подставить вместо символьных параметров  $a$  и  $m$  числовые значения 2 и 1/4;
- построить график полученных решений на интервале  $t \in (0; 1)$ , подписать оси; нанести разметку по осям: по  $x$  от 0 до 1 с шагом 0.2; по  $y$  от 0 до 1 с шагом 0.2;

изобразить обе линии чёрным цветом, график для функции  $X(t)$  - тонкой линией, для функции  $Y(t)$  - толстой линией;  
используя опцию PlotLegends, подписать линии; установить размер надписей по осям, равный 14.

Задание 13.6. Численное решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений.  
- найти численное решение системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x'(t) = y(t)z(t) + 1 \\ y'(t) = x(t)z(t) - 1 \\ z'(t) = x(t)y(t) + 1 \end{cases}$$

со следующими начальными условиями:  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 0$ ,  $z(0) = 0$  в диапазоне  $t \in (0; 10)$ ;

- определить функции  $X(t)$ ,  $Y(t)$ ,  $Z(t)$ , являющиеся решениями системы,
- создать таблицу значений этих функций в диапазоне  $t \in (0; 10)$  с шагом 1, подписать столбцы;
- построить график полученных решений на интервале  $t \in (0; 4)$ , подписать оси; нанести разметку по осям: по  $x$  от 0 до 4 с шагом 1; по  $y$  от 0 до 4 с шагом 1;
- используя директиву Dashing, изобразить график для функции  $Y(t)$  - пунктирной линией, для функции  $Z(t)$  - штрих-пунктирной линией;
- используя опцию PlotLegends, подписать линии;
- установить размер надписей по осям, равный 14.

#### Задание № 14. «Создание динамических объектов.»

Движение тела, брошенного под углом к горизонту в поле силы тяжести с учётом силы сопротивления.

##### Формулировка задачи.

Тело массой  $m$  бросили с начальной скоростью  $V_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту в однородном поле тяжести с напряжённостью  $\vec{g}$ . Коэффициент сопротивления воздуха  $\beta$ .

1. Получить зависимость координат тела  $x$  и  $y$  от времени  $t$ .
2. Построить траекторию движения тела.
3. Графически исследовать влияние начальной скорости  $V_0$  и угла  $\alpha$  на траекторию полёта.

##### Теория.

Запишем второй закон Ньютона для движущегося тела в виде:  $m\vec{a}(t) = m\vec{g} - \beta\vec{V}(t)$ .

Учтём, что скорость  $\vec{V}(t)$  и ускорение  $\vec{a}(t)$  являются первой и второй производными по времени  $t$  от радиус-вектора  $\vec{r}(t)$ :  $\vec{V}(t) = \vec{r}'(t)$ ,  $\vec{a}(t) = \vec{r}''(t)$  и перепишем закон движения тела:  $m\vec{r}''(t) = m\vec{g} - \beta\vec{r}'(t) \Rightarrow m\vec{r}''(t) + \beta\vec{r}'(t) - m\vec{g} = 0$ ;

Полученное векторное уравнение проектируем на оси  $OX$  и  $OY$ , учитывая, что проекциями радиус-вектора на эти оси являются координаты  $x$  и  $y$  движущегося тела.

В результате получим два дифференциальных уравнения для горизонтальной  $x$  и вертикальной  $y$  координат тела:  $mx''(t) + \beta x'(t) = 0$ ;  $my''(t) + \beta y'(t) + mg = 0$ .

##### Порядок действий.

1. Решить уравнения для координат  $x$  и  $y$ ,

задав для каждого уравнения по два начальных условия:

- координаты точки вылета тела  $(0,0)$ , т.е.  $x(0)=0$  и  $y(0)=0$ ;
- и проекции начальной скорости  $V_0$  на оси  $OX$  и  $OY$ , т.е.  $x'(0)=V_0 \cos \alpha$  и  $y'(0)=V_0 \sin \alpha$ ;

Указание!

Воспользуйтесь для решения дифференциальных уравнений функцией **DSolveValue**, которая отличается от **DSolve** тем, что ответ выдаётся не в виде правил подстановки, а сразу в виде функции. Поэтому, чтобы определить функцию-решение, достаточно дать ей имя.

Пример.  $X[t\_]=DSolveValue[\{x''[t]+\omega^2 x[t]==0, x[0]==3, x'[0]==6\}, x[t], t]$

2. Определить  $X$  и  $Y$  как функции аргумента  $t$ , являющиеся решениями соответствующих уравнений.

3. Задать, определив соответствующие переменные:

- ускорение свободного падения  $g=9.8$ ;
- массу тела  $m=0.1$ ;
- коэффициент сопротивления воздуха  $\beta=0.1$ ;
- начальную скорость  $V_0=10$ ;
- угол вылета к горизонту  $\alpha=\pi/4$ .

4. Построить траекторию движения тела в координатах  $x$  и  $y$  при изменении времени полёта  $t$  в пределах  $t \in (0, 2.5)$ .

- установить область изображения  $(0,5)$  - по горизонтали и  $(0, 2)$  - по вертикали ;
- подписать оси ;
- установить разметку (деления) на осях через 1 - по горизонтали и через 0.5 - по вертикали ;
- изобразить линию траектории чёрным цветом ;
- увеличить размер шрифта по осям до 16 .

5. Знакомимся с панелью для рисования.

Созданный график можно дорисовывать, используя панель инструментов для рисования.

- включить панель для рисования: меню Graphics  $\rightarrow$  пункт Drawing Tools ;
- войти в режим редактирования графика, дважды щёлкнуть по нему, при этом окружающая его рамка станет серой ;
- от точки максимума траектории провести красные пунктирные линии: вертикальную вниз к оси  $OX$  и горизонтальную влево к оси  $OY$  ;
- поставить символ  $h$  (высота) рядом с вертикальной линией, установить размер символа равным 18;

Указание!

1. Вертикальные и горизонтальные линии удобно рисовать, удерживая клавишу **Shift** .
2. Установить стиль линии можно в разделе **Stroke** палитры **Drawing Tools** .
3. Установить стиль текста можно в разделе **Text** палитры **Drawing Tools** .

6. Используя функцию **Manipulate** создать динамически изменяемую картинку.

- динамическим параметром сделать максимальное значение переменной  $t$  - времени полёта, т.е.  $t_{\max}$  ;

- пределы изменения параметра  $t_{\max}$  установить в диапазоне от 0.01 до 2.5 ;
- установить начальное значение параметра  $t_{\max}$  равным 0.01 и дать ему название "время полёта" ;

7. Изучить влияние начальной скорости.

- сбросить значение переменной  $V_0$ , либо командой **Clear**, либо оператором сброса (**=.**) ;

- определить функции  $X1$  и  $Y1$  как функции двух переменных:  $t$  и  $V_0$ , присвоив им значения функций  $X(t)$  и  $Y(t)$  соответственно;
- скопировать всю функцию Manipulate из предыдущего задания, заменив функции  $X(t)$  и  $Y(t)$  на  $X1(t, V_0)$  и  $Y1(t, V_0)$ ;
- добавить ещё один динамический параметр - начальную скорость  $V_0$ , установив пределы изменения от 1 до 15 с начальным значением, равным 5 и названием "начальная скорость" ;
- 8. Изучить влияние угла вылета.
- сбросить значение переменной  $\alpha$ , либо командой Clear, либо оператором сброса (=.) ;
- определить функции  $X2$  и  $Y2$  как функции трёх переменных  $t$ ,  $V_0$  и  $\alpha$ , присвоив им значения функций  $X(t)$  и  $Y(t)$  соответственно ;
- скопировать всю функцию Manipulate из предыдущего задания, заменив функции  $X1(t, V_0)$  и  $Y1(t, V_0)$  на  $X2(t, V_0, \alpha)$  и  $Y2(t, V_0, \alpha)$ ;
- добавить ещё один динамический параметр - угол вылета  $\alpha$ , установив три возможных значения  $\pi/6$ ,  $\pi/4$ ,  $\pi/3$  с начальным значением, равным  $\pi/4$  и названием "угол вылета";
- используя опцию ControlType, установить для трёх элементов управления:  $t_{\max}$ ,  $V_0$  и  $\alpha$  следующие типы : Manipulator, Manipulator и RadioButton .

Замечание.

Тип управляющего элемента Manipulator устанавливается по умолчанию для динамического параметра с непрерывным изменением в заданном диапазоне. Поэтому для управляющих элементов  $t_{\max}$  и  $V_0$  ничего не изменится, а для элемента  $\alpha$  панель управления будет выглядеть иначе.

### Критерии оценивания ответов на вопросы при защите лабораторной работы

Показатели	На «Зачтено»	На «Не зачтено»
Формулы, команды, вычисления	Применяются необходимые в условиях поставленной задачи команды без синтаксических ошибок; вычисления выполнены в полном объёме и представлены в соответствующем заданию формате.	Используются неприменимые в условиях поставленной задачи команды; в базовых выражениях допущены ошибки; вычисления отсутствуют или выполнены некорректно.
Графики	Построенная зависимость имеет верный вид, по осям указаны аргумент и имя функции со своими единицами, есть шкалы на осях, нанесены контрольные метки, соответствующие заданию.	Вид зависимостей неверный, соответствующее заданию оформление графиков отсутствует.
Объяснения (ответы на смысловые вопросы)	Даны развёрнутые, корректные ответы на все вопросы; правильно интерпретируются результаты вычислений	Объяснение отсутствует.

Шкала оценивания:

0 баллов – «не зачтено»;

1 балл – «зачтено»;

Суммируются баллы за каждую лабораторную работу.

Допуск к зачёту осуществляется по количеству набранных баллов:

менее 60% от максимально возможного количества баллов – к зачёту не допускается;

60-80% от максимально возможного количества баллов – помимо основного зачётного

задания выполняются дополнительные задания по пропущенным темам;  
80-99% от максимально возможного количества баллов – основное зачётное задание;  
100% от максимально возможного количества баллов – проставляется зачёт автоматом.

## 2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

### Список заданий к зачёту в 1 семестре

Зачет выставляется по итогам текущей аттестации.

### Список заданий к зачёту в 2 семестре

#### Вариант 1

1. Чтобы подключить заголовочный файл в программу на C++, например `iostream` необходимо написать:

1. `#include <iostream.h>`
2. `include #iostream,h;`
3. `include (iostreamh)`
4. `#include <iostream>`

2. Каков результат работы следующего фрагмента кода?

?

```
int x = 0;
```

```
switch(x)
{
```

```
case 1: cout << "Один";
```

```
case 0: cout << "Ноль";
```

```
case 2: cout << "Привет мир";
```

```
}
```

1. Привет мир
2. Один
3. НольПривет мир
4. Ноль

3. Какой из следующих операторов - оператор сравнения двух переменных?

1. `==`
2. `=`
3. `equal`
4. `:=`

4. Программа, переводящая входную программу на исходном языке в эквивалентную ей выходную программу на результирующем машинном языке, называется:

1. транслятор
2. компилятор
3. интерпретатор
4. сканер

**5. Какие служебные символы используются для обозначения начала и конца блока кода?**

1. `()`
2. `<>`
3. `{ }`
4. `begin end`

**6. Какими знаками заканчивается большинство строк кода в Си++?**

1. `:` (двоеточие)
2. `,` (запятая)
3. `.` (точка)
4. `;` (точка с запятой)

**7. Какая из следующих записей - правильный комментарий в С++?**

1. `{комментарий}`
2. `*/ Комментарий */`
3. `** Комментарий **`
4. `/* комментарий */`

**8. Оператор if else позволяет определить действие ...**

1. только для ложного условия
2. для истинного и ложного условий
3. только для истинного условия

**9. Если условие оператора выбора ложное, то:**

1. выполняется тело оператора выбора
2. выполняется следующий оператор, сразу после оператора `if`
3. программа завершает работу

**10. Укажите операцию, приоритет выполнения которой больше остальных**

1. `+`
2. `/`
3. `++`
4. `*`

5. `()`

11. Какая из следующих функций считывает 100 символов из входного потока в строку `x`?

- 1 `cin.getline(x, 100, 'n');`
- 2 `getline(x, 100, 'n');`
- 3 `read(x);`
- 4 `cin.getline(100, x, 'n');`

12. Допустим, у нас есть код

```
char arr[8];  
cin >> arr;
```

И в массив `arr` мы попытались записать следующий набор символов `Hello World`.  
Что в действительности будет содержать массив `arr`?

- 1. Другой ответ
- 2. Hello World
- 3. Hello
- 4. Hello W
- 5. Hello Wo

13. Словосочетание "Hello world!" может быть сохранено в символьном массиве размером `n` элементов. Укажите чему равно `n`?

- 1. 12
- 2. 11
- 3. 13
- 4. 10

14. Какая из следующих записей возвращает значение переменной `a`, хранящееся в памяти по адресу на который указывает указатель?

- 1 `val(a);`
- 2 `&a;`
- 3 `a ;`
- 4 `*a;`

15. Корректное выделение памяти

- 1 `int a = new int(20);`
- 2 `int *a = new 20;`
- 3 `int *a = new sizeof(int * 20);`
- 4 `int *a = new int[20];`
- 5 `int a = new int[20];`

16. Какой из следующих классов обрабатывает процесс записи в файл?

1. другое
2. `input_file`
3. `ofstream`
4. `ifstream`

17. Укажите правильный доступ к переменной, компоненту структуры!

1. `b.var;`
2. `b>var;`
3. `b->var;`
4. `b-var;`

18. Укажите тип возвращаемого значения следующей функции  
`int func(char x, float v, double t);`

1. `int`
2. `float`
3. `double`
4. `char`

19. Что из нижеперечисленного не является прототипом функции?

- 1 `void funct();`
- 2 `char x();`
- 3 `double funct(char x)`
- 4 `int funct(char x, char y);`

20. Какое действие вызывает оператор следующего вида:  
`#define A 0.1`

1. заменяет букву A в тексте программы на число 0.1
2. объявляет переменную и присваивает ей значение
3. определяет объект типа A

### Список заданий к зачёту в 3 семестре

Зачет выставляется по результатам выполнения лабораторных работ.

### Список заданий к зачёту в 4 семестре

Зачёт выставляется по результатам выполнения заданий в процессе текущей аттестации, а также выполнения зачётного задания.

#### Зачётное задание. Исследование функции.

1. Задать функцию  $f(x)$  для своего варианта.

2. Решив уравнение  $f(x) = 0$ , вычислить координаты точек пересечения графика функции с осью абсцисс. Используя оператор подстановки, присвоить переменным  $x_1, x_2, \dots$  найденные значения координат 1-ой, 2-ой и т.д. точек пересечения.

3. Вычислив производную  $f'(x)$  и приравняв её нулю, решить уравнение  $f'(x) = 0$ , определив тем самым положение особых точек функции  $f(x)$ : точек экстремумов и точек перегиба.

Справка: В особых точках 1-ая производная обращается в ноль.

Используя оператор подстановки, создать список *xextr* - список координат найденных особых точек функции  $f(x)$ .

4. Используя оператор подстановки, вычислить значение 2-ой производной от функций  $f(x)$  в особых точках. Определить вид особых точек - точка минимума, точка максимум или точка перегиба.

Справка: Если 2-ая производная в особой точке отрицательна - это максимум, если положительна - минимум, если равна нулю - это точка перегиба.

Используя оператор подстановки, найти значения функции  $f(x)$  в особых точках.

5. Построить график функции:

- подобрать оптимальную область изображения графика;
- подписать оси координат;
- нанести разметку по осям;
- установить толщину осей, равную двум пикселям;
- установить размер шрифта - 16, название шрифта - Courier, начертание - толстый - Bold;
- изобразить график черной толстой линией, относительную толщину линии установить равной 0.009;
- нанести сетку синими линиями.

6. Обозначить точки экстремумов красным пунктиром.

Указания:

- для построения пунктирных линий, параллельных осям координат, воспользоваться функцией ContourPlot;
- для объединения графиков воспользоваться функцией Show.

7. С помощью интеграла от модуля заданной функции  $f(x)$  вычислить площадь области под (или над) кривой, расположенной между двумя точками пересечения графика с осью абсцисс, т.е. точками  $x_1$  и  $x_2$ .

8. Создать таблицу значений функции  $f(x)$  на интервале изменения переменной  $x$ , расположенном между двумя точками пересечения графика с осью абсцисс  $x_1$  и  $x_2$ .

Оформить таблицу.

9. Сформулировать ответ в текстовой строке ниже графика, в котором указать особые точки, их тип, значение функции в этих точках и вычисленную площадь области под (или над) кривой.

Варианты заданий

Вариант 1.  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 1$ ;

Вариант 2.  $f(x) = x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 3x - 4$ ;

Вариант 3.  $f(x) = \ln(4 - 2x) + x^3 - 1$ ;

Вариант 4.  $f(x) = 2^x(3^x - 9x + 1) - 4x \cdot 3^x + 36x^2 - 4x + 10$ ;

Вариант 5.  $f(x) = e^x(x - 3) - 6x^2 + 10x + 7$ ;

Вариант 6.  $f(x) = (x^4 + 2x^3 - 1)(x - \ln(7 - 4x) - 2)$ ;

Вариант 7.  $f(x) = x \cdot \ln x \cdot e^{-x} - \frac{1}{10}$ ;

Вариант 8.  $f(x) = x^x + x^{-5x} - 2$ ;

Вариант 9.  $f(x) = 5 + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x^2} + x^2 + \frac{1}{x^3} + x^3$ ;

Вариант 10.  $f(x) = 2x^5 - 20x - 5$ ;

Вариант 11.  $f(x) = x^{2x}(\ln x - 1) + 2$ ;

Вариант 12.  $f(x) = e^{-2x}(x + 2) + \frac{6}{x} - x$ ;

### Критерии оценивания ответов на вопросы при защите зачётной работы

Показатели	На «Зачтено»	На «Не зачтено»
Формулы, команды, вычисления	Применяются необходимые в условиях поставленной задачи команды без синтаксических ошибок; вычисления выполнены в полном объёме и представлены в соответствующем заданию формате.	Используются неприменимые в условиях поставленной задачи команды; в базовых выражениях допущены ошибки; вычисления отсутствуют или выполнены некорректно.
Графики	Построенная зависимость имеет верный вид, по осям указаны аргумент и имя функции со своими единицами, есть шкалы на осях, нанесены контрольные метки, соответствующие заданию.	Вид зависимостей неверный, соответствующее заданию оформление графиков отсутствует.
Объяснения (ответы на смысловые вопросы)	Даны развёрнутые, корректные ответы на все вопросы; правильно интерпретируются результаты вычислений	Объяснение отсутствует.

### Список заданий к зачёту в 5 семестре

Зачёт выставляется по результатам выполнения лабораторных работ.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Информационные технологии и программирование»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой усвоения учебного материала по дисциплине **«Информационные технологии и программирование»** является самостоятельная работа студента, причём в достаточно большом объёме. По всем темам предусмотрены задания самостоятельной работы, на которых происходит закрепление изученного материала и отработка навыков работы с компьютером и операционной системой.

Освоить вопросы дисциплины **«Информационные технологии и программирование»** самостоятельно студенту достаточно сложно. Посещение всех предусмотренных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных самостоятельных занятий в течении 5 семестров сдать зачётов практически невозможно.