

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

**М. Н. Преображенский**

# **ЭЛЕКТРИЧЕСТВО ОПТИКА**

*Учебное пособие*

*Рекомендовано*

*Научно-методическим советом университета  
для студентов, обучающихся по направлениям Биология,  
Химия, Экология и природопользование*

Ярославль  
ЯрГУ  
2013

УДК 537:535(075.8)  
ББК В33я73+В34я73  
П72

*Рекомендовано  
Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2013 года*

Рецензенты:

Бачурин В. И., доктор физико-математических наук, профессор;  
кафедра физики ЯГТУ

**Преображенский, Михаил Николаевич.**

П72      Электричество. Оптика : учебное пособие  
/ М. Н. Преображенский ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Де-  
мидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2013. – 140 с.  
ISBN 978-5-8397-0952-2

В учебное пособие вошли три раздела общего курса физики. Данные разделы рассмотрены в соответствии с примерной программой курса общей физики для не физических факультетов университетов. В каждой части рассмотрены примеры решения типовых контрольных заданий и предложены задания для самостоятельного решения.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлениям 020400.62 Биология, 020100.62 Химия, 022000.62 Экология и природопользование (дисциплина «Физика», цикл Б2), очной формы обучения.

УДК 537:535(075.8)  
ББК В33я73+В34я73

**ISBN 978-5-8397-0952-2**

© ЯрГУ, 2013

# Часть 1. Электричество

## Глава 1. Электрическое поле в вакууме

### 1.1. Электрический заряд. Закон Кулона

Все тела способны электризоваться, то есть приобретать электрический заряд. Заряд – это неотъемлемое свойство материи, которое проявляется во взаимодействии заряженных частиц или тел. В отличие от массы тела заряд может быть двух видов: положительный и отрицательный. При взаимодействии одноименные заряды будут отталкиваться, а разноименные – притягиваться. Носителями заряда являются некоторые элементарные частицы, имеющие одинаковый по абсолютной величине *элементарный заряд*, обозначаемый буквой  $e$  или  $-e$  соответственно. Обычно частицы, несущие противоположные заряды, присутствуют в телах в одинаковом количестве и распределены равномерно. Если в процессе электризации тел или перераспределения зарядов нам удастся получить в какой-то области избыток зарядов одного знака (например,  $+Q$ ), то где-то в другой области обязательно обнаружится соответствующий заряд противоположного знака ( $-Q$ ). Поскольку заряд образуется из элементарных зарядов, то его величина будет кратна  $e$ :  $Q = Ne$ .

Таким образом, можно сформулировать *закон сохранения электрического заряда*: суммарный заряд электрически изолированной системы не изменяется.

Так, при трении кожа или стекло заряжаются положительно, а мех или смола – отрицательно.

Характер взаимодействия между заряженными телами был установлен Кулоном и носит его имя. Для его формулировки пользуются понятием *точечного заряда*. Точечным зарядом называют заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями до других заряженных тел, с которыми оно взаимодействует.

Измеряя с помощью крутильных весов силу взаимодействия между двумя заряженными телами, имеющими различные по величине заряды и расположенные на различном расстоянии друг

от друга, Кулон установил, что *сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Направлена сила вдоль прямой, соединяющей эти заряды.* При этом заряды с различным знаком притягиваются, а одинаковые – отталкиваются.

Закон Кулона можно записать в векторном виде:

$$\mathbf{F}_{12} = -k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \mathbf{e}_{12}, \quad (1.1)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности, который зависит от выбора системы единиц,  $Q_1$  и  $Q_2$  – величины взаимодействующих зарядов,  $r$  – расстояние между зарядами,  $\mathbf{e}_{12}$  – единичный вектор, направленный от заряда 1 к заряду 2,  $\mathbf{F}_{12}$  – сила, действующая на заряд 1 со стороны заряда 2 (рис. 1.1).

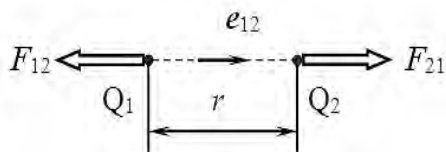


Рис. 1.1. Взаимодействие двух точечных зарядов одного знака

Поскольку сила, действующая на второй заряд, равна по величине и противоположна по направлению первой, для нее будет справедливо соотношение:

$$\mathbf{F}_{21} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \mathbf{e}_{12} \quad (1.2)$$

Если изолированная система содержит несколько точечных зарядов, то для силы  $\mathbf{F}_\alpha$ , действующей на произвольный из зарядов  $Q_\alpha$ , будет выполняться *принцип суперпозиции*:

$$\mathbf{F}_\alpha = \sum \mathbf{F}_{\alpha i} \quad (1.3)$$

где  $\mathbf{F}_{\alpha i}$  – сила, с которой действует на заряд  $Q_\alpha$  заряд  $Q_i$  в отсутствие остальных зарядов. Суммирование ведется по всем зарядам системы. Или можно сказать, что *суммарная сила, действующая*

на произвольный заряд системы, равна сумме сил, действующих на этот заряд со стороны остальных зарядов.

Значение коэффициента  $k$  в законе Кулона будет определять выбор соответствующей системы единиц. В системе единиц СГСЭ (*абсолютная электростатическая система единиц*)  $k = 1$  и закон Кулона определяет единицу заряда. В международной системе единиц СИ основной единицей в электричестве является *ампер* (А), а единица заряда – *кулон* (Кл = А×с). Коэффициент пропорциональности  $k$  в законе Кулона положили равным  $1/4\pi\epsilon_0$ . Величину  $\epsilon_0$  называют электрической постоянной, она равна  $0,885 \cdot 10^{-11}$  Ф/м и имеет размерность электрической емкости (Фарада), деленной на длину (метр). Теперь в рационализованной форме закон Кулона для модуля силы в системе СИ записывается следующим образом:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}. \quad (1.4)$$

## 1.2. Электрическое поле. Напряженность поля

Согласно современным представлениям, все взаимодействия передаются с помощью особого материального посредника, называемого *полем*. Например, в случае взаимодействия электрических зарядов говорят об *электрическом поле*. Будем считать, что каждый заряд создает вокруг себя *электрическое поле*, то есть так изменяет свойства окружающего себя пространства, что любой другой электрический заряд (назовем его *пробным зарядом*) оказывается под действием некоторой силы. Следовательно, чтобы установить наличие в некоторой точке пространства электрического поля, достаточно поместить в эту точку *пробный заряд* и установить наличие действующей на него силы. О величине поля можно судить по величине силы, действующей на *пробный заряд*. Сам *пробный заряд* должен быть *точечным* и не должен вносить возмущения в имеющееся электрическое поле.

Поместим произвольный пробный заряд  $q_{\text{пр}}$  в некоторую точку, положение которой будет задаваться радиус-вектором  $\mathbf{r}$  относительно заряда  $Q$  (рис. 1.2).

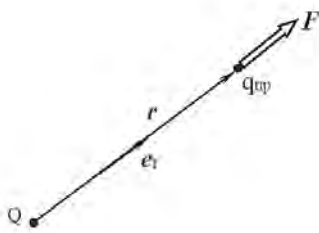


Рис. 1.2. Определение наличия электрического поля

В соответствии с законом Кулона мы определим, что на пробный заряд будет действовать сила

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{\text{пр}} Q}{r^2} \mathbf{e}_r. \quad (1.5)$$

Однако из формулы (1.5) следует, что сила, действующая на пробный заряд, зависит не только от величин, задающих поле ( $Q$  и  $r$ ), но и от величины пробного заряда  $q_{\text{пр}}$ . Поэтому для однозначного определения характеристики электрического поля очевидно надо взять отношение  $\mathbf{F}/q_{\text{пр}}$ , которое будет одинаковым для всех пробных зарядов. *Сила, действующая на единичный неподвижный положительный пробный электрический заряд, называется напряженностью электрического поля и обозначается  $\mathbf{E}$ .* Напряженность электрического поля есть вектор, направление которого совпадает с направлением силы, действующей на положительный пробный заряд. Измеряется напряженность поля в Н/Кл или В/м. Для силы, действующей в электрическом поле  $\mathbf{E}$  на неподвижный точечный заряд  $q$ , в соответствии с этим определением будет выполняться:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}. \quad (1.6)$$

Из формулы (1.5) для напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  точечного заряда  $Q$  можно получить:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \mathbf{e}_r. \quad (1.7)$$

Направлен вектор напряженности электрического поля вдоль прямой, проходящей через данную точку, и заряд от заряда, если заряд положительный, и к заряду, если заряд отрицательный.

Для определения напряженности электрического поля системы зарядов, очевидно по аналогии с принципом суперпозиции для сил (1.3), можно воспользоваться принципом суперпозиции для напряженности, согласно которому *напряженность поля системы неподвижных точечных зарядов равна векторной сумме напряженности полей, создаваемых каждым зарядом по отдельности в отсутствие других зарядов:*

$$\mathbf{E} = \sum \mathbf{E}_i, \quad (1.8)$$

где суммирование ведется по всем зарядам, создающим поле.

Принцип суперпозиции позволяет вычислить напряженность поля любой системы точечных зарядов.

Для полного описания электрического поля системы зарядов необходимо в каждой точке пространства указать направление вектора  $\mathbf{E}$  и его величину. Картина получится значительно нагляднее, если для его графического представления ввести понятие *силовых линий напряженности электрического поля*. Линии напряженности проводят таким образом, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала с направлением вектора напряженности  $\mathbf{E}$  в данной точке, а густота линий выбирается так, что количество линий, пересекающих единичную поверхность (перпендикулярную к данным линиям), равно численному значению вектора  $\mathbf{E}$  (рис. 1.3).

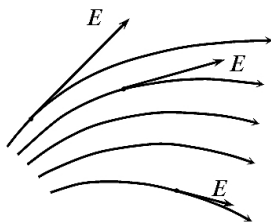


Рис. 1.3. Графическое представление электрического поля

На рис. 1.4 приведены силовые линии изолированных положительного и отрицательного зарядов (а, б), силовые линии напряженности электрического поля системы двух зарядов одного (в) и противоположного (г) знаков. Силовым линиям приписы-

вается направление, соответствующее направлению вектора  $E$ , то есть можно заметить, что они начинаются на положительных зарядах или в бесконечности, а заканчиваются на отрицательных зарядах или также в бесконечности.

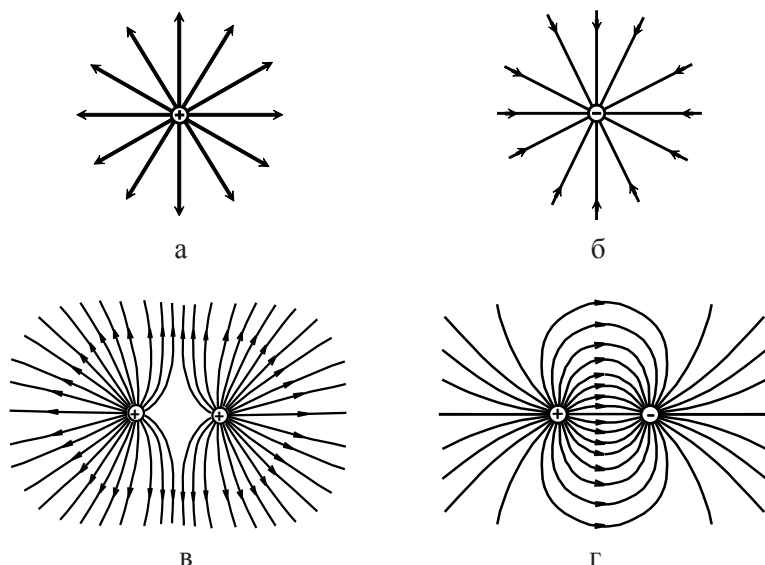


Рис. 1.4. Электрическое поле положительного (а), отрицательного (б) зарядов, системы двух зарядов одного (в) и противоположных (г) знаков

### 1.3. Поток вектора напряженности электрического поля, электростатическая теорема Гаусса

Понятие *потока вектора* часто встречается в различных разделах физики, использующих математический аппарат векторного анализа. В гидродинамике, где понятие потока было введено впервые, оно имело смысл реального объема жидкости, протекающего через малую площадку  $S$ , перпендикулярную к вектору скорости жидкости за некоторый промежуток времени ( $V = S v dt$ ). Если площадка будет расположена параллельно вектору скорости частиц жидкости, то поток жидкости через нее будет равен нулю. В случае расположения площадки наклонно под углом  $\alpha$



к вектору скорости, поток можно вычислить по формуле  $dV = S v \cos \alpha dt$ . В единицу времени это будет составлять  $V = S v \cos \alpha$ . Если ввести понятие вектора площадки  $\mathbf{S} = S \mathbf{n}$ , где  $\mathbf{n}$  – это единичный вектор в направлении нормали к площадке  $S$ , для потока (вектора скорости) можно записать:  $V = \mathbf{S} \mathbf{v} = S v \cos \alpha$ . Выражения подобного рода часто встречаются и в других разделах физики. Обычно их рассматривают для бесконечно малой  $dS$  площадки, в пределах которой вектор соответствующей величины не меняется, и называют потоком вектора через площадку  $dS$ . Для определения потока через некоторую поверхность  $S$  необходимо провести суммирование (интегрирование) по всей площадке.

Так, для электрического поля вводится понятие потока  $\Phi_E$  вектора напряженности  $\mathbf{E}$  электрического поля:

$$d\Phi_E = \mathbf{E} d\mathbf{S} = E dS \cos \alpha, \quad \Phi = \int E dS \quad (1.9)$$

хотя никакое реальное течение с этим вектором не связано.

Поток вектора – это скалярная величина, и потоки нескольких векторов через одну площадку складываются алгебраически. Возвращаясь к графическому описанию электрического поля, можно сказать, что поток вектора  $\mathbf{E}$  характеризует количество силовых линий, пересекающих заданную площадку.

Теорема Гаусса связывает величину потока через произвольную замкнутую поверхность с зарядами, находящимися внутри этой поверхности. Для вывода этой теоремы рассмотрим сначала поле, создаваемое точечным зарядом, и его поток через сферическую поверхность  $S$  с радиусом  $R$ , центр которой совпадает с этим зарядом. Поле на поверхности сферы в соответствии с (1.7) определяется выражением

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} \mathbf{e}_r. \quad (1.10)$$

Поток вектора через элементарную площадку сферы  $dS$  будет

$$d\Phi_E = (\mathbf{E} \mathbf{n}) dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} dS, \quad (1.11)$$

а через всю сферу радиусом  $R$ :

$$\Phi_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2} S = \frac{Q}{\epsilon_0}. \quad (1.12)$$

При графическом описании электрического поля мы отмеча-  
ли, что поток вектора  $\mathbf{E}$  характеризует количество силовых ли-  
ний, пересекающих заданную площадку. Рис. 1.5 поясняет, что  
выражение (1.12) будет справедливо для поверхности произволь-  
ной формы.

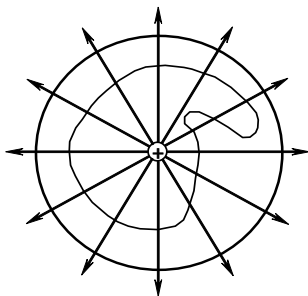


Рис. 1.5. Поток вектора  $\mathbf{E}$  через замкнутые поверхности  
различной формы

Из рисунка видно, что суммарный поток вектора напряжен-  
ности электрического поля не зависит от формы поверхности,  
поэтому будет справедливо утверждение: *поток вектора напря-  
женности электрического поля через замкнутую поверхность  
равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхно-  
сти зарядов, деленной на  $\epsilon_0$* . Данное утверждение носит название  
теоремы Гаусса.

Пользуясь теоремой Гаусса, нетрудно вычислить значение  
напряженности поля  $E$  для некоторых простейших случаев.

### 1. Электрическое поле бесконечной, равномерно заряженной нити

Для вычисления напряженности электрического поля бес-  
конечной, равномерно заряженной нити окружим ее отрезок  
длиной  $l$  цилиндром с радиусом основания  $R$ , ось которого со-  
падает с нитью (рис. 1.6, а). В силу симметрии задачи, потоки  
через верхнее и нижнее основания цилиндра будут равны нулю.  
Поток через боковую цилиндрическую поверхность будет равен  
 $\Phi = E S_{\text{цил.}} = E 2\pi R l$ . Заряд  $Q$ , находящийся на отрезке нити вну-  
три цилиндра, можно выразить через линейную плотность заря-

да  $\tau$  (заряд, приходящийся на единицу длины нити)  $Q = \tau l$ . Тогда в соответствии с теоремой Гаусса запишем:

$$\Phi_E = E 2\pi R l = \frac{\tau l}{\epsilon_0}. \quad (1.13)$$

Откуда:  $E = \frac{\tau}{2\pi R \epsilon_0}$ , то есть напряженность поля нити убывает обратно пропорционально расстоянию до нее.

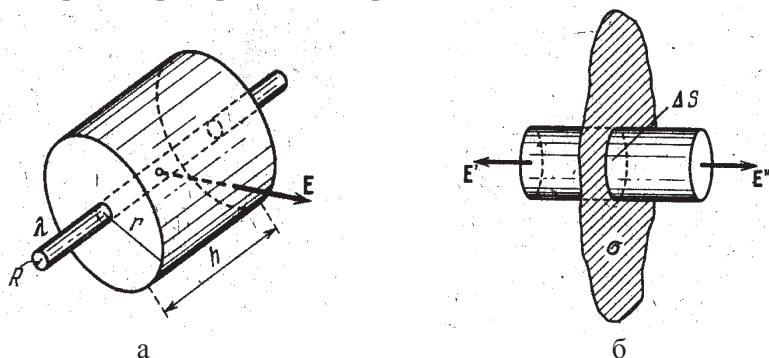


Рис. 1.6. Примеры вычисления напряженности электрического поля

## 2. Электрическое поле бесконечной, равномерно заряженной плоскости

Для вычисления напряженности электрического поля бесконечной, равномерно заряженной плоскости в качестве замкнутой поверхности выберем цилиндр с площадью основания  $S$ , ось которого перпендикулярна рассматриваемой заряженной плоскости (рис. 1.6, б). В силу симметрии задачи, в данном случае будет отсутствовать поток вектора  $\mathbf{E}$  через боковые поверхности цилиндра, а поток через основания будет составлять  $2 S E$ . Заряд  $Q$  участка плоскости, находящегося внутри цилиндра, выразим через поверхностную плотность заряда  $\sigma$  (заряд, приходящийся на единицу площади поверхности)  $Q = \sigma S$ . В соответствии с теоремой Гаусса запишем:

$$\Phi_E = E 2S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}, \quad (1.14)$$

откуда  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ , то есть напряженность электрического поля равномерно заряженной бесконечной плоскости не зависит от расстояния до этой плоскости.

### 3. Электрическое поле двух параллельных бесконечных, равномерно и противоположно заряженных плоскостей

Для этого случая удобнее воспользоваться принципом суперпозиции. Поле вне плоскостей в этом случае будет равно нулю, поскольку напряженности каждой из плоскостей равны по величине и противоположны по направлению, в то время как поле между плоскостями удвоится и будет равно:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (1.15)$$

### 1.4. Потенциал электрического поля

При перемещении зарядов электрическое поле совершает работу. Посчитаем работу, которую совершает электрическое поле точечного заряда  $Q$  над некоторым пробным зарядом  $q_{\text{пр}}$  при его перемещении из некоторой точки пространства 1 в точку 2 (рис. 1.7). Точки 1 и 2 задаются соответствующими радиус-векторами  $r_1$  и  $r_2$ . При перемещении заряда на некотором малом участке пути  $dl$  работа будет:

$$dA = \mathbf{F} d\mathbf{l} = F dl \cos \alpha = F dr, \quad (1.16)$$

где  $\mathbf{F}$  – сила, действующая на пробный заряд в соответствии с законом Кулона, а  $\alpha$  – угол между направлением действующей силы и направлением перемещения  $d\mathbf{l}$ . Учитывая закон Кулона, получим:

$$A_{12} = \int F dl \cos \alpha = \int_{q_{\text{пр}}} Q dr / 4\pi\varepsilon_0 r^2 = q_{\text{пр}} Q / 4\pi\varepsilon_0 (1/r_1 - 1/r_2). \quad (1.17)$$

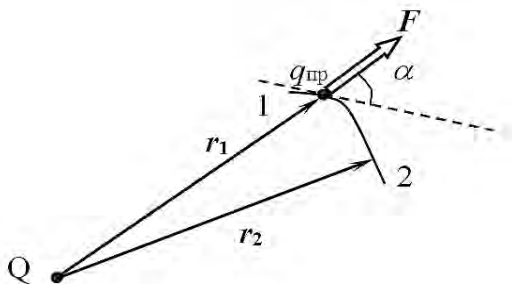


Рис. 1.7. К определению работы электростатической силы

Таким образом, мы получили, что работа в электростатическом поле не зависит от траектории, вдоль которой перемещается заряд, а определяется только начальным и конечным положениями заряда. Это значит, что электростатическое поле потенциально. В этом случае можно утверждать, что заряд, помещенный в электрическое поле, можно описывать некоторой функцией – потенциальной энергией ( $W$ ), которая связана с работой соотношением:

$$A_{12} = W_1 - W_2, \quad (1.18)$$

откуда следует, что  $W = q_{\text{пр}} Q/4\pi\epsilon_0 r$ .

Потенциальная энергия измеряется с точностью до постоянной величины. В электричестве за ноль принимают значение потенциальной энергии заряда, находящегося в бесконечности. В этом случае потенциальная энергия будет равна работе, которую совершает электрическое поле при перемещении заряда из данной точки в бесконечность.

Потенциальная энергия (так же, как и сила) зависит не только от величины электрического поля, но и от величины заряда (в данном случае пробного). Для того чтобы характеризовать только электрическое поле, вводят новую величину – потенциал. Потенциал в данной точке поля равен потенциальной энергии пробного заряда, помещенного в данную точку, деленной на величину этого заряда. Потенциал – это энергетическая характеристика электростатического поля, она является скалярной величиной.

$$\varphi = W/q_{\text{пр}}. \quad (1.19)$$

Для точечного заряда потенциал будет:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (1.20)$$

Единица измерения потенциала – вольт (В). Для потенциалов также справедлив принцип суперпозиции: *потенциал поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов всех этих зарядов.*

$$\varphi = \sum \varphi_i = \sum \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r_i}, \quad (1.21)$$

где суммирование ведется по всем зарядам системы. Поскольку потенциал является скалярной величиной, в ряде случаев его вычисление проще, чем вычисление напряженности электрического поля.

Пользуясь соотношениями (1.18) и (1.19), работу по перемещению заряда  $q$  можно выразить через потенциал:

$$A_{12} = W_1 - W_2 = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.22)$$

Учитывая то, что мы приняли потенциальную энергию на бесконечности за ноль (соответственно и потенциал там будет равен нулю), работа по перемещению заряда из данной точки в бесконечность будет равна:

$$A_{1\infty} = W_1 - 0 = q\varphi_1, \quad (1.23)$$

то есть потенциал в некоторой точке численно равен работе, которую надо совершить над положительным единичным зарядом для удаления его из этой точки в бесконечность.

Между потенциальной энергией заряда в электрическом поле и силой, действующей на него со стороны поля, существует связь. Для установления этой связи переместим заряд  $q$ , находящийся в электрическом поле по оси  $X$  на расстояние  $dx$ , при этом над зарядом будет совершена работа  $dA = \mathbf{F} d\mathbf{l} = F_x dx$  ( $F_x$  — значение проекции силы на ось  $X$ ). Учитывая, что  $A_{12} = W_1 - W_2$ , можно записать:

$$dA = F_x dx = W_x - W_{x+dx} = -(W_{x+dx} - W_x) = -dW, \quad (1.24)$$

откуда

$$F_x dx = -dW \text{ или } F_x = -\frac{\partial W}{\partial x}. \quad (1.25)$$

Такая производная носит название частной и ее обозначение  $\partial/\partial x$  подчеркивает, что перемещение совершалось при постоянных значениях  $y$  и  $z$ .

Аналогичные рассуждения можно провести для перемещений вдоль осей  $Y$  и  $Z$ , тогда для проекций силы на оси  $Y$  и  $Z$  получим:

$$F_y = -\frac{\partial W}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial W}{\partial z}. \quad (1.26')$$

И окончательно для силы получим:

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{e}_x + F_y \mathbf{e}_y + F_z \mathbf{e}_z = -\left(\frac{\partial W}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial W}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial W}{\partial z} \mathbf{e}_z\right) = -\text{grad } W \quad (1.27)$$

Учитывая, что  $E = F/q$  и  $\varphi = W/q$ , связь между  $E$  и  $\varphi$  будет:

$$\mathbf{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{\mathbf{e}}_x + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{\mathbf{e}}_y + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{\mathbf{e}}_z\right) = -\text{grad } \varphi \quad (1.28)$$

Поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал, называется эквипотенциальной поверхностью. Работа электрических сил при перемещении заряда по эквипотенциальной поверхности равна нулю. Соотношение (1.28) можно записать для произвольного направления  $l$ . Тогда для любого направления на эквипотенциальной поверхности будет справедливо:

$$E_l = -\frac{\partial \varphi}{\partial l} = 0, \quad (1.29)$$

то есть проекция напряженности поля на любое направление на эквипотенциальной поверхности равна нулю, что равносильно утверждению, что линии напряженности электрического поля всегда будут перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям. Эквипотенциальные поверхности можно изобразить графически. Например, для точечного заряда эквипотенциальные поверхности будут представлять собой вложенные сферы (рис. 1.8 а, б). Для системы, состоящей из двух зарядов, картина сложнее, и ее вид представлен на рис. 1.8 в, г.

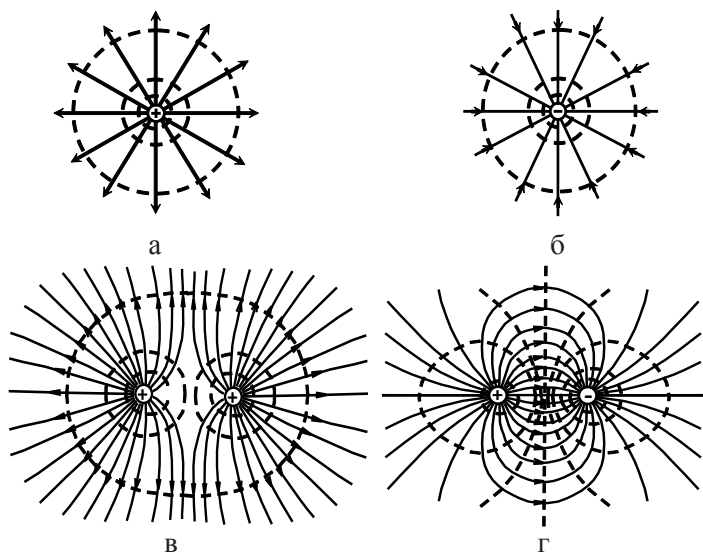


Рис. 1.8. Электрическое поле и эквипотенциальные поверхности положительного (а), отрицательного (б) зарядов, системы двух зарядов одно (в) и противоположных (г) знаков

Разность потенциалов

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = A_{12}/q \quad (1.30)$$

будет равна работе по перемещению заряда из 1-й точки во 2-ю, деленной на величину заряда. На практике часто используется величина, называемая напряжением (обозначается  $U$ ). Напряжение также измеряется в вольтах и отличается от разности потенциалов только знаком:

$$U = \varphi_2 - \varphi_1 = -\Delta\varphi. \quad (1.31)$$

## **Глава 2. Диэлектрики и проводники в электрическом поле**

### **2.1. Диполь. Диэлектрики в электрическом поле**

Электрическим диполем называется система, состоящая из двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов  $q$ , расположенных на расстоянии  $l$ , много меньшем расстояний до системы. В различные формулы, которые получаются для расчета напряженности поля, потенциала и другие, входит величина  $p = q l$ , называемаяся электрическим моментом диполя. Здесь  $q$  – абсолютная величина заряда, а  $l$  – вектор, проведенный от отрицательного заряда к положительному (рис. 2.1). Напряженность электрического поля диполя убывает обратно пропорционально кубу расстояния  $E \sim p/r^3$ , а потенциал  $\varphi \sim p/r^2$ .

На заряды диполя, находящиеся в электрическом поле, действует пара сил, приложенных к зарядам  $+q$  и  $-q$ . Эти силы равны по величине и противоположны по направлению (рис. 2.1). Момент этих сил стремится повернуть диполь вдоль силовой линии. Момент сил также выражается через электрический момент диполя:

$$N = [p E] = n q l E \sin \alpha \quad (2.1)$$

и направлен так, чтобы повернуть диполь с ориентацией электрического поля диполя  $p$  по направлению внешнего электрического поля  $E$ .



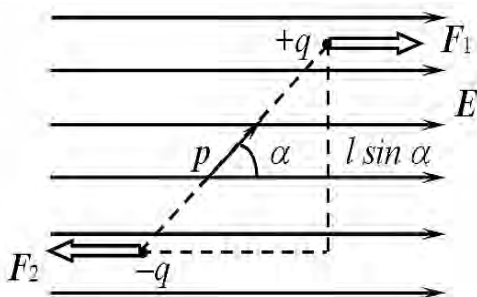


Рис. 2.1. Диполь в электрическом поле

Диэлектриками, или изоляторами, называют вещества, плохо проводящие электрический ток. Многие свойства диэлектриков, помещенных в электрическое поле, объясняются поведением диполей. Диэлектрики состоят из нейтральных в целом молекул. Электроны и ядра в атоме диэлектрика прочно связаны друг с другом и не могут перемещаться независимо. Можно выделить несколько типов диэлектриков: неполярные и полярные, диэлектрики с ионной и ковалентной связью.

У неполярных диэлектриков молекулы в отсутствие внешнего электрического поля симметричны (например, большинство газов). Центры тяжести положительных и отрицательных зарядов их молекул совпадают (рис. 2.2, а). В таком состоянии они не обладают собственным электрическим моментом. Под действием внешнего электрического поля заряды в неполярной молекуле смещаются друг относительно друга: положительные – по направлению поля, отрицательные – против (рис. 2.2, б). В результате молекула приобретает дипольный электрический момент, пропорциональный величине напряженности электрического поля:

$$\mathbf{p} = \beta \varepsilon_0 \mathbf{E}, \quad (2.2)$$

где  $\beta$  – поляризуемость молекулы.

У полярных диэлектриков молекулы несимметричны (например, СО). Центры зарядов положительных и отрицательных знаков сдвинуты друг относительно друга. В этом случае молеку-

лы обладают собственным дипольным электрическим моментом даже в отсутствие внешнего поля. В отсутствие электрического поля отдельные дипольные моменты в нем направлены хаотично, в результате теплового движения (рис. 2.2, в). Ориентация дипольных моментов может быть произвольной, и действие внешнего электрического поля сводится в основном к стремлению повернуть молекулу так, чтобы ее дипольный момент установился по направлению поля (рис. 2.2, г). Молекула ведет себя как жесткий диполь, величина дипольного момента которой от величины внешнего поля практически не зависит.

Таким образом, про диэлектрик, помещенный в электрическое поле, говорят, что он *поляризуется*. Как видно из этого рисунка, поляризация сопровождается возникновением в тонком поверхностном слое диэлектрика избытка *связанных зарядов* одного знака. Если поляризованный диэлектрик разделить пополам, каждая из половинок останется незаряженной, а на ее вновь образованных концах образуются связанные заряды соответствующего знака.

В диэлектриках с ионной связью дипольный момент возникает за счет сдвига ионов друг относительно друга. В кристаллах с ковалентной связью смещаются электроны, осуществляющие химическую связь.

Если обозначить суммарный электрический момент некоторого малого элемента объема диэлектрика, отнесенный к величине этого объема буквой  $P$  (называется *поляризованность* диэлектрика), то для любого типа диэлектриков будет справедливо:

$$P = \epsilon \epsilon_0 E, \quad (2.3)$$

где  $\epsilon$  – диэлектрическая восприимчивость диэлектрика – безразмерная величина, не зависящая от величины внешнего поля.

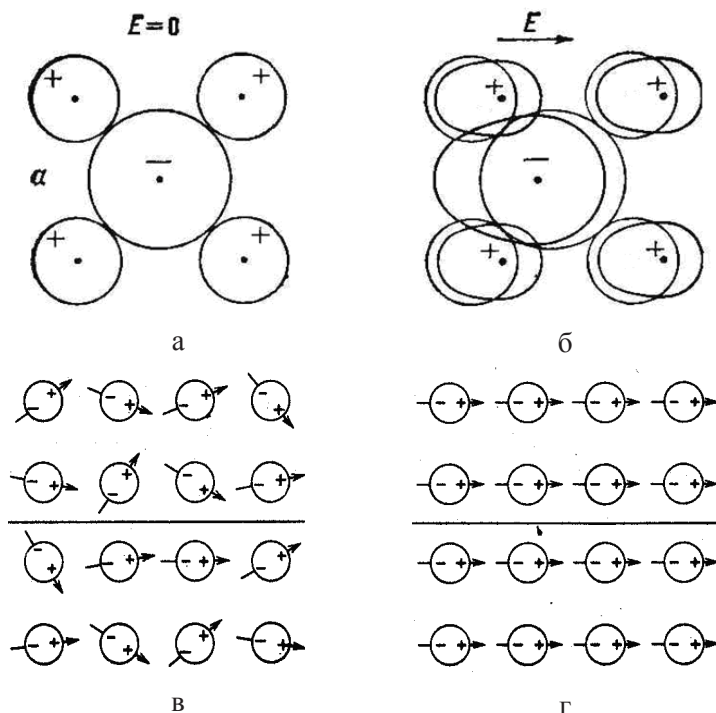


Рис. 2.2. Неполлярный (а, б) и полярный диэлектрики (в, г)

### *Электрическое поле в диэлектрике. Диэлектрическая проницаемость*

До сих пор мы изучали электрическое поле в вакууме. Рассмотрим, как меняются характеристики поля в веществе если пространство между заряженными пластинами заполнить диэлектриком. Мы ограничимся случаем, когда диэлектрик однородный и изотропный, т. е. его свойства одинаковы во всех точках и по всем направлениям. Такими свойствами обладают газообразные и жидкие, а также некоторые твердые диэлектрики (стекло, фарфор, эбонит, резина и т. п.).

Пусть электрическое поле создано двумя плоскими параллельными пластинами, заряженными разноименными зарядами с одинаковой по модулю поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ . Если расстояние  $d$  между пластинами много меньше размеров

пластин, то поле между пластинами практически однородно. В вакууме разность потенциалов между пластинами  $U_0 = E_0 d$ , где  $E_0$  – напряженность поля в вакууме. Если же пространство между пластинами заполнить диэлектриком, то заряд на пластинах не изменится, однако разность потенциалов между пластинами уменьшится:  $U < U_0$ . Соответственно уменьшится и напряженность поля:  $E < E_0$ .

Величину  $\varepsilon$ , показывающую, во сколько раз напряженность поля  $E$  в диэлектрике меньше напряженности поля  $E_0$  в вакууме (при неизменных параметрах источников поля), называют диэлектрической проницаемостью вещества:

$$\varepsilon = E_0/E = U_0/U. \quad (2.4)$$

При наличии диэлектрика между двумя параллельными плоскостями напряженность поля соответственно будет:

$$E = E_0/\varepsilon = \sigma/\varepsilon\varepsilon_0. \quad (2.5)$$

Опыт показывает, что значения  $\varepsilon$  для разных диэлектриков различны, поэтому эта величина служит электрической характеристикой среды, т. е. вещества диэлектрика.

Уменьшение напряженности поля в диэлектрике объясняется тем, что в диэлектрике под действием электрического поля возникает поляризационный заряд с поверхностной плотностью  $\sigma_{\text{пол}}$  (рис. 2.3). Тогда

$$E = (\sigma - \sigma_{\text{пол}})/\varepsilon_0, \quad (2.6)$$

т. е. свободный заряд частично компенсируется зарядом диэлектрика.

Возникновение в диэлектрике поляризационного заряда под действием внешнего электрического поля называют поляризацией диэлектриков. Сущность явления поляризации заключается в том, что частицы, из которых состоит диэлектрик (атомы или молекулы), деформируются и превращаются в диполи, выстраивающиеся вдоль линий напряженности внешнего поля. Так как знаки поляризационных зарядов диэлектрика противоположны знакам свободных зарядов, создающих поле (рис. 2.3), то суммарная напряженность поля в диэлектрике в  $\varepsilon$  раз меньше напряженности поля в вакууме.

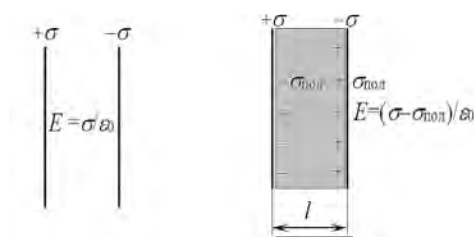


Рис. 2.3. Поляризация диэлектрика

## 2.2. Проводники в электрическом поле.

### Электрический ток

Проводниками называют вещества, способные проводить электрический ток. Проводимость меди или алюминия примерно в  $10^{20}$  раз выше проводимости слюды или полиэтилена. Проводниками являются практически все металлы. Эту способность проводников объясняют наличием у них свободных электронов (электронов проводимости), которые при наличии электрического поля могут свободно перемещаться по всему образцу.

Таким образом, если проводник поместить в электрическое поле, электроны в нем придут в движение, которое будет продолжаться до тех пор, пока заряд, наведенный ими, не скомпенсирует поле внутри проводника (рис. 2.4). Если теперь в присутствии поля разделить проводник на две части, то, в отличие от диэлектрика, каждая половинка останется заряженной.

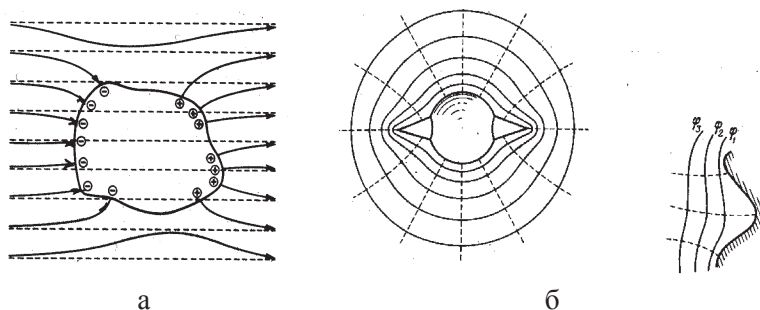


Рис. 2.4. Проводник в электрическом поле (а) и распределение электрического поля около проводников разной формы (б)

Для проводника, находящегося в стационарном состоянии, всегда будут выполняться два условия. Во-первых, электрическое поле внутри проводника будет равно нулю. Это означает, что потенциал внутри проводника везде (в том числе, и на поверхности) должен быть постоянным. Отсюда следует второе условие – напряженность поля на поверхности проводника в каждой точке направлена по нормали к его поверхности.

Если проводнику сообщить какой-либо заряд, то он обязательно распределится по поверхности так, чтобы соблюдались выше перечисленные условия. Распределение зарядов по поверхности является также следствием закона Кулона: одноименные заряды должны отталкиваться. Исходя из этого, можно заключить, что на полой проводнике заряд распределится так же, как на сплошном, и внутри полости проводника электрическое поле будет равно нулю, что можно использовать для электростатической защиты.

Проводник, который находится достаточно далеко от других проводников, тел и зарядов, называется *уединенным проводником*. Потенциал этого проводника пропорционален его заряду.  $Q = C\varphi$ . Коэффициент пропорциональности в этом соотношении  $C = Q/\varphi$  называется *емкостью* уединенного проводника, или просто емкостью. Единица измерения емкости – фарада (Ф). Устройство, состоящее из нескольких проводников (например, двух параллельных пластин), способное накапливать заряд, носит название конденсатора.

В отсутствие электрического поля электроны в проводнике находятся в состоянии хаотического теплового движения, и при усреднении за некоторый малый промежуток времени через произвольное сечение  $S$  внутри проводника заряд не переносится. При наложении внешнего электрического поля на хаотическое тепловое движение накладывается упорядоченное движение электронов с некоторой скоростью  $v$ , отличной от нуля. В результате этого упорядоченного движения через сечение проводника будет переноситься электрический заряд  $Q$ , образующий электрический ток  $I$ , который по определению равен

$$I = dQ/dt, \quad (2.7)$$

или, если имеются носители зарядов обоих знаков:

$$I = dQ^+/dt + |dQ^-|/dt. \quad (2.8)$$

Ток – это скаляр, и за положительное направление тока принято направление перемещения положительных зарядов.

Если величина тока может быть различной в разных сечениях проводника, ее характеризуют плотностью тока:

$$j = dI/dS. \quad (2.9)$$

Если мы будем считать, что ток переносят электроны проводимости, а их число в единице объема проводника обозначим за  $n$  (называется концентрация зарядов), то можно найти связь между скоростью упорядоченного движения электронов и плотностью тока:

$$j = dI/dS = n e v. \quad (2.10)$$

Как видно из рис. 2.5, за время  $dt$  через сечение проводника  $S$  пройдут электроны из объема  $dV = dS dl = dS v dt$ , количество которых составит  $N = n dS v dt$ , а перенесенный заряд  $Q = n dS v dt e$ , откуда с учетом (2.7), (2.9) следует (2.10). Поскольку направление тока  $j$  при малом сечении совпадает с направлением скорости  $v$ , уравнение (2.10) можно записать в векторном виде:

$$\mathbf{j} = n e \mathbf{v}. \quad (2.10')$$

### 2.3. Электродвижущая сила (э.д.с.). Закон Ома

Как уже отмечалось ранее, если в проводнике создать электрическое поле и не предпринимать мер по его поддержанию, то перемещение зарядов под действием электростатической силы ( $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ ) приведет к тому, что внутри проводника поле исчезнет и ток прекратится.

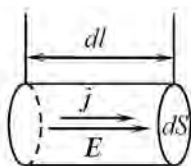


Рис. 2.5. К определению плотности тока

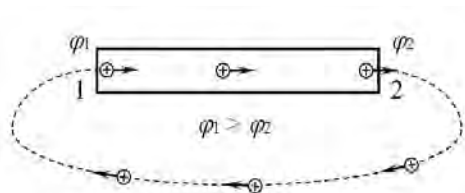


Рис. 2.6. Создание э.д.с. для поддержания тока

Для того чтобы ток поддерживать, необходимо от конца проводника с меньшим потенциалом непрерывно отводить приносимые туда током заряды, а к концу с большим потенциалом их непрерывно подводить (носители тока полагаются положительными), рис. 2.6. Таким образом, в замкнутой цепи для поддержания тока должны быть участки, где бы положительные заряды двигались в направлении возрастания потенциала, то есть против сил электростатического поля. Перемещение зарядов на таких участках возможно только за счет сил не электростатического происхождения, называемых *сторонними силами*. Эти силы могут вызываться химическими процессами, диффузией, изменяющимися магнитными полями или иметь иную природу.

Действие этих сторонних сил можно характеризовать работой, которую они совершают по перемещению зарядов по цепи. Величина, равная работе сторонних сил над единичным положительным зарядом, называется электродвижущей силой (э.д.с.) и обозначается  $\varepsilon$ .

$$\varepsilon = A/q. \quad (2.11)$$

Сопоставляя эту формулу с  $\varphi = W/q_{\text{пр}}$ , для потенциала можно сделать вывод, что э.д.с. имеет ту же размерность, что и потенциал (В).

Общую работу, совершаемую над зарядом, при его перемещении по контуру можно представить как сумму электростатических сил на участке 1-2 и сторонних сил на участке 2-1:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\varepsilon. \quad (2.12)$$



Величина, численно равная работе, совершаемой на участке цепи над единичным положительным зарядом электростатическими и сторонними силами, называется падением напряжения, или просто напряжением  $U$ .

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \quad (2.13)$$

Участок цепи, на котором не действуют э.д.с., называется однородным, и наоборот.

Ом экспериментально установил, что между напряжением на некотором участке цепи и током, протекающим по нему, выполняется соотношение:

$$I = U/R, \quad (2.14)$$

где  $R$  – электрическое сопротивление, которое характеризует геометрические свойства проводника (длину проводника  $l$  и площадь его поперечного сечения  $S$ ) и способность электронов данного материала перемещаться под действием электрического поля (электропроводность  $\sigma$ ).

$$R = l/\sigma S = \rho l/S, \quad (2.15)$$

где  $\rho = 1/\sigma$  – величина, обратная проводимости, называется удельным сопротивлением материала. В зависимости от наличия источника э.д.с. выражение (2.14) носит названия закона Ома для неоднородного или однородного участка цепи соответственно.

Для металлов величина сопротивления оказывается зависящей от температуры по закону:

$$R = R_0(1 + \alpha T), \quad (2.16)$$

где  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления (ТКС),  $R_0$  – сопротивление проводника при температуре  $0^\circ\text{C}$ . Зависимость  $R(T)$  используется в термометрах сопротивления для измерения температуры.

Если ток, протекающий по проводнику, неравномерно распределен по сечению, то закон Ома будет выполняться для каждого элемента проводника длиной  $dl$  и сечением  $dS$ . Значение

тока, выраженное через его плотность, будет  $I = j \, dS$ , а сопротивление  $R = dl / \sigma \, dS$ , сам закон Ома примет вид:  $j \, dS = dU \, \sigma \, dS / dl$ , откуда после сокращения  $dS$  получаем:

$$j = dU \, \sigma / dl = E \, \sigma. \quad (2.17)$$

Здесь учтено, что  $dU/dl = E$ . Поскольку направление перемещения зарядов совпадает с направлением поля, уравнение (2.17) записывают в векторном виде, и оно называется законом Ома в дифференциальном виде:

$$\mathbf{j} = \mathbf{E} \, \sigma. \quad (2.18)$$

## 2.4. Последовательное и параллельное соединение проводников

**Последовательное соединение.** При последовательном соединении проводников (сопротивлений) ток, протекающий через них, имеет одинаковое значение (рис. 2.7, а). Общее напряжение складывается из напряжений на каждом из них:  $I_0 = I_1 = I_2 = I_3$ ,  $U_0 = U_1 + U_2 + U_3$ . Откуда:

$$\begin{aligned} I_0 &= U_0 / R_0, \\ U_0 &= I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = I(R_1 + R_2 + R_3), \\ R &= R_1 + R_2 + R_3. \end{aligned} \quad (2.19)$$

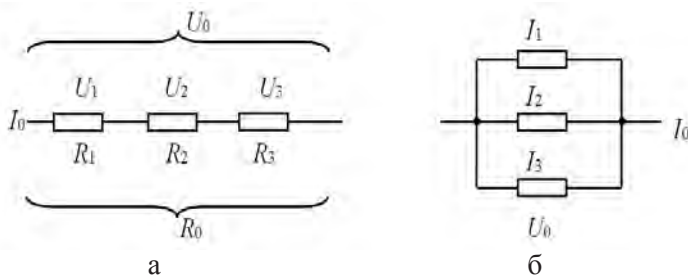


Рис. 2.7. Последовательное (а) и параллельное (б)  
соединение проводников

*Параллельное соединение.* При параллельном соединении одинаковым для всех сопротивлений будет напряжение (рис. 2.7, б), а ток будет равен сумме токов через отдельные сопротивления:  $I_0 = I_1 + I_2 + I_3$ ,  $U_0 = U_1 = U_2 = U_3$ .

$$\begin{aligned} I_0 &= U_1/R_1 + U_2/R_2 + U_3/R_3 = U(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3), \\ I &= U_0/R_0, \\ 1/R_0 &= 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Последовательное соединение проводников используется для расширения диапазонов измерений вольтметров (добавочное сопротивление), а параллельное – амперметров (шунт), рис. 2.8.

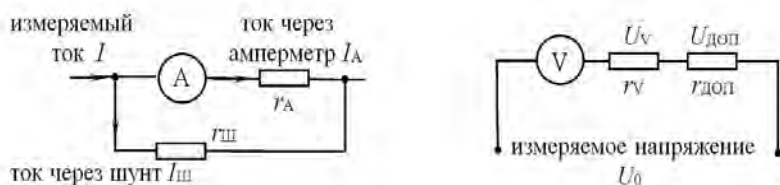


Рис. 2.8. Шунт и добавочное сопротивление

Шунт отводит на себя часть тока, а на добавочном сопротивлении происходит падение части напряжения.

Для расчета шунтов и добавочных сопротивлений используют формулы, следующие из (2.19) и (2.20).

## 2.5. Правила Кирхгофа

Для расчёта в сложных электрических цепях пользуются правилами Кирхгофа. Первое правило Кирхгофа справедливо для узлов цепи. *Узел – точка электрической схемы, где сходится более чем два проводника* (рис. 2.9, а).

Это правило является следствием закона сохранения заряда и утверждает, что *алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю*.

$$\sum I_i = 0. \quad (2.21)$$

Второе правило является следствием сложения уравнений, написанных по закону Ома для произвольного замкнутого контура (рис. 2.9, б) цепи:

$$\begin{aligned} I_1 R_1 &= \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1, & I_3 R_3 &= \varphi_3 - \varphi_4 + \varepsilon_3, \\ I_2 R_2 &= \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2, & I_4 R_4 &= \varphi_4 - \varphi_1 + \varepsilon_4. \end{aligned}$$

После сложения всех уравнений значения потенциалов сократятся и окончательно получится:

$$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i \quad (2.22)$$

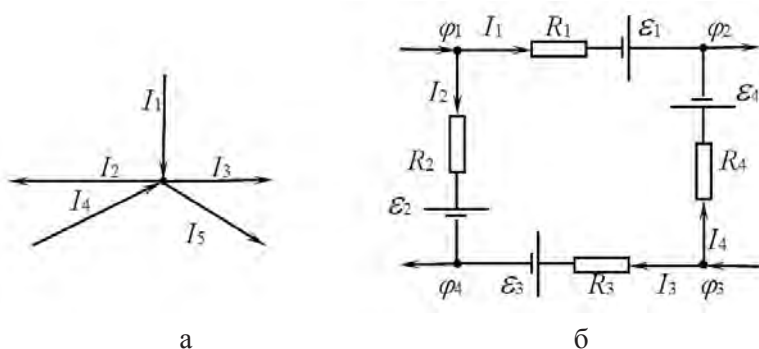


Рис. 2.9. Узел (а) и замкнутый контур (б) электрической цепи

По первому правилу Кирхгофа число независимых уравнений на одно меньше, чем общее число узлов, а по второму – на одно меньше, чем общее число замкнутых контуров цепи.

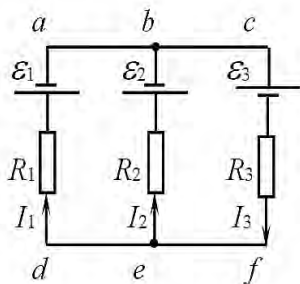


Рис. 2.10. Замкнутый контур для системы уравнений (2.23)

Полная система уравнений для цепи, изображенной на рис. 2.10, будет иметь вид:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= I_3 \text{ (узел } b) \\ I_3 &= I_1 + I_2 \text{ (узел } e) \\ I_1 R_1 - I_2 R_2 &= \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \text{ (контур } abeda) \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 &= \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \text{ (контур } bcfeb) \\ I_1 R_1 + I_3 R_3 &= \varepsilon_1 + \varepsilon_3 \text{ (контур } abcfe da). \end{aligned} \quad (2.23)$$

При этом уравнения для узлов по первому правилу Кирхгофа совпадают, а последнее уравнение для контуров можно получить сложением двух предыдущих.

## 2.6. Работа и мощность постоянного тока

В проводниках, в которых протекает ток, имеет место процесс превращения электрической энергии в эквивалентное количество энергии других видов. Мерой превращения является работа.

Из электростатики известно, что

$$A = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = q \cdot U. \quad (2.24)$$

Для постоянного тока  $q = I \cdot t$ , и, используя закон Ома для участка цепи ( $U = I \cdot R$ ), получим:

$$A = I U t = I^2 R t = U^2 t / R. \quad (2.25)$$

Эти формулы эквивалентны, если на рассматриваемом участке нет источника электродвижущей силы э.д.с.

При превращении электрической энергии в тепловую расчет выделяемого количества тепла  $\Theta$  производится по закону сохранения энергии:

$$A = \Theta = I U t = I^2 R t = U^2 t / R. \quad (2.26)$$

Это выражение носит название закона Джоуля-Ленца.

Если рассматривать работу, совершенную током за единицу времени, то получим его мощность:

$$N = dA/dt = I U dt/dt = U^2/R = I^2 R. \quad (2.27)$$

Формула мощности справедлива как для постоянного, так и для переменного токов.

## 2.7. Земное электричество

Интересно отметить факт, что о обычный день над ровной поверхностью земли электрический потенциал возрастает по мере подъема примерно на 100 В с каждым метром, то есть в воздухе над поверхностью земли имеется вертикальное электрическое поле  $E$  величиной порядка 100 В/м. Знак поля соответствует отрицательному заряду земной поверхности. Это означает, что потенциал на уровне нашей головы почти на 200 В выше потенциала на уровне пяток! Сразу может возникнуть вопрос: «Почему же нас до сих пор не ударяет электрическим током, ведь известно, что уже напряжение 36 В опасно для жизни?» Ответ достаточно прост – наше тело является достаточно хорошим проводником, а поверхность проводника, как отмечалось ранее, будет являться эквипотенциальной с потенциалом Земли.

По мере увеличения высоты величина напряженности электрического поля уменьшается и практически исчезает на высоте порядка 50 км. Общая разность потенциалов между поверхностью Земли и верхними слоями атмосферы имеет порядок 400 000 В. На высоте более 50 км проводимость атмосферы, за счет фотоэффекта от солнечных лучей, становится достаточной, чтобы считать ее также эквипотенциальной. Таким образом, общую картину можно представить, как это изображено на рис. 2.11. Общий заряд на поверхности Земли при этом составляет примерно  $-6 \cdot 10^5$  Кл.

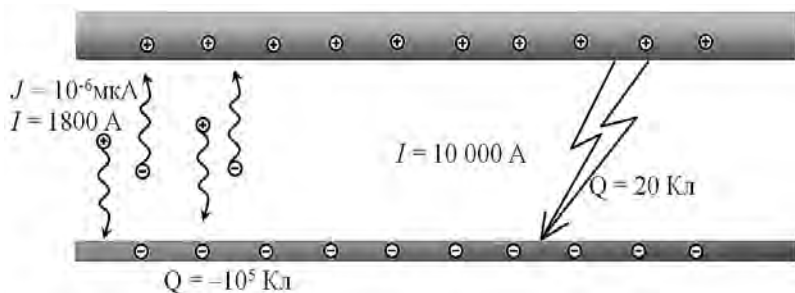


Рис. 2.11. Формирование электрического поля Земли

Однако, вследствие наличия отдельных ионов и в промежуточном слое атмосферы, между обкладками протекает ток с плотностью около  $10^{-6}$  мкА на квадратный метр. Одной из причин образования ионов являются космические лучи. На величину ионного тока в значительной степени влияют атмосферные и природные явления. Несмотря на его очень маленькое значение, учитывая общую площадь земной поверхности, общий электрический ток составляет примерно 1800 А. При напряжении 400 000 В мощность его будет 700 МВт. Кроме того, замечено, что в течение суток значение испытывает колебания порядка 30%, достигая максимального значения в 7 часов вечера по лондонскому времени, а минимума – в 4 часа.

Можно посчитать, что при таком токе достаточно получаса, чтобы разрядить Землю. Снова возникает вопрос: как же заряд Земли держится?

Оказалось, что «батареей», пополняющей заряд Земли, являются грозы. Молнии снабжают поверхность Земли отрицательным зарядом. Средний ток молний также должен составлять 1800 А в областях, где проходят грозы, а заряд, приносимый молниями, затем равномерно растекается по поверхности Земли и уносится там ионами.

Каждые сутки на Земле гремит около 300 гроз и именно на 19 часов приходится их наибольшая активность. Ток в пике молнии может достигать 10 000 А, перенесенный заряд – 20 Кл.

## Глава 3. Магнитное поле в вакууме

### 3.1. Взаимодействие магнитов и токов

Рассмотрим два явления. Первое, хорошо всем известное, – это притяжение или отталкивание магнитов. Принято считать, что у магнита есть два полюса – северный и южный. Одноименные полюса магнитов отталкиваются, а разноименные – притягиваются. Здесь важно отметить, что по отдельности магнитные полюса существовать не могут. Если мы разделим магнит, например, пополам, то у каждой половинки вновь образуется два полюса. Таким образом, имея под рукой стрелку компаса и магнит, мы можем определить полюса магнита. Важным во всех этих опытах является то, что один магнит или стрелка компаса, которая также является легким подвижным магнитом, определенным образом «чувствуют» присутствие где-то рядом других магнитов и безошибочно точно определяют *направление* на них. Или, другими словами, один магнит действует на другой, даже если они находятся на расстоянии друг от друга.

Второе явление – это взаимодействие токов. На основании опытов Ампером было установлено, что два проводника (рис. 3.1, а) притягиваются, если в них текут токи в одном направлении, и отталкиваются, если направления токов противоположные (рис. 3.1, б).

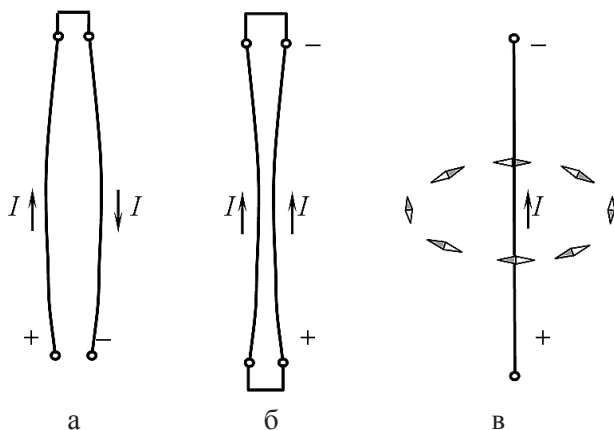


Рис. 3.1. Взаимодействие токов и действие тока на магнитную стрелку



Сила, приходящаяся на единицу длины проводника, оказалась пропорциональна величине токов в проводниках и обратно пропорциональна расстоянию между ними:

$$F = k \frac{2I_1 I_2}{b}, \quad (3.1)$$

где  $k$  – постоянная, зависящая от выбора системы единиц.

Уравнение (3.1) служит основанием для определения единицы сила тока. Так, в системе СИ единица тока – ампер (А) – это такой ток, при пропускании которого через два бесконечно длинных проводника, находящихся на расстоянии 1 м друг от друга, возникает сила  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на метр. Уравнение (3.1) при этом записывается в рационализированной форме:

$$F = \frac{\mu_0 2I_1 I_2}{4\pi b}, \quad (3.2)$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная, равная  $1,26 \cdot 10^{-6}$  генри на метр (Гн/м). Единица заряда – кулон (К) – при этом определяется как заряд, протекающий через сечение проводника за одну секунду при силе тока 1 А.

Примерно в то же время Эрстед обнаружил, что ток, протекающий по проводнику, оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку (рис. 3.1, в). Причем при изменении направления тока стрелка поворачивается на  $180^\circ$ . Таким образом, был сделан вывод, что на магнитную стрелку могут действовать не только находящиеся рядом другие магниты, но и проводники с током. Это указывает на одинаковую природу взаимодействия магнитов и проводников с током.

Теперь опыты с магнитами можно объяснить следующим образом. Первый магнит создает в пространстве около себя *магнитное поле*. Это поле действует на второй магнит или магнитную стрелку. Во втором опыте проводник, по которому протекает ток, создает вокруг себя магнитное поле, и это магнитное поле действует на второй проводник с током или магнитную стрелку. Но в обоих опытах было замечено, что это магнитное поле имеет вполне определенное *направление*, т. е. является *вектором*. Основную количественную характеристику магнитного поля в каждой точке называют магнитной индукцией и обозначают бук-

вой  $\mathbf{B}$ . Поскольку магнитное поле невидимо, чтобы хоть как-то наглядно представить его себе, договорились графически изображать его в виде линий со стрелками, которые назвали *магнитными силовыми линиями*. Условились, что магнитные силовые линии выходят из северного полюса постоянного магнита и входят в южный полюс и вне магнита силовая линия направлена от северного полюса к южному. Магнитные линии не пересекаются между собой, рис. 3.2. Наглядную картинку силовых линий можно наблюдать, если на постоянный магнит положить лист бумаги и посыпать железный порошок.

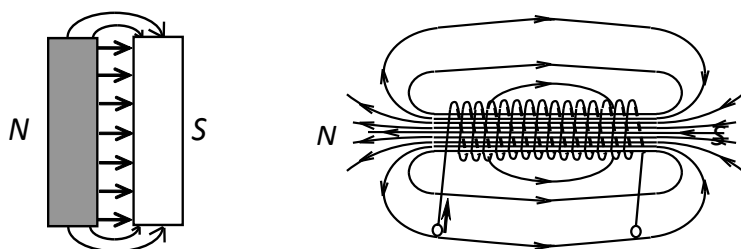


Рис. 3.2. Примеры изображения магнитных полей

Вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  в каждой точке будет направлен по касательной к силовой линии, а величина магнитной индукции будет пропорциональна количеству линий, пересекающих единичную площадку, перпендикулярную им, рис. 3.2, а.

Магнитное поле не оказывает действия на покоящиеся заряды и покоящимися зарядами не создается.

Для магнитных полей, как и для электрических, справедлив принцип суперпозиции:

$$\mathbf{B} = \Sigma \mathbf{B}_i . \quad (3.3)$$

### 3.2. Магнитное поле движущегося заряда.

#### *Закон Био-Савара-Лапласа*

Электрическое поле, которое создавал покоящийся точечный заряд, в силу изотропии пространства имело центрально-симметричный характер. Если заряд  $q$  движется с некоторой

скоростью  $\mathbf{v}$ , то появляется выделенное направление, которое совпадает с направлением касательной к скорости в каждый момент времени. Таким образом, можно ожидать, что магнитное поле движущегося заряда будет иметь осевую симметрию, рис. 3.3. Очевидно, что оно должно зависеть от величины заряда, скорости, а также положения рассматриваемой точки относительно заряда. Установлено, что:

$$\mathbf{B} = k \frac{q[\mathbf{v} \times \mathbf{r}]}{r^3}, \quad (3.4)$$

где  $k$  – постоянная, зависящая от выбора системы единиц.

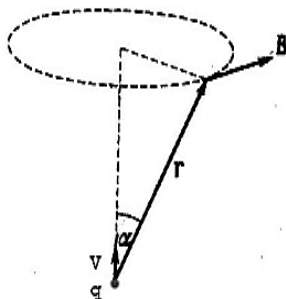


Рис. 3.3. К определению характера магнитного поля движущегося заряда

В системе СГСМ  $k = 1$ , единица измерения магнитной индукции – гаусс (Гс). В системе СИ единица измерения магнитной индукции – тесла (Тл), а коэффициент пропорциональности  $k = \mu_0/4\pi$ .

Теперь рассмотрим произвольный проводник, по которому протекает электрический ток  $I$ . Число носителей тока на участке проводника  $dl$  будет составлять  $nSdl$ , и каждый в соответствии с (3.4) будет создавать магнитное поле  $\mathbf{B}_i = \frac{\mu_0 e [\mathbf{v} \times \mathbf{r}]}{4\pi r^3}$ , (предполагается, что носителями тока являются электроны), а  $\mathbf{v}$  – средняя скорость их упорядоченного движения, принимающая участие в создании магнитного поля. Тепловое движение электронов имеет в каждый момент случайное направление и при суммировании вклада в магнитное поле не даст.

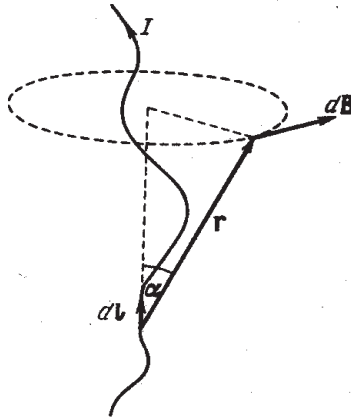


Рис. 3.4. К выводу закона Био-Савара-Лапласа

Пользуясь принципом суперпозиции, можно определить суммарное поле всех носителей заряда:

$$dB = \sum B_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{enSdl}{r^3} [v \times r] = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Sdl}{r^3} [j \times r] = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Sj}{r^3} [dl \times r] = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^3} [dl \times r]. \quad (3.5)$$

Здесь было учтено, что  $nev = j$ ,  $Sj = I$ , а также сделана замена  $jdl = jdl$ .

Соотношение (3.5) носит имя закона Био-Савара-Лапласа.

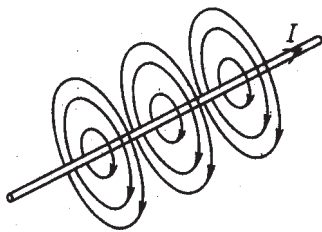
Из соотношения (3.5) видно, что направление магнитной индукции перпендикулярно плоскости, проходящей через элемент тока  $dl$  и рассматриваемую точку.

Пользуясь формулой (3.5), можно вычислить магнитное поле бесконечного проводника с током, рис. 3.5. Элемент проводника  $dl$  будет создавать поле:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin \alpha, \quad (3.6)$$

Учитывая, что  $r = b/\sin \alpha$ ,  $dl = rda/\sin \alpha = bda/\sin^2 \alpha$ , перепишем (3.6):

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ib d\alpha \sin \alpha \sin^2 \alpha}{b^2 \sin^2 \alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \alpha}{b} d\alpha, \quad (3.6')$$

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\sin \alpha}{b} d\alpha = \frac{\mu_0 2I}{4\pi}, \quad (3.7)$$


Для таких полей вводится понятие «циркуляции вектора напряженности вдоль замкнутого контура»:  $\oint \mathbf{B} d\mathbf{l}$  по контуру  $l$ . Легко показать, что, если в качестве контура выбрать окружность радиуса  $b$  с центром, лежащим на проводнике, циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль этого контура будет:

$$\int \mathbf{B} d\mathbf{l} = \frac{\mu_0 2I 2\pi b}{4\pi b} = \mu_0 I, \quad (3.8)$$

37

### 3.3. Сила Лоренца. Закон Ампера

Взаимодействие проводников мы объяснили следующим образом. Движущиеся заряды первого проводника создают вокруг себя магнитное поле, величину которого мы определили (3.7). Это поле, в свою очередь, должно действовать на движущиеся заряды второго проводника.

Сила, действующая на отдельный заряд  $q$ , вероятно, будет зависеть от величины заряда, его скорости  $\mathbf{v}$  и величины и направления поля  $\mathbf{B}$ . Установлено, что:

$$\mathbf{F} = k q [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]. \quad (3.9)$$

В системе СИ  $k = 1$  и уравнение (3.9) является основанием для определения единицы магнитной индукции. Раскрывая векторное произведение, в системе СИ получим:

$$\mathbf{F} = q [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] = n q v B \sin \alpha, \quad (3.10)$$

где  $\alpha$  — угол между направлением движения заряда и направлением магнитного поля, а  $\mathbf{n}$  — единичный вектор, перпендикулярный плоскости, в которой лежат векторы  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{B}$ . Таким образом, сила, действующая на движущийся заряд в магнитном поле, всегда направлена перпендикулярно направлению движения, не совершает работы и не может изменить энергию заряда. Сила равна нулю, если направление движения совпадает с направлением поля (направлена против).

В общем случае, при наличии и электрического поля суммарная сила, действующая на электрон, носит названия *силы Лоренца* и равна:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]. \quad (3.11)$$

Пользуясь выражением (3.9), можно определить силу, действующую на проводник с током, помещенный в магнитное поле. Сила (3.9) действует на каждый электрон проводника:  $\mathbf{F}_e = e [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]$  и передается проводнику, по которому они движутся. В результате на единицу длины проводника будет действовать суммарная

сила, равная указанной, умноженной на число электронов в рассматриваемом объеме проводника:

$$\mathbf{F}_l = \mathbf{F}_e n S dl = n S dl e [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] = S dl [\mathbf{j} \times \mathbf{B}] = I [d\mathbf{l} \times \mathbf{B}]. \quad (3.12)$$

Здесь учтено, что  $n e \mathbf{v} = \mathbf{j}$  и  $S dl \mathbf{j}$  заменено на  $I d\mathbf{l}$ . Выражение (3.12) носит название закона Ампера.

Теперь, возвращаясь к началу главы, можно посчитать силу, действующую со стороны проводника, по которому протекает ток  $I_1$ , на параллельный ему проводник, по которому течет ток  $I_2$ , рис. 3.6.

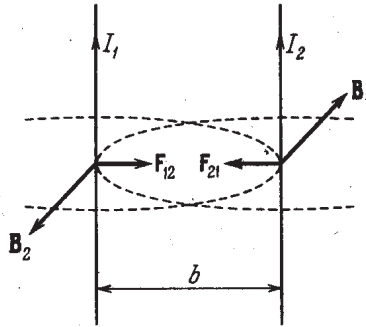


Рис. 3.6. К определению силы между проводниками

Согласно (3.7), первый проводник в области второго будет создавать индукцию  $B_1 = \mu_0 2I_1 / 4\pi b$ , направленную перпендикулярно ему. Это поле, согласно (3.12), будет действовать на движущиеся электроны второго проводника с силой  $\mathbf{F}_1 = I_2 [d\mathbf{l} \times \mathbf{B}_1] = n \mu_0 2I_1 I_2 d\mathbf{l} / 4\pi b$ , или на единицу длины  $F = \mu_0 2I_1 I_2 / 4\pi b$ , см. (3.2).

## **Глава 4. Явление электромагнитной индукции Фарадея. Уравнения Максвелла**

**Открытия Фарадея и Максвелла оплатили все затраты на современную науку**, хотя в те времена их практическая значимость была не очевидна.

Подведем некоторые итоги того, что нам известно на данный момент.

- Неподвижные заряды создают вокруг себя электрические поля.
- Движущиеся заряды создают магнитные поля.

Но если движущиеся заряды (электрические поля?) создают поля магнитные, то не будет ли движение магнита (магнитного поля) вызывать появление электрических полей (или токов)?

Примерно так мог рассуждать Фарадей, когда 29 августа 1831 года открыл закон электромагнитной индукции, который носит его имя.

### **4.1. Явление электромагнитной индукции Фарадея**

Простейший опыт, в котором проявляется явление электромагнитной индукции, изображен на рис. 4.1.

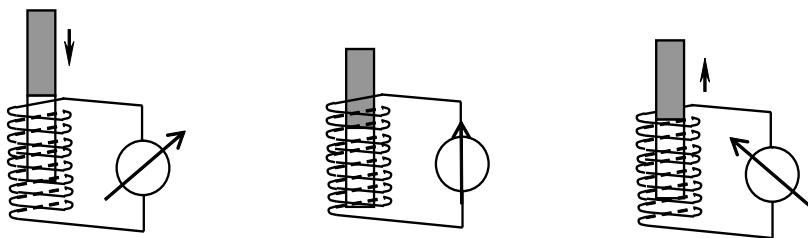


Рис. 4.1. Возникновение тока в катушке при внесении в нее  
и вынесении из нее магнита

Если вдвигать в катушку магнит, то подключенный к ней измерительный прибор покажет, что в ней возникла э.д.с. Когда магнит постоит, э.д.с. нет. Если магнит выдвигать из катушки,



то прибор покажет наличие э.д.с. противоположного знака. При этом величина э.д.с. будет тем больше, чем больше скорость движения магнита.

Можно сказать, что идеи подобного опыта витали в те времена в воздухе, поскольку в точности такие же опыты одновременно с Фарадеем проводил другой, никому сегодня неизвестный швейцарский физик Колладон. Но поскольку он использовал чувствительный гальванометр, на который магнит мог оказать влияние, он вынес его в соседнюю комнату и таким образом был обречен на провал.

Более подробные опыты были поставлены затем с двумя параллельно расположенными рядом витками, рис. 4.2. Первый контур был подсоединен к источнику тока, величину которого можно было регулировать при помощи реостата, и таким образом создавалось контролируемое магнитное поле. Ко второму контуру подсоединялся измерительный прибор.

*Первый опыт* заключался в том, что значение тока в первом контуре (создаваемого им магнитного поля) *увеличивалось*. В этом случае во втором контуре возникал так называемый индукционный ток, направленный в сторону, *противоположную* току в первом контуре.

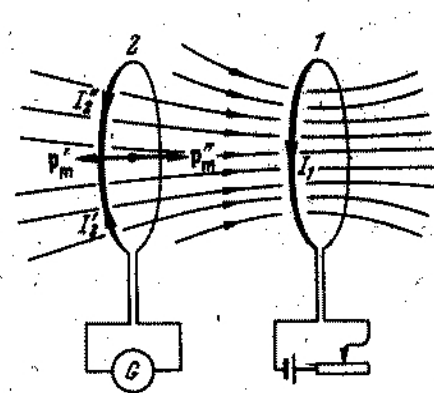


Рис. 4.2. Возникновение индукционного тока в контуре

*Второй опыт* соответственно проводился при уменьшении тока в первом контуре. В этом случае направление индукционного тока во втором контуре *совпадало* с направлением тока в первом контуре.

Следующий *опыт* заключался в том, что при постоянном значении тока в первом контуре он сначала *приближался* ко второму контуру, а затем *удалялся* от него. Направление индукционного тока во втором контуре при этом сначала (при приближении) было *противоположно*, а затем *совпадало* с направлением в первом контуре.

Общим во всех этих опытах было то, что менялась величина магнитного потока  $\Phi_M = BS$ , пронизывающего второй контур.

На основании анализа этих и других опытов Фарадей сформулировал закон электромагнитной индукции: ***величина наводимой в контуре э.д.с. пропорциональна скорости изменения пронизывающего его магнитного потока, а направление таково, чтобы препятствовать причине, вызывающей эту э.д.с., или в виде формулы:***

$$\mathcal{E} = -d\Phi_M/dt = -d(BS)/dt. \quad (4.1)$$

Вторая часть закона о направлении э.д.с. и знак «минус» в формуле (4.1) выражают *правило Ленца*.

Если контур состоит не из одного витка, то магнитный поток в (4.1) умножается на число витков.

Этот закон лежит в основе работы электрогенераторов, трансформаторов и многих других приборов и устройств.

#### *4.2. Вихревое электрическое поле. Вихревые токи*

Проанализируем данное явление с точки зрения уже установленных законов. Итак, в проводнике возникает электрический ток, то есть упорядоченное движение зарядов. Движение зарядов возникает под действием силы, которая, вероятно, имеет электрическую природу. Мы уже знаем одну такую силу – это сила, действующая на заряд в электрическом поле  $\mathbf{F} = e\mathbf{E}$ . Таким образом, следует, что изменяющееся магнитное поле приводит к возникновению электрического поля. То есть электрическое

поле может создаваться не только зарядами. Наличие контура в этих опытах только позволяет обнаружить электрическое поле (благодаря наличию свободных электронов), которое существует в пространстве с изменяющимся магнитным полем независимо от него. Суть явления электромагнитной индукции состоит не в возникновении электрического тока в контуре, а в возникновении электрического поля, которое этот ток вызывает. Этот вывод впервые был сделан Максвеллом.

Полученное таким способом поле существенно отличается от поля, создаваемого зарядами. Поскольку последние отсутствуют, силовые линии этого поля не могут на них начинаться и заканчиваться. В отличие от электрического поля, создаваемого зарядами, это поле имеет вихревой характер и его силовые линии замкнуты, рис. 4.3. Направление поля совпадает с направлением токов в воображаемом контуре.

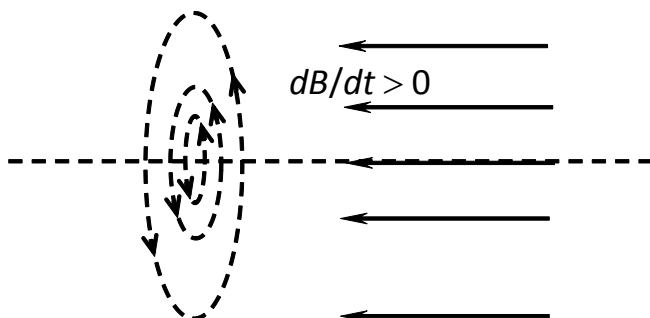


Рис. 4.3. Вихревое электрическое поле

В отличие от электрического поля, создаваемого зарядами, вихревое поле не является потенциальным. Работа над зарядом при обходе замкнутого контура не будет равна нулю, так как на всех участках она будет иметь один знак. Работа вихревого электрического поля при перемещении единичного положительного заряда по замкнутому контуру будет численно равна э.д.с. индукции, наводимой в проводнике, помещенном в этот контур:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = \varepsilon = - d\Phi_M / dt \quad (4.2)$$

Если в пространство, где имеется вихревое электрическое поле, поместить не проводящий контур, а сплошной проводник, то в проводнике потекут токи в соответствии с силовыми линиями этого поля, рис. 4.3. Эти токи также называются вихревыми, или токами Фуко. Вихревые токи могут играть как положительную, так и отрицательную роль. Они применяются, например, для торможения стрелки в электроизмерительных приборах, бесконтактного нагрева металлов, датчиках для неразрушающего контроля. В то же время в сердечниках трансформаторов они ведут к ненужному нагреву. Поэтому сердечники или набираются из пластин, разрывающих контура вихревых токов, или изготавливают из ферромагнетиков с высоким удельным сопротивлением (ферритов).

#### 4.3. Уравнения Максвелла. Электромагнитные волны

Соберем теперь основные рассмотренные явления и законы.

- Неподвижные заряды создают постоянное электрическое поле. Законом, связывающим электрическое поле  $E$  с зарядами, была теорема Гаусса:

$$\Phi_E = \int E dS = Q/\epsilon_0. \quad (4.3)$$

- Эту теорему можно обобщить на случай магнитных полей, но учитывая, что магнитных зарядов в природе нет, она запишется:

$$\Phi_B = \int B dS = 0. \quad (4.4)$$

- Движущиеся заряды порождают магнитные поля. Связь электрических токов и создаваемых ими полей устанавливалась теоремой о циркуляции магнитного поля:

$$\int B dl = \mu_0 I. \quad (4.5)$$

- Изменяющиеся магнитные потоки (поля) порождают вихревые электрические поля, связь дается уравнением (4.2):

$$\int E dl = - dB/dt. \quad (4.6)$$

Собрав все эти данные, Максвелл решил, что для полной симметрии не хватает одного звена: магнитные поля должны возникать и при изменяющихся электрических полях. Это можно проиллюстрировать на примере с конденсатором, изображенном на рис. 4.4.

В области вне обкладок конденсатора магнитное поле порождается токами. Внутри обкладок в силу непрерывности тоже должно существовать магнитное поле, которое может порождаться изменяющимся электрическим полем.

Таким образом, Максвелл дополнил уравнение (4.5) еще одним слагаемым  $\mu_0 \varepsilon_0 (dE/dt)$ :

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 (I + \varepsilon_0 (dE/dt)). \quad (4.7)$$

Добавку к току он назвал током смещения, поскольку по размерности она соответствует размерности тока.

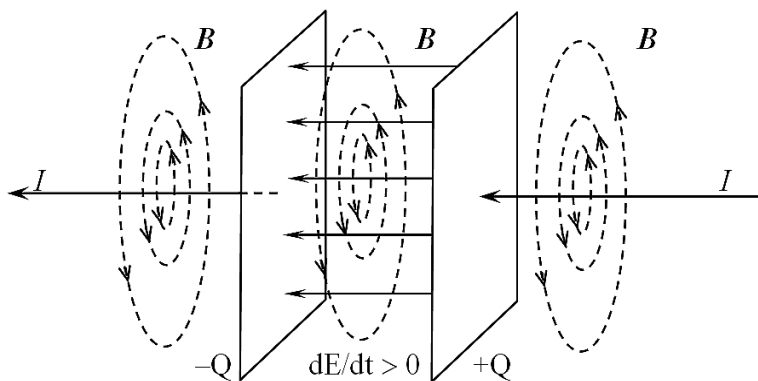


Рис. 4.4. Возникновение магнитного поля при изменении электрического поля

Система уравнений (4.3), (4.4), (4.6), (4.7) получила название уравнений Максвелла (в интегральной форме).

Решением этой системы является волна, названная электромагнитной и распространяющаяся в вакууме со скоростью света  $c^2 = 1/\mu_0 \varepsilon_0$ .

Схематично распространяющаяся электромагнитная волна изображена на рис. 4.5, а. Изменяющееся электрическое поле в области 1 порождает изменяющееся магнитное поле в области 2, которое, в свою очередь, ведет к возникновению изменяющегося электрического поля в области 3, и так этот процесс распространяется со скоростью света. В электромагнитной волне вектора  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  образуют правый винт с направлением распространения, сопровождающимся переносом энергии (рис. 4.5, б). Впоследствии в 1888 году электромагнитные волны были экспериментально открыты Г. Герцем.

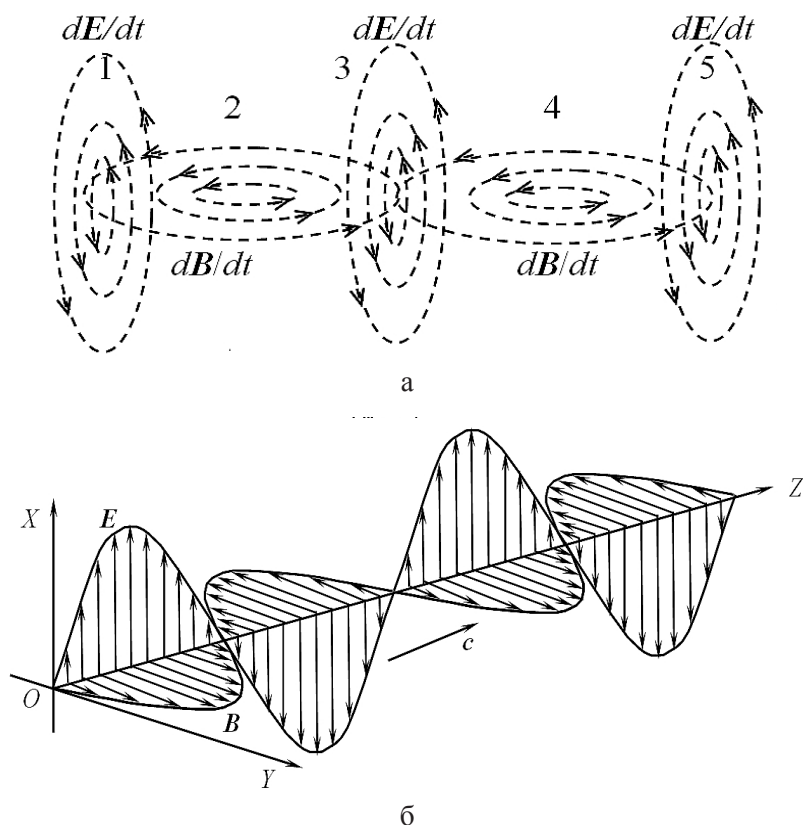


Рис. 4.5. Электромагнитная волна

## Глава 5. Магнитные свойства вещества

### 5.1. Напряженность магнитного поля

Магнитные поля создаются постоянными магнитами, электромагнитами или проводниками с током. В то же время мы знаем, что, помимо макротоков (или просто токов), текущих по проводникам, в любом теле существуют микроскопические токи (микротоки, или токи Ампера), создаваемые движением электронов в атомах и молекулах. С одной стороны, внешние поля, создаваемые макротоками или постоянными магнитами, действуют на микротоки, в то же время эти микротоки создают свое магнитное поле. Магнитная индукция  $\mathbf{B}$  – характеризует результирующее действие микро- и макротоков, поэтому  $\mathbf{B}$  зависит от среды, в которой создается поле и от расположения макротоков и постоянных магнитов. Указанный факт может значительно усложнить технические расчеты, если пользоваться только характеристикой поля  $\mathbf{B}$ . Поэтому была введена еще одна величина, характеризующая магнитное поле, названная **напряженностью магнитного поля** и обозначаемая буквой  $\mathbf{H}$ .

Таким образом, напряженность магнитного поля  $\mathbf{H}$  – характеризует поле, создаваемое макротоками (соленоидами, катушками, проводниками с током) и постоянными магнитами.

Величина магнитной индукции  $\mathbf{B}$  в веществе связана с напряженностью магнитного поля  $\mathbf{H}$  соотношением:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{J}) = \mu_0(\mathbf{H} + \chi\mathbf{H}) = \mu_0(1 + \chi)\mathbf{H} = \mu\mu_0\mathbf{H}, \quad (4.8)$$

где  $\mathbf{J}$  – магнитный момент (намагниченность) единицы объема вещества,  $\mu$  и  $\chi$  – магнитные восприимчивость и проницаемость вещества соответственно. Магнитная проницаемость  $\mu$  показывает, во сколько раз магнитная индукция в веществе отличается от магнитной индукции в вакууме (для вакуума  $\mu = 1$ ). По значению магнитной проницаемости  $\mu$  вещества делятся на 3 группы: *диамагнетики*, *парамагнетики* и *ферромагнетики*.

## 5.2. Диамагнетики

Диамагнитными свойствами обладают все вещества. Диамагнетизм связан с тем, что электроны в атоме имеют определенный орбитальный магнитный момент. При помещении атома во внешнее магнитное поле возникает Ларморова прецессия, т. е.

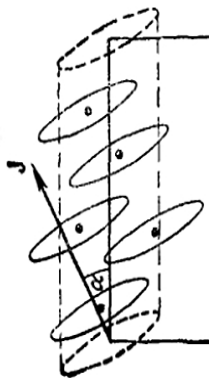


Рис. 4.6. Диамагнетик

вращение электронной орбиты вокруг направления поля с некоторой угловой скоростью. При этом возникает магнитный момент дополнительного тока, направленный в противоположном направлении к исходному внешнему полю. Поэтому диамагнитные свойства будут проявляться только в том случае, когда суммарный магнитный момент атомов равен нулю. Для диамагнетиков  $\mu$  незначительно меньше 1 (0,999...), а  $\chi$  – отрицательна. Диамагнитными свойствами обладают висмут, графит, серебро, медь и другие.

## 5.3. Парамагнетики

Парамагнитными свойствами обладают вещества, у которых суммарный магнитный момент атомов не равен нулю. В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты отдельных атомов в результате теплового движения направлены хаотично. Во внешнем поле магнитные моменты отдельных атомов начинают ориентироваться по полю. Для парамагнетиков  $\mu$  незначительно больше 1 (1,000...), а  $\chi$  – положительна. Парамагнетиками являются олово, алюминий, платина, марганец и другие.



### 5.4. Ферромагнетики

Название ферромагнетиков происходит от наиболее распространенного представителя этого класса – железа. Из чистых элементов ферромагнитными свойствами обладают также никель, кобальт, гадолиний.

У ферромагнетиков имеются области – домены, имеющие размеры порядка  $1...10$  мкм, в пределах которых в результате действия обменных сил квантовой природы атомные магнитные моменты выстраиваются в определенных направлениях. В отсутствие внешнего магнитного поля домены ориентированы так, что их суммарная намагниченность равна нулю, ферромагнетик размагничен (рис. 4.7, а).

При увеличении напряженности внешнего магнитного поля те домены, намагниченность которых имеет «благоприятное» направление, будут увеличиваться в размере за счет уменьшения размеров доменов с «неблагоприятным» направлением намагниченности (рис. 4.7, б). Поскольку этот процесс происходит за счет смещения доменных границ, он будет продолжаться до тех пор, пока домены с «благоприятно» ориентированным внутренним магнитным полем не займут весь объем ферромагнетика (рис. 4.7, в). Зависимость  $J(H)$ , изображенная на рис. 4.7, д, называется **кривой намагничивания** и, как это видно, имеет нелинейный характер. На начальном пологом участке (1) процесс идет обратимо, т. е. при отключении поля ферромагнетик вернется в исходное состояние. На крутом участке (2) смещение границ идет скачками (скачки или эффект Баркгаузена) и процесс необратим (в увеличенном масштабе участок кривой изображен справа). При дальнейшем увеличении напряженности внешнего магнитного поля (участок 3) намагниченность вещества будет поворачиваться в направлении внешнего магнитного поля и, в конечном счете, совпадет с ним (рис. 4.7, г). Напряженность внешнего магнитного поля, после которой намагниченность образца больше не растет (рис. 4.7, г), называется **полем насыщения  $H_m$** , намагниченность образца – **намагниченностью насыщения  $J_m$** . Дальнейший рост магнитной индукции происходит только за счет роста внешнего магнитного поля. Ниже (рис. 4.7, е) изобра-

жена зависимость магнитной проницаемости от приложенного поля  $\mu(H)$ , которая также нелинейная.

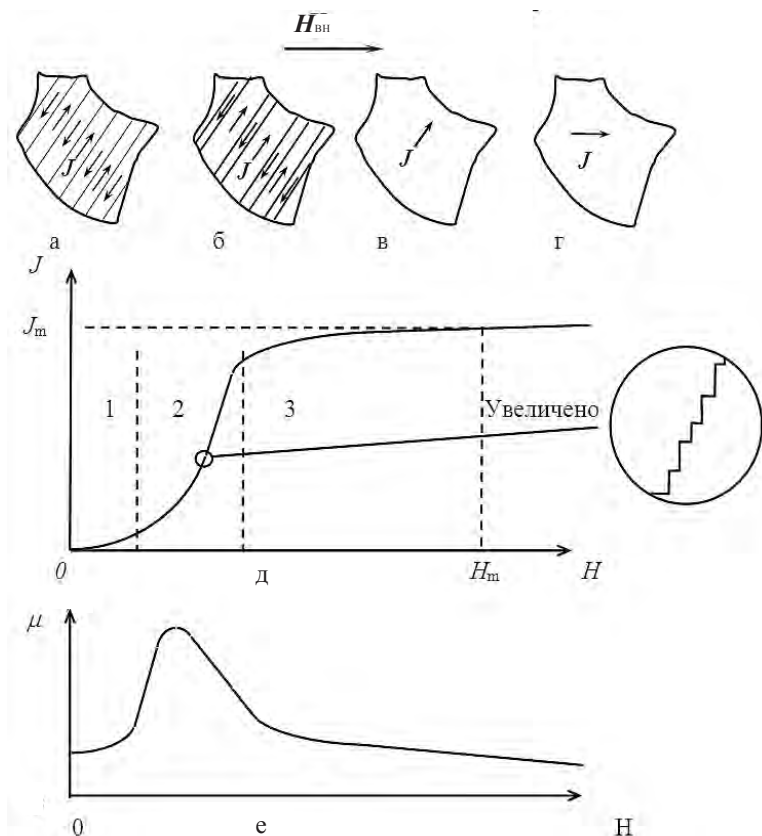


Рис. 4.7. Намагничивание ферромагнетика

Как уже отмечалось, процесс намагничивания ферромагнетиков является необратимым. Это значит, что если мы из намагниченного до насыщения состояния ( $H = H_m$ ) начнем уменьшать внешнее поле, то намагниченность образца не будет изменяться в соответствии с кривой намагничивания 0–1 (рис. 4.8, а). Так, при уменьшении напряженности поля от  $H_m$  до 0 намагниченность в образце изменится от  $J_m$  до  $J_r$  в соответствии с кривой 1–2. Это явление, связанное с необратимостью процесса сме-

щения доменных границ на участке 2 кривой намагничивания, носит название **магнитного гистерезиса**. Значение индукции  $J_r$  при отключенном внешнем поле носит название **остаточной намагниченности**.

Если к ферромагнетику, находящемуся в состоянии остаточной намагниченности, теперь прикладывать внешнее магнитное поле противоположного направления от 0 до  $-H_m$ , то намагниченность образца будет изменяться в соответствии с кривой 2–3–4. Поле  $-H_c$ , при котором намагниченность образца обращается в 0, носит название **коэрцитивной силы**. При дальнейшем увеличении обратного внешнего магнитного поля до значения  $-H_m$  ферромагнетик будет намагничиваться до насыщения  $J_m$  также обратного направления (точка 4). При последующем изменении внешнего поля от  $-H_m$  до  $+H_m$  намагниченность образца будет изменяться в соответствии с кривой 4 – 5 – 6 – 1, проходя последовательно через значения остаточной намагниченности, коэрцитивной силы и насыщения противоположных знаков. Получившаяся замкнутая кривая 1–2–3–4–5–6–1 носит название **предельной петли гистерезиса**. При последовательном изменении напряженности внешнего магнитного поля от  $+H_m$  до  $-H_m$  и так далее намагниченность ферромагнетика будет изменяться в соответствии с данной предельной петлей гистерезиса.

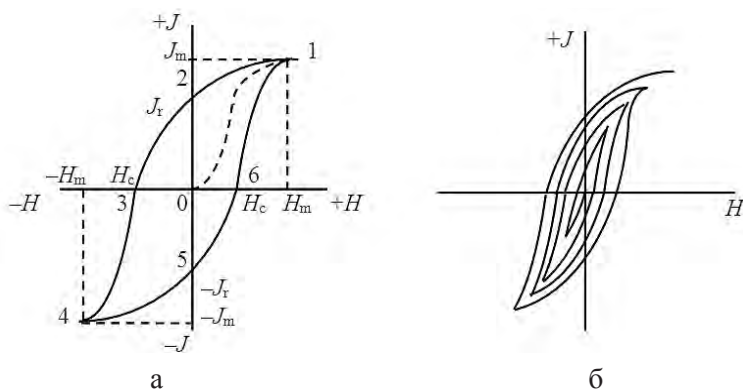
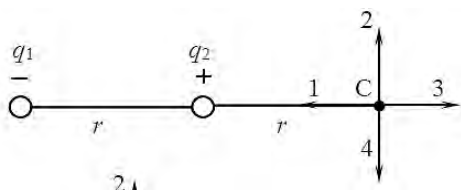


Рис. 4.8. а) Перемагничивание ферромагнетика и его петля гистерезиса; б) цикл размагничивания ферромагнетика в постепенно убывающем магнитном поле

Если при перемагничивании напряженность поля брать меньше  $H_m$ , то магнитная индукция будет также изменяться по петле гистерезиса, но меньшего размера, которая называется частной петлей гистерезиса. Если при последовательном перемагничивании максимальное поле постепенно уменьшать до 0, то ферромагнетик снова придет в размагниченное состояние.

### Контрольные задания

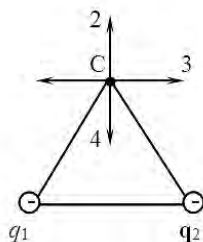
- Электростатическое поле создано одинаковыми по величине точечными зарядами  $q_1$  и  $q_2$ . Куда направлен вектор напряженности поля в точке С, если  $q_1 = -q$ ,  $q_2 = +q$ , а расстояния  $r$  равны?



*Пример решения.* Напряженность поля точечного заряда определяется формулой (1.7):  $\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \mathbf{e}_r$ . Направлен вектор напряженности электрического поля вдоль прямой, проходящей через данную точку и заряд от заряда, если заряд положительный, и к заряду, если заряд отрицательный.

Поскольку расстояние от положительного заряда до точки С в два раза меньше, поле, созданное им, будет больше и направление будет 3.

- Точечные заряды  $q_1 = q_2 = -q$  и образуют с точкой С равнобедренный треугольник. Указать направление поля  $\mathbf{E}$  в точке С.

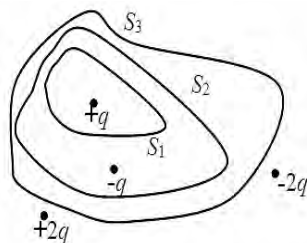


- Точечный заряд  $+q$  находится в центре сферической поверхности. Если добавить заряд  $+q$  за пределами сферы, то поток вектора напряженности электростатического поля  $\mathbf{E}$  через поверхность сферы ... :

Увеличится;      уменьшится;      не изменится.

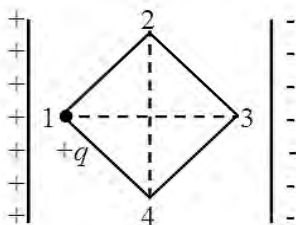
*Пример решения.* Согласно теореме Гаусса (1.12), *поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на  $\varepsilon_0$ :  $\Phi_E = Q/\varepsilon_0$ .* Таким образом, поток вектора напряженности электростатического поля  $\mathbf{E}$  через поверхность сферы определяется только зарядами внутри поверхности.

- Дана система четырех точечных зарядов в вакууме и замкнутые поверхности  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ , причем поверхность  $S_3$  охватывает поверхность  $S_2$ , которая в свою очередь охватывает поверхность  $S_1$ .



Через какую поверхность (поверхности) поток напряженности электростатического поля **отличен от нуля?**

- В электрическом поле плоского конденсатора перемещается заряд  $+q$  в направлении 1–2. Работа сил поля на этом участке ... .



положительна;      отрицательна;      равна нулю.

Работа силы определяется как  $A = \mathbf{F}d\mathbf{l} = Fdl\cos\varphi$  – скалярное произведение силы на перемещение ( $\varphi$  – угол между  $\mathbf{F}$  и  $d\mathbf{l}$ ). Электрическое поле и сила, действующая на положительный заряд, направлены от  $+$  к  $-$ .

В случае перемещения в направлении 1–2 угол между направлением силы (поля) и перемещения равен  $\varphi = 45^\circ$  и работа будет положительна.

- В электрическом поле плоского конденсатора перемещается заряд  $+q$  в направлении 1-3 (1-4, 2-3, 2-4, 3-1, 3-2, 3-4, 4-1, 4-2, 4-3). Работа сил поля на этом участке ...

Положительна;      отрицательна;      равна нулю.

- Поле создано точечным зарядом  $+q$ . Укажите направление вектора градиента потенциала в точке А.

*Пример решения.* Напряженность и потенциал поля связаны соотношением (1.28)  $\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi$ , или в данном случае  $E_r = -d\varphi/dr$ , т. е. он будет направлен противоположно вектору  $\mathbf{E}$  или, в данном случае, к заряду.

- Поле создано равномерно заряженной сферической поверхностью с зарядом  $-q$ . Укажите направление вектора градиента потенциала в точке А.

- Поле создано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда  $+\sigma$ . Укажите направление вектора градиента потенциала в точке А.

- Обкладки плоского конденсатора имеют поверхностные плотности заряда  $+\sigma$  и  $-\sigma$  соответственно. Как выглядит  $\mathbf{E}$  и  $\varphi$  вне и между пластин?

- При помещении **неполярного** диэлектрика в электростатическое поле ...:

1) происходит ориентирование имевшихся электрических дипольных моментов молекул; вектор поляризованности образца направлен по направлению внешнего поля;

2) в образце присутствуют только индуцированные упругие электрические дипольные моменты атомов; вектор поляризованности образца направлен против направления внешнего поля;

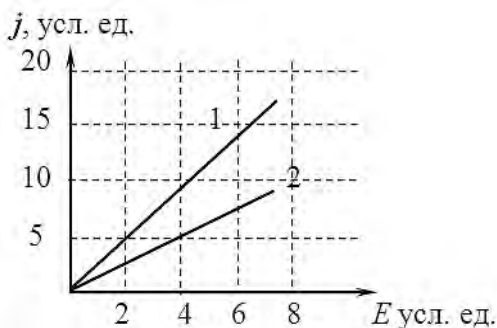
3) в образце присутствуют только индуцированные упругие электрические дипольные моменты атомов; вектор поляризованности образца направлен по направлению внешнего поля;

4) происходит ориентирование имевшихся электрических дипольных моментов молекул; вектор поляризованности образца направлен против направления внешнего поля.

*Пример решения.* У **неполярного** диэлектрика центр отрицательных зарядов смещается против поля, положительных зарядов – по полю, т. е. дипольный момент индуцируется. Направление дипольного момента от центра отрицательных зарядов к центру положительных, т. е. по полю 3.

• При помещении **полярного** диэлектрика в электростатическое поле ... (варианты ответа см. предыдущее задание)

• На рисунке представлена зависимость плотности тока  $j$ , протекающего в проводниках 1 и 2, от напряженности электрического поля  $E$ .



Отношение удельных проводимостей этих элементов равно ...:

- 1) 4;            2)  $\frac{1}{2}$ ;            3) 2;            4) 1.

*Пример решения.* Закон Ома в дифференциальной форме имеет вид (2.18):  $j = \sigma E$ . Поэтому отношение  $\sigma_1/\sigma_2$  будет равно 2.

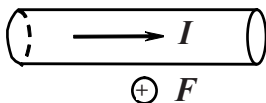
- Два проводника, изготовленные из одного материала, равной длины, но разного сечения ( $S_1 > S_2$ ), включены последовательно в цепь.

Напряженность электрического поля ...:

- 1) одинакова в обоих проводниках;
- 2) больше в проводнике с сечением  $S_2$ ;
- 3) больше в проводнике с сечением  $S_1$ ;
- 4) в проводнике с сечением  $S_2$  может быть как больше, так и меньше.

- Круглосуточно горящая в течение года лампочка мощностью **40Вт** в подъезде вашего дома при тарифе **2 руб.** за **1 кВтч** обходится в ... руб.

- В однородном магнитном поле на горизонтальный проводник с током, направленным вправо, действует сила Ампера, направленная перпендикулярно плоскости рисунка от наблюдателя.

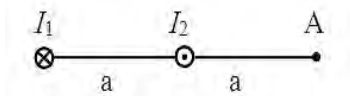


При этом линии магнитной индукции поля направлены ...:

- 1) вверх;
- 2) вправо;
- 3) вниз;
- 4) влево.

*Пример решения.* Сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле, определяется формулой (3.12)  $\mathbf{F}_l = I [\mathbf{dl} \times \mathbf{B}]$ , направление ее определяется по правилу «буравчика» при его вращении от  $\mathbf{j}(\mathbf{I})$  к  $\mathbf{B}$ . Чтобы буравчик «ввинчивался», вращение должно быть по часовой стрелке, значит, магнитная индукция направлена «**вниз**».

- Магнитное поле создано двумя параллельными длинными проводниками с токами  $I_1$  и  $I_2$ , расположенными перпендикулярно плоскости чертежа.

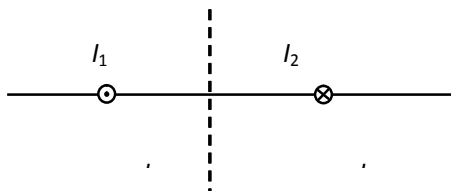




Если  $2I_1 = I_2$ , то вектор магнитной индукции  $\mathbf{B}$  результирующего поля в точке А направлен ...:

- 1) вниз;    2) вверх;    3) влево;    4) вправо.

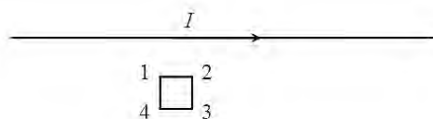
• На рисунке изображены сечения двух параллельных прямолинейных длинных проводников с противоположно направленными токами, причем  $I_1 = 2I_2$ .



Индукция  $\mathbf{B}$  результирующего магнитного поля равна нулю в некоторой точке интервала ... .

- 1)  $a$ ;    2)  $b$ ;    3)  $c$ ;    4)  $d$ .

• На рисунке показан длинный проводник с током, около которого находится небольшая проводящая рамка.



При выключении тока в проводнике указанного направления, в рамке возникнет индукционный ток направления ...:

- 1-2-3-4;    4-3-2-1;    ток не возникнет.

• На каком интервале времени э.д.с. индукции контура максимальна?



*Пример решения.* В соответствии с законом электромагнитной индукции Фарадея (4.1)  $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -d\Phi_{\text{м}}/dt = -d(BS)/dt$ , где  $\Phi_{\text{м}}$  – магнитный поток, пронизывающий контур,  $B$  – значение магнитной индукции,  $S$  – площадь витков контура. Э.д.с. максимальна там, где максимальна скорость изменения  $B$ , то есть на участке 7.

• На каком интервале времени э.д.с. индукции контура ...:

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| 1) минимальна;   | 2) равна нулю;   |
| 3) отрицательна; | 4) положительна. |

• Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля имеет вид:

$$\oint_{(L)} (\mathbf{E} d\mathbf{l}) = - \int_{(S)} (\partial \mathbf{B} / \partial t) d\mathbf{S},$$

$$\oint_{(L)} (\mathbf{H} d\mathbf{l}) = \int_{(S)} (\mathbf{j} + \partial \mathbf{D} / \partial t) d\mathbf{S},$$

$$\int_{(S)} (\mathbf{D} d\mathbf{S}) = \int_{(V)} \rho dV$$

$$\int_{(S)} (\mathbf{B} d\mathbf{S}) = 0$$

Следующая система уравнений:

$$\oint_{(L)} (\mathbf{E} d\mathbf{l}) = - \oint_{(S)} (\partial \mathbf{B} / \partial t) d\mathbf{S}$$

$$\oint_{(L)} (\mathbf{H} d\mathbf{l}) = \oint_{(S)} (\partial \mathbf{D} / \partial t) d\mathbf{S}$$

$$\oint_{(S)} (\mathbf{D} d\mathbf{S}) = 0$$

$$\oint_{(S)} (\mathbf{B} d\mathbf{S}) = 0.$$

Справедлива для электромагнитного поля...:

- 1) в отсутствие заряженных тел и токов проводимости;
- 2) в отсутствие заряженных тел;
- 3) при наличии заряженных тел и токов проводимости;
- 4) в отсутствие токов проводимости.

*Пример решения.* В заданиях данного типа требуется внимательно сравнить и проанализировать уравнения первой и второй систем.

Левые части систем одинаковы. В правой части уравнения 2 данной системы отсутствует слагаемое  $\mathbf{j}$  (плотность токов проводимости), значит, токи проводимости отсутствуют.

Правая часть уравнения 3 данной системы равна нулю, то есть отсутствует  $\rho$  – плотность электрических зарядов.

Таким образом, правильный ответ 1.

## Часть 2. Колебания и волны

### Глава 1. Колебательное движение. Свободные, затухающие, вынужденные колебания

Колебательными называют процессы, имеющие определенную повторяемость во времени.

Колебания могут быть механическими, электрическими и т. д. Колебательные процессы могут использоваться в жизни, а могут оказывать вредные разрушительные последствия.

В случае механических колебаний повторяются изменения положения, скорости и ускорения каких-либо тел.

Силу, под воздействием которой происходит колебательный процесс, называют *возвращающей силой*.

Колебания могут быть *свободными (собственными)* или *вынужденными*. Свободные колебания являются *незатухающими*, если не происходит рассеивания энергии в окружающую среду.

*Вынужденные колебания* совершаются под воздействием внешней периодически изменяющейся силы (вынуждающей силы).

Гармоническими колебаниями называют колебания, при которых смещение тела от положения равновесия совершается по синусоидальному (косинусоидальному) закону.

Для ознакомления с величинами, характеризующими колебательный процесс, рассмотрим простую физическую модель, например, колебания тела на пружинке без трения (рис. 1.1).

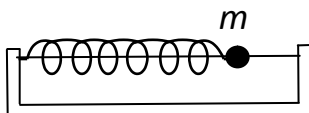


Рис. 1.1. Колебания тела на пружинке без трения

Если начало координат совместить с положением равновесия тела, а затем отклонить его на расстояние  $x$ , то возвращающая сила, согласно закону Гука, будет  $F = -kx$ . Согласно второму за-

кону Ньютона, уравнение движения будет:  $ma = F = -kx$  или, учитывая, что  $a = d^2x/dt^2$ ,

$$F = -kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \text{ или } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (1.1)$$

Будем искать решение уравнения в виде:  $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ , тогда

$$\frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.2)$$

Подставляя (1.2) в (1.1), получим:

$$\frac{k}{m} A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = 0, \quad (1.3)$$

откуда для угловой частоты колебаний получим:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.4)$$

Таким образом, решением уравнения является синусоида (косинусоида), то есть изменения амплитуды отклонения тела от положения равновесия, его скорость и ускорение будут происходить в соответствии с рис. 1.2. Начальную фазу  $\varphi_0$  по возможности надо принять за 0.

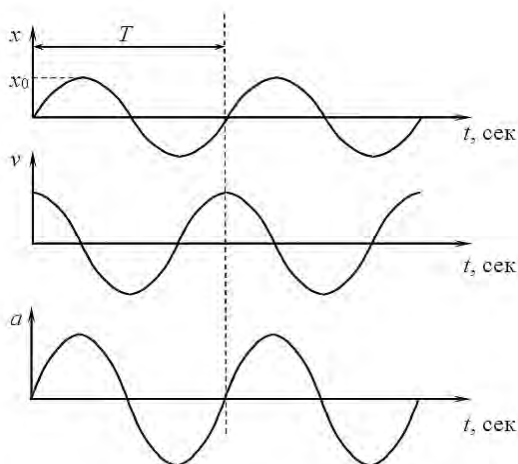


Рис. 1.2. Зависимость координаты, скорости и ускорения от времени

При наличии затухания (трения) в уравнение движения добавится сила трения  $F_{\text{тр}} = -rv$ , пропорциональная скорости, и оно примет вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0, \quad (1.5)$$

где введено обозначение  $2\beta = r/m$ . Его решением будет также синусоида, но с экспоненциально убывающей амплитудой  $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \exp(-\beta t)$  – *затухающее колебание*.

Для вынужденных колебаний добавится внешняя вынуждающая сила  $F_{\text{вн}} = f_0 \cos \Omega t$  и уравнение будет иметь вид:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} - \frac{k}{m}x = f_0 \cos \Omega t, \quad (1.6)$$

решение которого выходит за рамки данного курса. В случае, когда частота вынуждающей силы  $\Omega$  совпадает с собственной частотой  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , наступает явление резонанса, при котором амплитуда колебаний резко возрастает.

Примером свободных колебаний может служить *математический маятник* – материальная точка массы  $m$ , подвешенная к неподвижной точке на невесомой нерастяжимой нити (или стержне) длиной  $l$  и совершающая движение в вертикальной плоскости под действием силы тяжести –  $mg$  (рис. 1.3).

Уравнение динамики вращательного движения в этом случае имеет вид:

$$I\beta = N = -mgl \sin\varphi, \quad (1.7)$$

где  $I$  – момент инерции тела (в данном случае  $I = ml^2$ ),  $N$  – момент действующей силы,  $\beta$  – угловое ускорение тела. Принимая во внимание, что  $\beta = d\omega/dt = d^2\varphi/dt^2$  и  $I = ml^2$ , уравнение (1.7) примет вид:

$$ml^2 \left( \frac{d^2\varphi}{dt^2} \right) = -mgl \sin\varphi. \quad (1.8)$$

Для малых углов можно считать  $\sin\varphi = \varphi$ , тогда окончательно получим:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2 \varphi = 0, \quad (1.9)$$

где  $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$ .

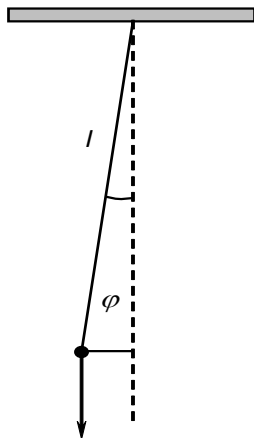


Рис. 1.3. Математический маятник

С подобным уравнением мы уже встречались (1.1) и знаем, что его решением является гармоническое колебание с частотой  $\omega_0$ :

$$\varphi = a \sin (\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.10)$$

## Глава 2. Упругие волны

### 2.1. Продольные и поперечные волны.

#### Характеристики волны

Ранее мы уже рассматривали упругие силы, возникающие между соседними областями твердого тела и подчиняющиеся закону Гука. Твердое тело можно представить как совокупность отдельных частиц, связанных между собой упругими силами. Под частицей в данном случае подразумевается достаточно малая область тела, но состоящая из значительного числа атомов или молекул. Предположим, что в какой-то области тела, например на его поверхности, нам удалось под действием вынуждающей силы  $F_{\text{вн}} = f_0 \cos \Omega t$  привести частицы в колебательное движение (в направлении нормальном или касательном к поверхности). Данное возмущение из-за наличия сил упругости будет передаваться соседним частицам и таким образом будет распространяться по телу.

Процесс распространения механических колебаний, сопровождающийся переносом энергии, но не сопровождающийся переносом вещества, носит название *упругой волны*. В зависимости от того, как движутся частицы по отношению к направлению распространения, волны делятся на *продольные* и *поперечные* (тип волны). В *продольной волне* направление движения частиц совпадает с направлением ее распространения (рис. 2.1, а). Продольные волны могут распространяться в любых средах: твердых, жидких и газообразных. За их существование отвечает упругость объема – способность тела возвращать свой объем после прекращения воздействия. В *поперечной волне* колебания частиц происходят в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны (рис. 2.1, б). Поперечные волны могут распространяться только в твердых телах, за них отвечает упругость формы – способность тела возвращать свою форму после прекращения воздействия. Волна в веществе распространяется с определенной скоростью, зависящей от механических характеристик вещества и типа волны.

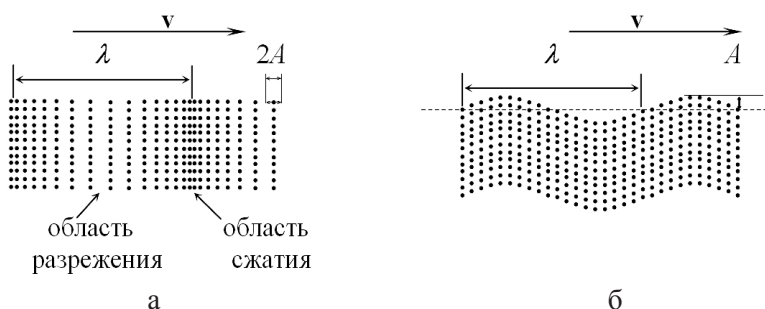


Рис. 2.1. Продольная (а) и поперечная (б) волны

Наиболее важные характеристики волны, кроме скорости ее распространения, – это частота колебаний ( $f$ ), период ( $T$ ), длина волны ( $\lambda$ ), скорость распространения волны ( $v$ ), амплитуда колебаний частиц ( $A$ ), интенсивность волны ( $I$ ) и величина звукового давления ( $p$ ). Между перечисленными характеристиками и циклической частотой существуют определенные связи:

$$\lambda = v T = v / f, f = 1/T, I \sim A^2, \omega = 2\pi f. \quad (2.1)$$



Совокупность точек, куда пришла волна в данный момент, называется *фронтом волны*. В зависимости от формы фронта волны выделяют *плоские, цилиндрические и сферические* волны. В среде без поглощения амплитуда колебаний частиц плоской волны не зависит от расстояния до источника, а волновые поверхности имеют вид параллельных друг другу плоскостей. Для сферической волны амплитуда колебаний частиц будет обратно пропорциональна расстоянию до источника колебаний, поскольку интенсивность ( $I \sim A^2$ ) будет распределяться на площадь сферы, которая пропорциональна квадрату расстояния до источника.

## 2.2. Уравнение упругой волны

Итак, в упругой волне происходит периодическое колебание частиц около их положения равновесия. Смещение частиц относительно положения равновесия принято обозначать буквой  $\xi$ . Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся в направлении  $x$  со скоростью  $v$ . Пусть в плоскости  $x = 0$ , колебания описываются уравнением

$$\xi(0, t) = A \cos(\omega t + \alpha_0), \quad (2.2)$$

где  $A$  – амплитуда колебания частиц,  $\alpha_0$  – начальная фаза колебаний. До некоторой плоскости  $x$  возмущение дойдет за время  $\tau = x/v$ , следовательно, колебания в этой плоскости будут отставать на это время:

$$\xi(x, t) = A \cos[\omega(t - x/v) + \alpha_0]. \quad (2.3)$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках носит название *фазы* волны. Совокупность точек, где волна имеет одинаковую фазу, называется *волновой поверхностью*.

Уравнению волны можно придать симметричный относительно  $x$  и  $t$  вид:

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \alpha_0), \quad (2.4)$$

где введена новая величина

$$k = 2\pi/\lambda = \omega/v, \quad (2.5)$$

которая носит название *волнового числа*.

При распространении двух волн с одинаковой частотой и амплитудой навстречу друг другу возникает *стоячая волна*. Она не переносит энергии и характеризуется тем, что в ней чередуются области, где амплитуда колебаний равна нулю – узлы волны, и области, где амплитуда колебаний максимальна – пучности волны, рис. 2.2.

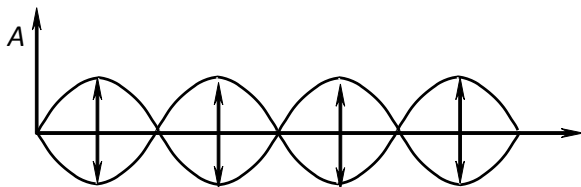


Рис. 2.2. Стоячая волна

В зависимости от частоты механических волн их принято делить на диапазоны.

*Инфразвук* – частота до 20 Гц.

*Звук* – частота от 20 Гц до 20 кГц.

*Ультразвук* – частота от 20 кГц до 1 ГГц.

*Гиперзвук* – частота выше 1 ГГц.

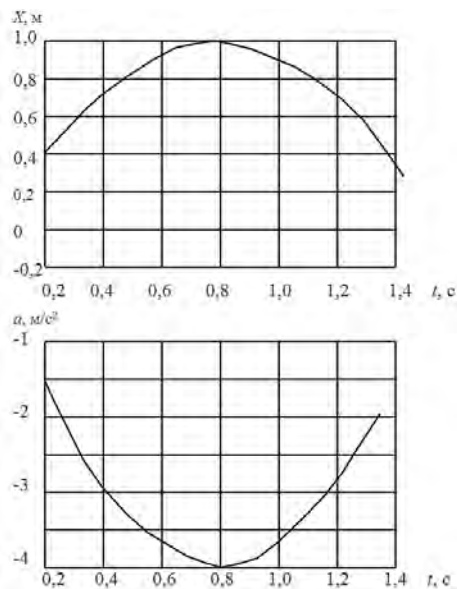
### *Контрольные задания*

- Для сферической волны справедливо утверждение ...:
  - 1) амплитуда волны не зависит от расстояния до источника колебаний (при условии, что поглощением среды можно пренебречь);
  - 2) амплитуда волны обратно пропорциональна расстоянию до источника колебаний (в непоглощающей среде);
  - 3) волновые поверхности имеют вид параллельных друг другу плоскостей.

● На рисунках изображены зависимости от времени координаты и ускорения материальной точки, колеблющейся по гармоническому закону.

Циклическая частота колебаний точки равна ...:

- 1)  $2 \text{ с}^{-1}$ ;    2)  $1 \text{ с}^{-1}$ ;    3)  $4 \text{ с}^{-1}$ ;    4)  $3 \text{ с}^{-1}$ .

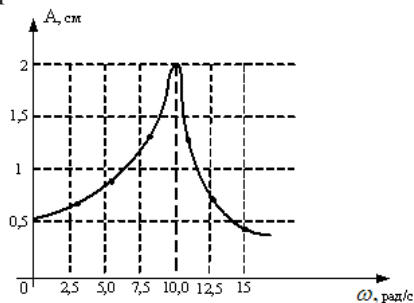


*Пример решения.* Законы изменения координаты, скорости и ускорения от времени описываются уравнениями (1.2):

$$x = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0), v = dx/dt = -x_0 \omega \sin(\omega t + \varphi_0), a = d^2x/dt^2 = -x_0 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -a_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

В точке с максимальным отклонением ( $t = 0,8$  с), согласно рисунку,  $x_0 = 1$  (м),  $a_0 = -x_0 \omega^2 = -4$  (м/с<sup>2</sup>), то есть  $\omega^2 = 4$  или  $\omega = 2$  (с<sup>-1</sup>).

● На рисунке представлена зависимость амплитуды колебаний математического маятника от частоты внешней силы. Длина нити маятника равна...:



1 м;                      0,02 м;                      0,1 м;                      0,2 м.

*Пример решения.* Амплитуда максимальна, когда частота внешней силы совпадает с собственной частотой колебаний маятника. Частота колебаний математического маятника задается формулой  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ , где  $l$  – длина нити,  $g$  – ускорение свободного падения.

- На рисунке (см. предыдущее задание) представлена зависимость амплитуды колебаний груза массой 0,1 кг на пружине от частоты внешней силы. Коэффициент жесткости пружины равен: 100 н/м; 1 н/м; 10 н/м; 1000 н/м.

- Колебание материальной точки, возникающее под действием внешней периодически изменяющейся силы, происходит по закону:

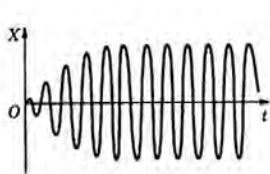
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2x = f_0 \cos \omega t,$$

где  $\beta$  – коэффициент затухания;  $\omega_0$  и  $\omega$  – циклические частоты собственных и вынужденных колебаний соответственно,  $f_0$  – амплитуда вынуждающей силы, отнесенная к массе тела. Зависимость смещения  $x$  материальной точки от времени имеет вид, показанный на рисунке ...:

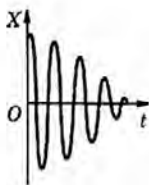
1;

2;

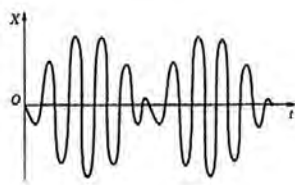
3.



1

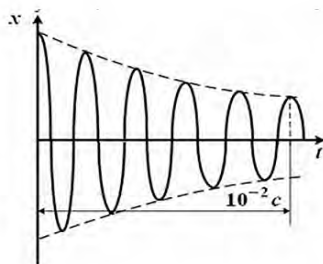


2



3

- График зависимости координаты  $x$  материальной точки от времени  $t$  для затухающих колебаний имеет вид, показанный на рисунке.



Циклическая частота затухающих колебаний равна ...:

- 1)  $5 \times 10^2 \text{ с}^{-1}$ ;    2)  $10^2 \text{ с}^{-1}$ ;    3)  $2 \times 10^2 \pi \text{ с}^{-1}$ ;    4)  $10^3 \pi \text{ с}^{-1}$ .

● **Поперечными волнами являются ...** (укажите не менее двух вариантов ответа):

- радиоволны;
- волны, распространяющиеся вдоль струн музыкальных инструментов;
- световые волны в вакууме;
- волны на поверхности жидкости;
- звуковые волны в воздухе.

● Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси  $X$ , имеет вид:

$$\xi = 0,01 \sin(10^3 t - 2x).$$

Скорость распространения волны в м/с равна ...:

- 500;    1000;    2;    0,01.

*Пример решения.* В общем случае плоская синусоидальная волна, распространяющаяся вдоль оси  $X$ , имеет вид (2.3), (2.4) при  $\alpha_0 = 0$ :

$$\xi(x, t) = A \sin[\omega(t - x/v)] = A \sin[\omega t - (2\pi/\lambda)x] = A \sin[\omega t - kx],$$

где  $\omega$  – угловая частота колебаний,  $\lambda$  – длина волны,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число.

Приводя уравнение, данное в условии задачи, к такому виду, получим

$$\xi = 0,01 \sin(10^3 t - 2x) = A \sin[10^3(t - 2/10^3 x)],$$

откуда, сравнивая с общим уравнением, получаем  $1/v = 2/10^3$  или  $v = 500$ .

• Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси  $X$ , имеет вид:

$$\xi(x, t) = A \sin[\omega(t - x/v)] = A \sin[\omega t - (2\pi/\lambda)x] = A \sin[\omega t - kx],$$

Волновое число имеет размерность ....

• Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси  $X$  со скоростью 500 м/с, имеет вид  $\xi = 0,01 \sin(10^3 t - 2x)$ .

Волновое число  $k$  (в  $\text{м}^{-1}$ ) равно ....

• Плоская синусоидальная волна  $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$  распространяется в упругой среде. Скорость колебаний частиц среды, отстоящих от источника на расстоянии  $x = \lambda/6$  в момент времени  $t = T/4$ , равна ... .

- 1)  $A\omega/2$ ;    2)  $-A\omega/2$ ;    3)  $-A\omega\sqrt{3}/2$ ;    4)  $-A\omega$ .

*Пример решения.* Для определения скорости частиц берем производную от смещения:

$$v(x, t) = d\xi(x, t)/dt = -A\omega \sin(\omega t - kx).$$

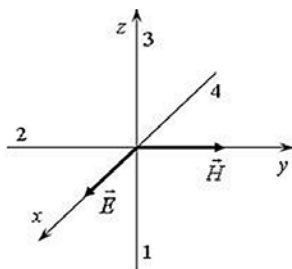
С учетом того, волновое число  $k = 2\pi/\lambda$ , а циклическая частота  $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$ , выражение для скорости можно переписать в виде:

$$v(x, t) = -A\omega \sin(\omega t - kx) = -A\omega \sin(2\pi t/T - 2x/\lambda).$$

Подставляя значения  $x = \lambda/6$  и  $t = T/4$ , получаем:

$$v(x, t) = -A\omega \sin(2\pi t/T - 2x/\lambda) = -A\omega \sin 30^\circ = A\omega/2.$$

• На рисунке показана ориентация векторов напряженности электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей в электромагнитной волне.



Вектор плотности потока энергии электромагнитного поля ориентирован в направлении ....

- 1;    2;    3;    4.

## Часть 3. Оптика

### Глава 1. Предварительные сведения

Свет представляет собой электромагнитные волны с длиной волны  $0,4 \dots 0,76$  мкм или частотой  $(0,39 \dots 0,75) \cdot 10^{15}$  Гц и на шкале электромагнитных волн занимает очень незначительную область. Выделение оптики в отдельный раздел физики объясняется в первую очередь тем, что свет характеризуется специфическим воздействием на органы чувств и отвечает за многие процессы в природе. Законы его распространения и взаимодействия описываются уравнениями Максвелла. Способы получения и регистрации аналогичны способам для электромагнитных волн соседних диапазонов. Другого особого *физического* смысла нет, т. е. смысл сугубо *биологический*. Надо только добавить, что воздействие на органы чувств, как показывает опыт, оказывает компонента напряженности электрического поля  $E$ , оно же определяет и другие биологические, фотохимические и физико-химические процессы.

Свечение тел может быть вызвано различными причинами, т. е. энергия, расходуемая светящимся телом на излучение, может пополняться за счет: а) химических реакций – хемилюминесценция; б) самостоятельного газового разряда – электролюминесценция; в) бомбардировки электронами – катодолуминесценция; г) облучение светом – фотолуминесценция; д) нагревания – тепловое излучение.

Время процесса при излучении света имеет порядок  $10^{-8}$ с, поэтому в рамках волновой теории считается, что свет излучается в виде цуга, длиной около 3 м – расстояние, которое проходит волна за это время. Эта волна имеет строго определенную длину волны, говорят, что она *монохроматична*. Если она имеет определенные плоскости колебания векторов  $E$  и  $B$ , говорят, что волна плоско *поляризована*. В естественном свете в каждом цуге ориентация плоскостей колебания векторов  $E$  и  $B$  произвольна – говорят, что такой свет не *поляризован*. Зависимость светового потока, приходящегося на некоторый диапазон длин волн  $U = d\Phi/d\lambda$  от длины волны характеризует *спектральную плотность* света. На рис. 1.1 в качестве примера приведены спектраль-

ные плотности солнечного света (а) и света, прошедшего через светофильтр (б), который называют *квазимонохроматичным*.

Поскольку, как уже отмечалось, одной из причин выделения раздела оптики является воздействие света на органы чувств, важным является вопрос о восприятии глазом света в различных спектральных диапазонах. Данная характеристика носит название кривой относительной спектральной чувствительности глаза. Данная характеристика индивидуальна. Ее примерный вид изображен на рис. 1.1, в. По виду она близка к кривой спектральной плотности солнечного света. Ее смысл заключается в том, что по оси  $Y$  откладывается величина  $V(\lambda)$ , обратно пропорциональная величине потока световой энергии, вызывающая одинаковые зрительные ощущения  $V(\lambda_1)/V(\lambda_2) = U(\lambda_2)/U(\lambda_1)$ . При этом максимальное значение функции  $V(\lambda)$  принимается за 1.

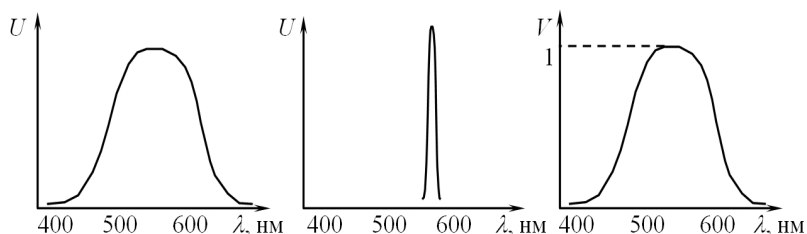


Рис. 1.1. Спектральные плотности излучения (а) и (б) и чувствительность глаза (в)

## Глава 2. Геометрическая (лучевая) оптика

### 2.1. Принцип Ферма

Ряд оптических явлений (отражение, преломление и ряд других) может быть объяснен в рамках геометрической оптики. В этом разделе пользуются следующими понятиями. Луч – линия, вдоль которой распространяется свет или световая энергия. Показатель преломления среды (оптическая плотность) – отношение скорости света в вакууме к скорости света в среде  $n = c/c_{\text{сред}}$ . Среда, у которой  $n = \text{const}$ , называется однородной. Оптическая длина пути ( $L$ ) – произведение геометрической длины ( $s$ ) на оптическую плотность:  $L = ns$ .



В основу геометрической оптики можно положить принцип Ферма или принцип наименьшего времени, который формулируется следующим образом: *свет распространяется по такому пути, для которого требуется наименьшее время, или по пути с минимальной оптической длиной пути*. Из этого принципа, в частности, следует:

- 1) в однородной среде свет распространяется прямолинейно;
- 2) если из точки 1 в точку 2 свет распространялся по пути  $s$ , то из точки 2 в точку 1 он пойдет по тому же пути.

Из этого же принципа можно вывести законы отражения и преломления.

## 2.2. Законы отражения и преломления света

Рассмотрим однородную среду. Пусть свет от источника в точке  $A$  должен попасть в точку  $B$ , отразившись от поверхности  $CD$ . Прямому попаданию света из точки  $A$  в точку  $B$  препятствует экран  $\mathcal{E}$ , рис. 2.1.

Отобразим источник  $A$  симметрично плоскости  $CD$  и предположим, что там находится среда с таким же показателем преломления. Согласно принципу наименьшего времени в этом случае свет будет распространяться от точки  $A_1$  до точки  $B$  по прямой, так как оптическая длина пути его наименьшая. Лучу  $A_1O$  в нижней полуплоскости соответствует луч  $AO$  в верхней. Таким образом, можно сформулировать закон отражения. *Луч падающий, луч отраженный и нормаль в точке падения лежат в одной плоскости. При этом угол падения равен углу отражения.*

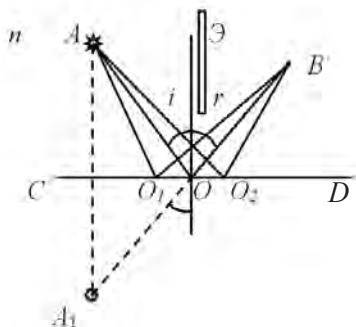


Рис. 2.1. К выводу закона отражения

Рассмотрим теперь границу раздела двух сред с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ , для определенности будем считать  $n_1 < n_2$  (рис. 2.2). От источника  $A$ , находящегося в среде 1 на расстоянии  $h_1$  от поверхности, свет должен попасть в точку  $B$  в среде 2 на расстоянии  $h_2$  от поверхности.

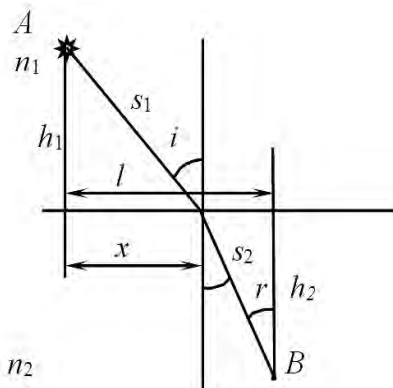


Рис. 2.2. К выводу закона преломления

Расстояние от проекции точки  $A$  до проекции точки  $B$  обозначим за  $l$  и будем искать расстояние  $x$ , соответствующее нормали в точке падения луча, идущего по пути с наименьшим временем. Для суммарного пути имеем:

$$L = n_1 s_1 + n_2 s_2 = n_1 \sqrt{h_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{h_2^2 + (l - x)^2}. \quad (2.1)$$

Из условия минимума оптической длины пути ( $dL/dx = 0$ ) следует:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{n_1 x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - \frac{n_2 (l - x)}{\sqrt{h_2^2 + (l - x)^2}} = n_1 \frac{x}{s_1} - n_2 \frac{l - x}{s_2} = n_1 \sin i - n_2 \sin r = 0$$

Откуда окончательно получим:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad \text{или} \quad \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin r}{\sin i}. \quad (2.2)$$

Закон преломления (закон Снеллиуса) можно сформулировать: *луч падающий, луч преломленный и нормаль в точке падения*

лежат в одной плоскости. При этом отношение синуса угла преломления к синусу угла падения равно отношению показателя преломления первой среды к показателю преломления среды второй.

### 2.3. Явление полного внутреннего отражения

Отдельный интерес представляет случай, когда свет падает на границу из среды с большей оптической плотностью ( $n_1 > n_2$ ), рис. 2.3. В этом случае если мы будем увеличивать угол падения  $i$ , то при некотором угле падения – *критическом угле* или *угле полного внутреннего отражения* ( $i_{\text{ПВО}}$ ) преломленный луч начнет скользить по границе раздела сред ( $r=90^\circ$ ). В соответствии с (2.2) этот угол будет определяться соотношением:

$$i_{\text{ПВО}} = \arcsin n_2/n_1. \quad (2.3)$$

Значения угла полного внутреннего отражения для некоторых сред приведены в таблице.

При углах больше критического происходит полное отражение энергии. Так, например, при отражении от самого хорошего зеркала теряется около 4% энергии.

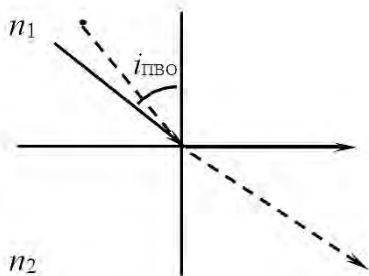


Рис. 2.3. Явление полного внутреннего отражения

Это явление широко используется в технике.

Таблица

Материал	$n$	$i_{\text{ПВО}}, ^\circ$
Вода	1,33	48
Стекло	1,5	40
Кварц	1,7	36

*Оборотная призма.* Ход луча в оборотной призме приведен на рис. 2.4 а.

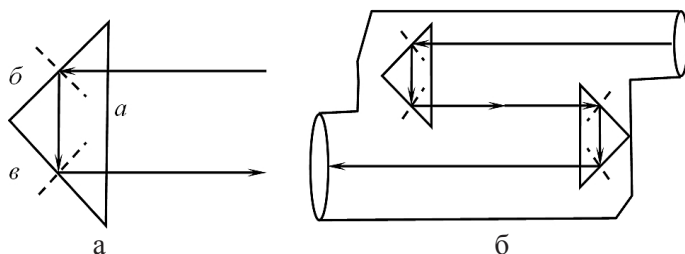


Рис. 2.4. Оборотная призма: а – ход луча в призме, б – применение оборотной призмы в бинокле

На грань *a* оба раза луч падает по нормали и проходит, не преломляясь. На грани *б* и *в* луч падает под углом  $45^\circ$ , что для стекла и кварца больше критического угла, и там происходит полное внутреннее отражение. Таким образом луч меняет свое направление на противоположное.

Применение призмы в бинокле показано на рис. 2.4, б.

*Поворотная призма.* Ход луча в поворотной призме приведен на рис. 2.5.

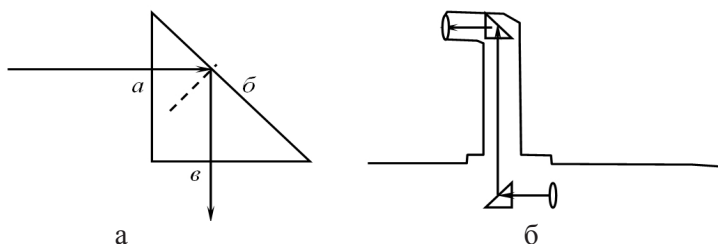


Рис. 2.5. Поворотная призма: а – ход луча в призме, б – применение поворотной призмы в перископе

На грани *a* и *в* лучи падают по нормали и проходят, не преломляясь. На грань *б* луч падает под углом  $45^\circ$ , там происходит полное внутреннее отражение и луч поворачивается на  $90^\circ$ . Применение призмы в перископе показано на рис. 2.5, б.

Необходимо отметить широкое применение волоконной оптики, основанной на явлении полного внутреннего отражения.

## 2.4. Линзы. Ход лучей и построение изображений.

### Формула линзы

Сферическая линза представляет собой пространство, ограниченное с двух противоположных сторон сферическими поверхностями. Прямая, соединяющая центры этих поверхностей, является главной оптической осью такой линзы (рис. 2.6). Линза называется тонкой, если ее толщина вдоль главной оптической оси существенно меньше радиусов кривизны ее поверхностей. В зависимости от кривизны поверхностей и соотношения показателей преломления материала линзы и среды, в которой находится линза, она может быть положительной (собирающей) или отрицательной (рассеивающей).

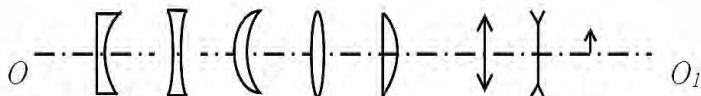


Рис. 2.6. (а) Примеры линз различной формы; (б) условные обозначения положительной и отрицательной линз и предмета.

$O-O_1$  – оптическая ось линз

Построение изображения для различных положений предмета относительно положительной линзы пояснено на рис. 2.7.

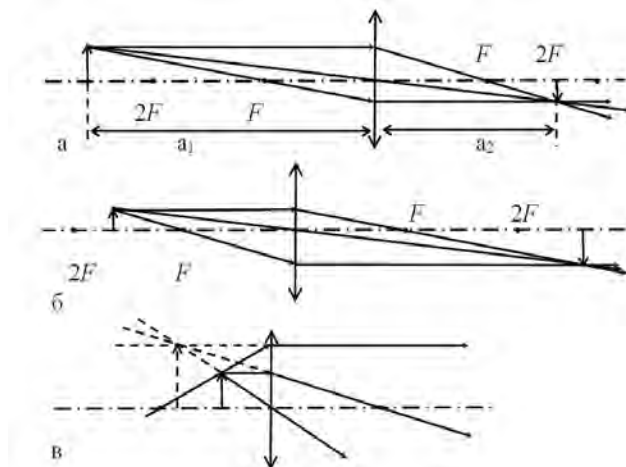


Рис. 2.7. Построение изображений в положительной линзе

Выражение

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{F} \quad (2.4)$$

называется формулой тонкой линзы. В этой формуле  $a_1$  – расстояние от предмета до линзы,  $a_2$  – расстояние от линзы до изображения,  $F$  – фокусное расстояние линзы.

Для построений используются два из трех лучей, ход которых известен: луч, идущий до линзы параллельно оптической оси, после линзы пойдет через фокус; луч, идущий до линзы через фокус, после линзы пойдет параллельно оптической оси линзы; луч, идущий через центр линзы, идет, не преломляясь. Действительное изображение получается на пересечении лучей, и его можно наблюдать на экране (рис 2.7, а и 2.7, б). На рис. 2.7, в пересекаются не лучи, а их продолжения. В этом случае говорят, что изображение мнимое и его можно увидеть глазом, но не на экране. Пучок лучей, попадающий на хрусталик глаза, преломляется и дает действительное изображение на сетчатке глаза.

*Аберрации (погрешности) линз.* Изображение, полученное при помощи линзы, может иметь искажения. Рассмотрим наиболее часто встречающиеся из них.

*Сферическая аберрация.* При использовании всей поверхности сферической линзы для построения изображения точечного источника оказывается, что края линзы отклоняют лучи сильнее, чем средняя часть линзы. В результате этого изображение точечного источника на экране получается в виде расплывчатого пятна. Для устранения этой аберрации следует либо уменьшать апертуру пучка света, либо усложнять оптическую систему, включая в нее отрицательную линзу.

*Кома.* Для линз, исправленных на сферическую аберрацию, для источника, лежащего на главной оптической оси, может сохраняться сферическая аберрация для источника, расположенного в стороне от главной оптической оси. Такая аберрация называется комой. При наличии комы изображение точечного источника представляет собой вытянутое пятно. Соответствующей комбинацией положительных и отрицательных линз можно избавиться от такой аберрации.

*Астигматизм.* Изображение точечного источника в косых лучах имеет вид двух взаимно перпендикулярных, смещенных друг относительно друга прямолинейных отрезков, т. е. является астигматическим. Этот вид аберрации устраняется путем подбора радиусов кривизны и оптических сил преломляющих поверхностей.

*Дисторсия.* Дисторсия – это аберрация, которая обуславливает неодинаковость поперечного увеличения в пределах поля зрения. Если увеличение возрастает с удалением от оптической оси, имеет место подушкообразная дисторсия. При уменьшении увеличения – бочкообразная.

*Хроматическая аберрация.* Рассмотренные выше аберрации свойственны всем оптическим системам для любой области спектра (в том числе, и для монохроматического лазерного излучения). Хроматическая аберрация обусловлена явлением дисперсии вещества линзы (зависимости показателя преломления от длины волны). Дисперсия материала линзы обуславливает зависимость фокусного расстояния линзы от длины волны. Это обстоятельство приводит к тому, что изображение немонохроматического источника для разных длин волн (цветов) находится на разных расстояниях, что определяет окрашивание контура изображения. Комбинируя линзы, изготовленные из различных материалов, удаётся создать ахроматичную (то есть исправленную на хроматическую аберрацию) оптическую систему.

Отметим, что для одновременного устранения всех видов аберраций линзы требуется составить весьма сложную оптическую систему (современные объективы для фотоаппаратов представляют системы, состоящие из большого количества линз). По этой причине в каждом конкретном случае стараются устранить самые существенные аберрации.

## *2.5. Устройство и ход лучей в микроскопе*

Простейшая модель микроскопа состоит из двух положительных линз, одна из которых является объективом (обращена к предмету), а другая – окуляром (обращена к наблюдателю). В зависимости от соотношения фокусных расстояний этих линз и их взаимного расположения можно моделировать микроскопы с различным увеличением.

При наблюдении предметов с помощью оптических приборов угловой размер изображения оказывается существенно больше, чем угловой размер объекта при наблюдении невооруженным глазом. Отношение тангенсов углов зрения изображения и предмета называют угловым увеличением оптического прибора. При этом в случае микроскопа полагают, что предмет рассматривается на расстоянии наилучшего зрения  $D_0 = 25$  см.

Ход лучей в микроскопе приведен на рис. 2.8.

Расчеты показывают, что увеличение микроскопа может быть определено по формуле:

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_1} = \frac{D_0 (L - F_{об} - F_{ок})}{F_{об} \cdot F_{ок}}, \quad (2.5)$$

где  $L$  – расстояние между объективом и окуляром (длина тубуса микроскопа);  $D_0$  – расстояние наилучшего зрения, равное 25 см;  $F_{об}$  и  $F_{ок}$  – фокусные расстояния линз, из которых собран микроскоп.

Отметим еще раз, что выражение (2.5) для углового увеличения микроскопа  $\Gamma$  справедливо в предположении аккомодации глаза на бесконечность. Если глаз наблюдателя меняет аккомодацию, то меняется увеличение микроскопа. Однако разница между коэффициентами увеличения в этих случаях оказывается незначительной.

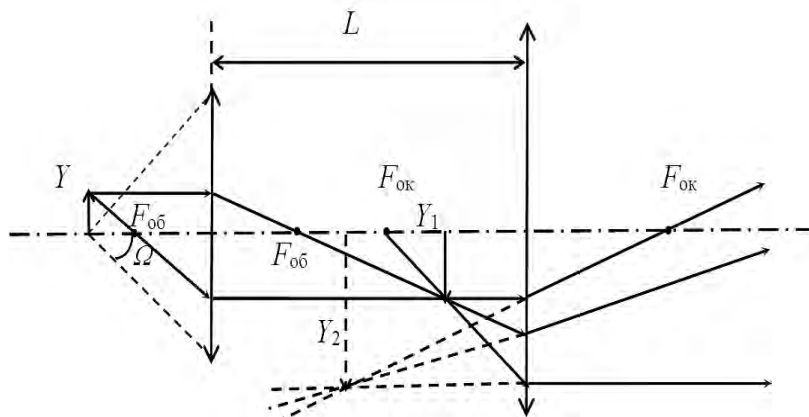


Рис. 2.8. Ход лучей в микроскопе



Согласно формуле (2.5), увеличение микроскопа можно сделать сколь угодно большим, однако начиная с определенных значений мы уже не будем видеть новых деталей, так как существует предел разрешения микроскопа:

$$\Delta = \frac{0,51\lambda}{n \sin \Omega}, \quad (2.6)$$

связанный с волновой природой света ( $\Omega$  – числовая апертура объектива).

Существует достаточно много разновидностей оптических микроскопов: проходящего и отраженного света, темнопольный (с боковым освещением с разных сторон), поляризационный и др.

## **Глава 3. Волновая оптика**

### **3.1. Принцип Гюйгенса**

В рамках геометрической оптики свет не должен проникать в область геометрической тени. В действительности свет попадает за непрозрачную границу, причем эффект тем сильнее, чем меньше размеры препятствий. При размерах щели или диаметре отверстий, сравнимых с длиной волны, законы геометрической оптики работать перестают.

Качественное объяснение распространения света за преградой может быть дано с помощью *принципа Гюйгенса*. Согласно этому принципу, каждая точка, куда дошел свет в данный момент времени  $t_0$  (каждая точка волнового фронта), является источником сферических вторичных волн, и для получения волнового фронта в момент  $t_0 + \Delta t$  надо соединить все точки, куда дошел свет в этот момент, рис. 3.1, а. На рис. 3.1, а среда в нижней части рисунка предполагается оптически менее плотной. На рис. 1, б изображено падение света на экран с отверстием. Сделав соответствующие построения, можно убедиться, что свет будет попадать в область геометрической тени.

Принцип Гюйгенса дает только качественное объяснение волновых явлений.

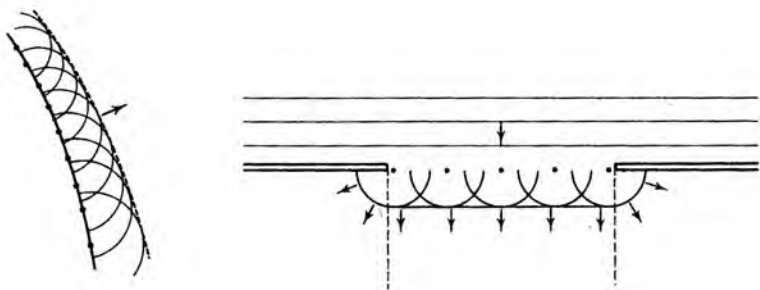


Рис. 3.1. Принцип Гюйгенса

### 3.2. Интерференция света

Волновая природа света наиболее ярко отражается в явлениях интерференции и дифракции света, в основе которых лежит *сложение волн*. Явление интерференции и дифракции имеют, помимо их теоретического значения, широкое применение на практике.

Рассмотрим две волны одинаковой частоты, которые приходят в одну точку:

$$E_1 \cos(\omega t + \alpha_1) \text{ и } E_2 \cos(\omega t + \alpha_2). \quad (3.1)$$

Если колебания этих волн происходят в одной плоскости, то амплитуда результирующего колебания будет определяться выражением

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \delta, \quad (3.2)$$

где  $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$  – разность фаз, а слагаемое  $2E_1E_2 \cos \delta$  называется интерференционным членом.

Ранее отмечалось, что свет излучается при энергетических переходах отдельных атомов или молекул отдельными цугами и в общем случае направления колебаний и фазы разных цугов имеют произвольные направления и значения, поэтому интерференция может наблюдаться, если волну каким-либо способом сначала разделить на две, а затем свести в одной точке, рис. 3.2, а. В этом случае разность фаз  $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$  для рассматриваемой точки будет оставаться постоянной, такие волны называют *коге-*

рентными. В случае некогерентных волн  $\delta$  меняется хаотично и среднее значение  $\cos\delta$  будет равно нулю. Интерференции в этом случае наблюдаться не будет:

$$\langle E \rangle^2 = \langle E \rangle_1^2 + \langle E \rangle_2^2 \text{ или } I = I_1 + I_2 \quad (3.3)$$

В случае когерентных волн выражение для интенсивности будет:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cos \delta \sqrt{I_1 I_2} \quad (3.4)$$

В частном случае, когда  $I_1 = I_2 = I_0$  в точках, где  $\cos\delta = 1$  (волны находятся в одной фазе, рис. 3.2, б), амплитуда волны будет удваиваться, а интенсивность будет в четыре раза больше  $I_0$ , а в точках, где  $\cos\delta = -1$  (волны в противофазе, рис. 3.2. в), амплитуда и интенсивность будут равны нулю.

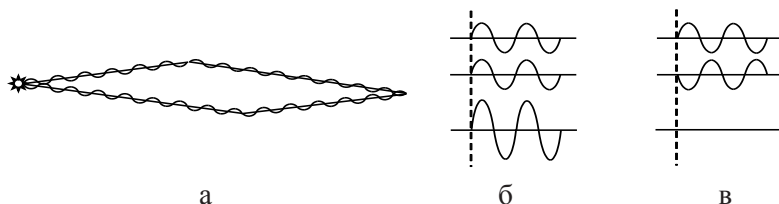


Рис. 3.2. Интерференция света

Рассмотрим один из способов наблюдения интерференции на примере так называемого *опыта Юнга*, рис. 3.3. Свет от источника  $O_1$  (например, нити лампочки накаливания) попадает на непрозрачный экран с протяженной узкой щелью  $O_2$ . Согласно принципу Гюйгенса, каждая точка щели является вторичным источником излучения, и, таким образом, от щели будет распространяться волна с цилиндрическим фронтом. На пути этой волны установлен второй экран с двумя щелями  $O$  и  $O'$  на расстоянии  $d$  друг от друга, которые также будут являться вторичными когерентными источниками. На расстоянии  $L$  установлен экран для наблюдения интерференции. Определим разность хода  $\Delta s = s_2 - s_1$  для лучей от источников  $O$  и  $O'$  до некоторой точки  $P$ , находящейся на расстоянии  $x$  от оси симметрии. Для квадратов расстояний из треугольников  $OPA$  и  $O'PA$  имеем:

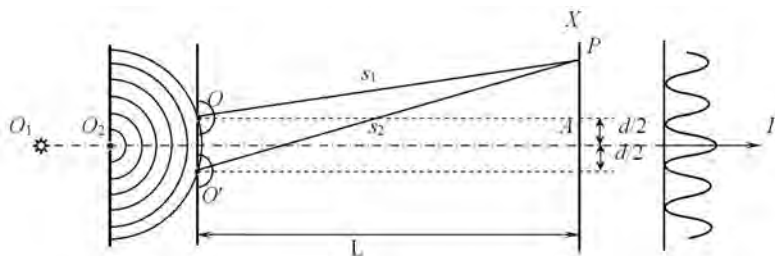


Рис. 3.3. Опыт Юнга

$$\begin{aligned} s_2^2 &= L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \\ s_1^2 &= L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2, \end{aligned} \quad (3.5)$$

откуда после вычитания получим:

$$s_2^2 - s_1^2 = (s_2 - s_1)(s_2 + s_1) = 2 d x. \quad (3.6)$$

Считая  $s_2 + s_1 \approx 2L$ , для разности хода  $\Delta s = s_2 - s_1$  получим:

$$\Delta s = (x d)/L. \quad (3.7)$$

Из условия получения максимума интенсивности  $\Delta s = \pm m\lambda$  ( $m$  – целое число) и минимума интенсивности  $\Delta s = \pm(m + 1/2)\lambda$  можно найти координаты максимумов и минимумов, а также расстояния между ними:

$$x_{\text{макс}} = \pm \frac{m\lambda L}{d}, \quad x_{\text{мин}} = \pm \frac{(m + 1/2)\lambda L}{d}, \quad \Delta x = \frac{\lambda L}{d}. \quad (3.8)$$

Данная схема наблюдения реализована в интерферометре Релея, который используется для определения малых концентраций примеси в жидкости по изменению показателя преломления. Схема интерферометра приведена на рис. 3.4. В блоке 1 находятся источник света (лампочка накаливания на 3,5 В) и два экрана: с одной и двумя щелями соответственно. На пути лучей, создающих интерференционную картину в светонепроницаемом корпусе 2, установлены две одинаковых кюветы 3 и 4: одна с растворителем, другая с раствором. Разность хода лучей приводит к смещению картины относительно эталонной, полученной при отсутствии разности хода. Для наблюдения интерференционных картин используется микроскоп 5, так как расстояния между полосами в данной геометрии имеет порядок десятых долей мм.



Рис. 3.4. Интерферометр Релея

Другие способы получения двух когерентных источников показаны на рис. 3.5.

На рис. 3.5, а изображено зеркало Ллойда. На экран Э свет попадает непосредственно от источника  $O$  и его изображения  $O^*$  в зеркале  $З$ . Расстояние между источниками равно  $2d$ , где  $d$  – расстояние от источника до зеркала. Область наблюдения интерференции –  $PQ$ .

На рис. 3.5, б, в и г представлены бизеркало, билинза и бипризма Френеля. Два мнимых источника в первом случае получают при отражении от двух зеркал, расположенных под небольшим углом  $\varphi$ . Во втором случае интерферируют лучи, идущие от двух изображений источника в половинках линзы, раздвинутых на небольшое расстояние. В последнем случае два источника получаются в результате преломления лучей в двух симметрично расположенных призмах, имеющих при вершине малый угол.

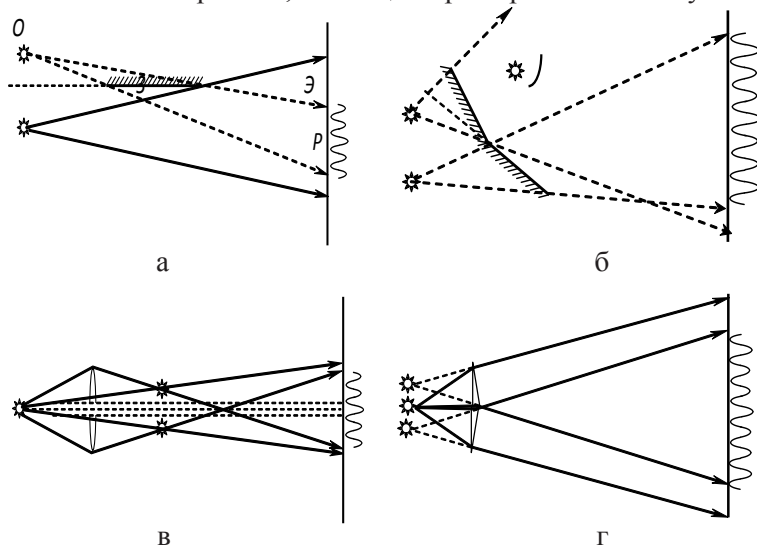


Рис. 3.5. Схемы наблюдения интерференции света: зеркало Ллойда (а), бизеркало (б), билинза (в) и бипризма (г) Френеля соответственно

Отдельно рассмотрим интерференцию света при *отражении от тонких пленок* или пластинок. В этом случае при падении плоской (идущей от удаленного источника) световой волны происходит отражение от двух поверхностей данной пластинки. При определенных условиях эти отраженные лучи могут интерферировать. Ход лучей в этом случае приведен на рис. 3.6, а. Луч 1 преломляется в точке  $A$ , отражается от противоположной поверхности пленки в точке  $C$  и вторично преломляется в точке  $B$ . Оптический путь его равен длине пути  $ACD$  ( $s_1$ ), умноженному на оптическую плотность пленки. Общая разность хода будет складываться из оптического пути первого луча в пластине и второго луча в воздухе  $DB$  ( $s_2$ ), кроме того, в точке  $B$  происходит сдвиг на половину длины волны при отражении от оптически более плотной среды:

$$\Delta s = ns_1 - s_2 = 2b\sqrt{(n^2 - \sin^2 \varphi)} - \frac{\lambda}{2}. \quad (3.9)$$

Наблюдение интерференции в пленках возможно только при условии, что ее толщина не превышает  $\approx 0,06$  мм.

Условие максимума будет выполняться для разных длин волн под разными углами при одной толщине пленки или для разных толщин. На практике данный вид интерференции можно наблюдать на мыльных пузырях или пленках бензина на воде или асфальте.

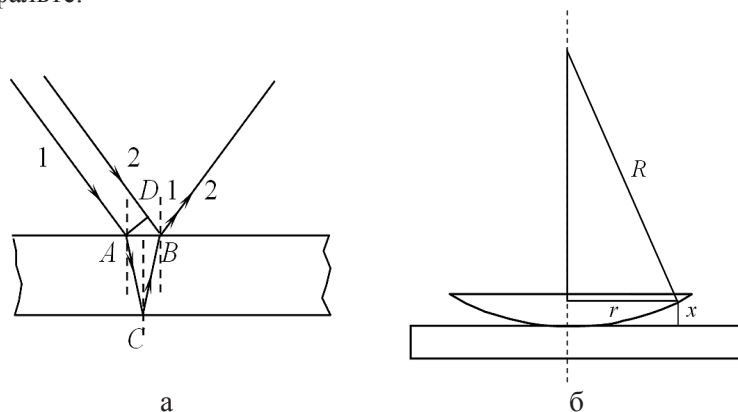


Рис. 3.6. Интерференция в тонкой пленке (а),  
схема наблюдения колец Ньютона (б)

Еще одним примером интерференции в тонких пленках (полосы равной толщины) являются кольца Ньютона. Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом поверхности стеклянной пластинки и выпуклой линзы с большим радиусом кривизны  $R$  (рис. 3.6, б). Роль тонкой пленки, от поверхностей которой отражаются когерентные волны, играет воздушный зазор между стеклянной пластинкой и линзой (отражения от других поверхностей не оказывают влияния при условии большой толщины пластины и линзы). При нормальном падении света полосы равной толщины имеют вид концентрических окружностей. Разность хода интерферирующих лучей в этом случае будет

$$\Delta s = 2x + \frac{\lambda}{2}, \quad (3.10)$$

где  $x$  – толщина воздушного слоя, а сдвиг на половину длины волны происходит за счет разных условий при отражении от верхней и нижней границ воздушной прослойки. В точках, для которых разность хода лучей будет кратна длине волны  $\Delta s = k\lambda$ , будут наблюдаться светлые кольца, а в точках, для которых  $\Delta s = (k + \frac{1}{2})\lambda$ , – темные. При этом в центре будет наблюдаться темное пятно ( $k = 0$ ). Условие образования  $k$ -го темного кольца при этом будет  $\Delta s = 2x + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda$ . Из простых геометрических соображений можно получить (рис. 3.6, б) общую формулу для радиусов колец Ньютона:

$$r = \sqrt{R\lambda(m-1)/2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (3.10')$$

где четным  $m$  соответствуют радиусы светлых колец, а нечетным – темных.

### 3.3. Дифракция света на круглом отверстии.

#### Зоны Френеля

Френель показал, что в некоторых случаях для оптической волны амплитуда результирующего колебания может быть оценена простым геометрическим суммированием волн, пришедших от определенных участков волнового фронта. Суть метода пояснена на рис. 3.7, а. Для определения суммарной интенсивности в точке  $P$  от источника  $O$  сферический волновой фронт в области препятствия (например, экран с круглым отверстием) разбивается на кольцевые зоны так, что расстояние от края следующей зоны до точки  $P$  отличается на половину длины волны  $-\lambda/2$ . В результате колебания, приходящие в точку  $P$  от соседних зон, будут находиться в противофазе.

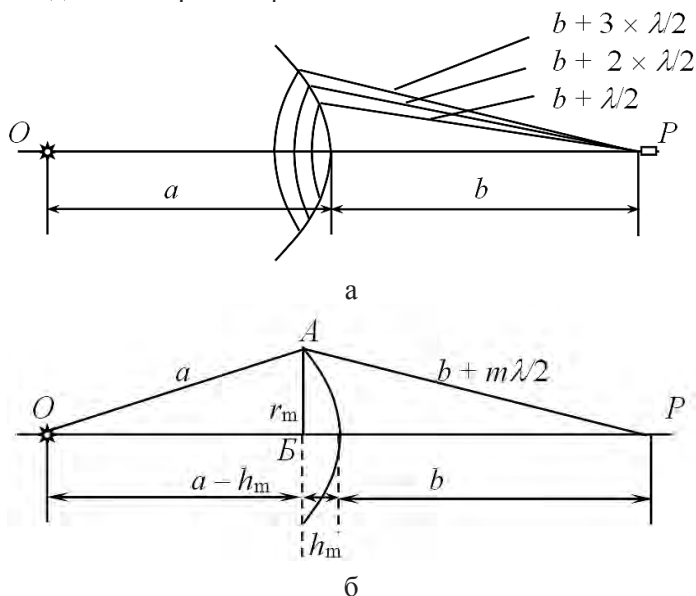


Рис. 3.7. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Результирующее значение амплитуды будет определяться соотношением площадей открытых четных и нечетных зон Френеля. Так, если в диаметре отверстия укладывается две (или другое четное число) зоны Френеля, в точке  $P$  световые волны будут



гасить друг друга и будет наблюдаться темное пятно. Если число зон нечетное, то световые волны от последней открытой зоны гаситься не будут и будет наблюдаться светлое пятно.

При смещении от точки  $P$  в сторону для случая, приведенного на рис. 3.8, а (открыто 3 зоны), сначала будет открываться четвертая зона (рис. 3.8, б) и интенсивность света будет уменьшаться. Затем (рис. 3.8, в) открываться начнет зона пятая и интенсивность возрастет. В результате на экране будет наблюдаться система светлых и темных колец со светлым пятном по центру (рис. 3.8, г). В случае четного числа зон Френеля, укладывающихся в диаметре отверстия, в центре картины будет наблюдаться темное пятно (рис. 3.8, д).

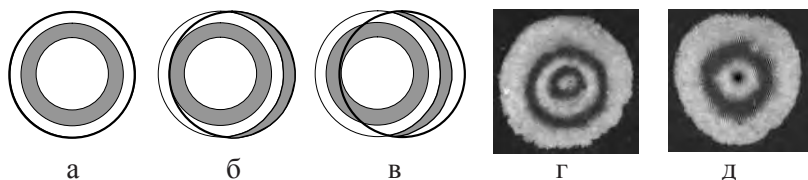


Рис. 3.8. Образование дифракционной картины от круглого отверстия

Радиусы зон Френеля можно определить, пользуясь обозначениями рис. 3.7, б, выражая  $r_m^2$  последовательно из прямоугольных треугольников  $OAB$  и  $PAB$ , сокращая и пренебрегая малым слагаемым  $(m\lambda/2)^2$ :

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + \frac{m\lambda}{2})^2 - (b + h_m)^2 = 2ah_m = bm\lambda + \left(\frac{m\lambda}{2}\right)^2 - 2bh_m,$$

откуда

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(b+a)} \quad \text{и} \quad r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}}. \quad (3.11)$$

Если источник света находится на бесконечности ( $a = \mu$ , плоская волна), то формула (3.11) для радиусов примет вид:

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}. \quad (3.11')$$

### 3.4. Дифракция Фраунгофера от щели

Рассмотрим плоскую световую волну, падающую на длинную щель, за которой расположены цилиндрическая собирающая линза и экран в ее фокальной плоскости, как это изображено на рис. 3.9, а (направление щели и ось линзы перпендикулярны плоскости рисунка).

Вторичные волны, посылаемые отдельными точками в направлении, определяемом углом  $\varphi$ , соберутся в некоторой точке экрана  $P$ . Амплитуды отдельных колебаний равны, а разность фаз  $\Delta$  для двух указанных на рис. 3.9, а точек  $O$  и  $A$  будет определяться отрезком  $AB$ , так как оптические пути  $OP$  и  $BP$  одинаковы.

Рассмотрим направление, для которого, например, разность хода крайних лучей будет кратна длине волны  $\Delta = k\lambda$ . На рис. 3.9, б приведен случай, когда  $k = 2$ . В этом случае действие соседних зон будет компенсировать друг друга, и, следовательно, лучи, идущие в этом направлении, собравшись на экране, дадут темную полосу. Условие для углов, при которых амплитуда на экране обращается в 0, запишется:

$$b \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, 3 \dots). \quad (3.12)$$

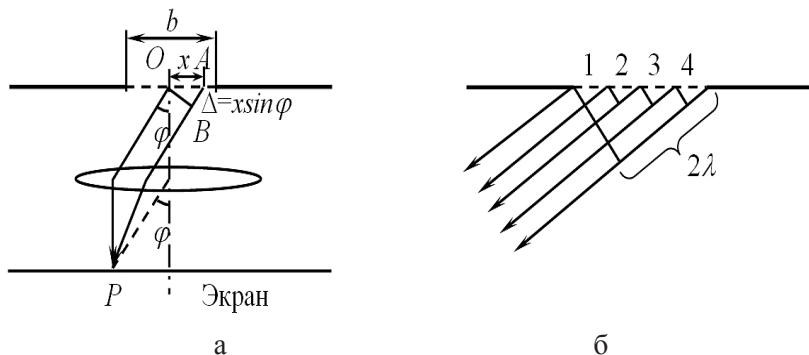


Рис. 3.9. Дифракция Фраунгофера от щели

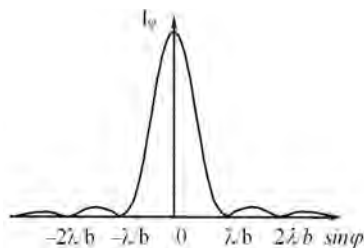


Рис. 3.10. Распределения интенсивности в зависимости от синуса угла наблюдения

Если же разность хода  $\Delta = b \sin\varphi$  лучей от краев щели будет кратна половине длины волны, то действие одной зоны окажется некомпенсированным и в этом направлении будет наблюдаться максимум интенсивности. Условие максимума запишется:

$$b \sin\varphi = (\pm k + 1/2)\lambda, \quad (k = 1, 2, 3). \quad (3.13)$$

Общий вид распределения интенсивности в зависимости от синуса угла наблюдения приведен на рис. 3.10.

### 3.5. Дифракционная решетка

Дифракционная решетка представляет собой совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей (рис. 3.11, а). Расстояние  $d$  между серединами соседних щелей называется периодом решетки. Число щелей на 1 мм решетки может достигать 1000, а общее число – 100000. Широкое применение находят отражательные решетки, которые получают, нанося на отполированную поверхность металла параллельные штрихи тонким алмазным резцом (рис. 3.11, б).

Расположим параллельно решетке собирающую линзу, в фокальной плоскости которой поставим экран. Выясним характер дифракционной картины, получающейся на экране при падении нормально на решетку плоской световой волны. Каждая из щелей даст на экране картину, описываемую кривой, изображенной на рис. 3.10, при этом для направлений, определяемых условием:

$$d \sin\varphi = \pm m\lambda, \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (3.14)$$

колебания от отдельных щелей будут взаимно усиливать друг друга, вследствие чего амплитуда колебаний в соответствующих точках экрана будет иметь максимумы. Формула (3.14) называется формулой дифракционной решетки и определяет направления на главные максимумы интенсивности для соответствующих длин волн. Положение главного максимума нулевого порядка ( $m = 0$ ) для всех длин волн совпадает.

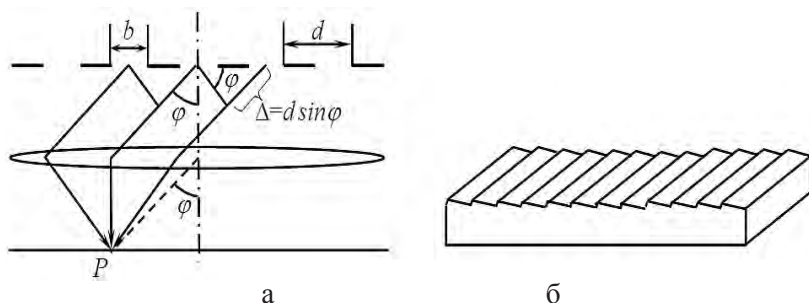


Рис. 3.11. Дифракционная решетка

Примерный вид дифракционной картины приведен на рис. 3.12. В соответствии с (3.14) при уменьшении периода решетки  $d$  синусы углов на соседние максимумы будет увеличиваться, а направления для максимумов более длинных волн (красных) при данном периоде решетки будут дальше от направления падения света.

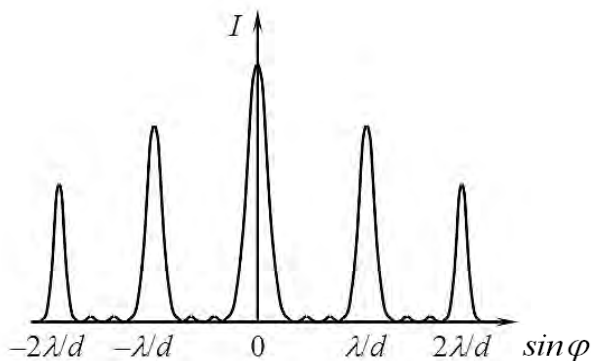


Рис. 3.12. Дифракционная картина

### 3.6. Дисперсия света. Поглощение света

Из теории Максвелла следует, что в вакууме все электромагнитные волны независимо от их частоты (длины волны) распространяются с одной и той же скоростью  $c$ , что подтверждает опыт. Однако оказывается, что показатель преломления ( $n = c/c_{\text{сред}}$ ) вещества (среды) зависит от частоты колебаний световой волны и тем самым от длины волны. Но если показатель преломления зависит от частоты, то и скорость распространения света в веществе также зависит от частоты. Зависимость скорости волны от ее частоты (или длины волны) называют *дисперсией*. Результатом дисперсии является спектральное разложение белого света при его преломлении в призме (рис. 3.13). Рассмотрим белый свет, падающий из вакуума (воздуха) на одну из граней призмы, изготовленной из стекла флинт, под углом  $i_{\text{пад}} = 60^\circ$ . Показатели преломления для разных длин волн и разных стекол даны в таблице.

Таблица

Цвет	Длина волны, нм	Показатель преломления, $n$	
		флинт	крон
Красный	670	1,643	1,514
Зеленый	540	1,657	1,520
Фиолетовый	400	1,685	1,532

Углы преломления в соответствии с законом Снеллиуса (2.2) составляют для этих цветов  $r_{\text{кр}} = 31^\circ 48'$ ,  $r_{\text{зел}} = 31^\circ 28'$  и  $r_{\text{ф}} = 30^\circ 55'$ . После преломления на второй грани лучи выйдут из призмы под соответствующими углами  $r'$ :  $r'_{\text{кр}} = 50^\circ 28'$ ,  $r'_{\text{зел}} = 52^\circ 18'$ ,  $r'_{\text{ф}} = 55^\circ$  (рис. 3.13).

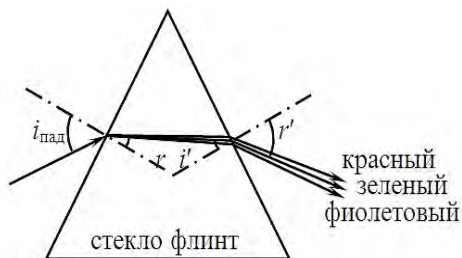


Рис. 3.13. Дисперсия света в призме

Данное явление разложения белого света в спектр за счет дисперсии используют в призматических спектро스코пах.

Зависимость показателя преломления  $n$  от частоты колебаний электромагнитной волны (дисперсионная кривая), показана на рис. 3.14 сплошной линией. Наиболее резкие изменения показателя преломления происходят вблизи резонансных частот, т. е. в тех случаях, когда частота электромагнитной волны совпадает с одной из собственных частот колебаний электронного облака атома. Вдали от резонансных частот показатель преломления возрастает с ростом частоты электромагнитной волны (нормальная дисперсия), вблизи же резонансной частоты наблюдается резкий спад показателя преломления с ростом частоты (аномальная дисперсия).

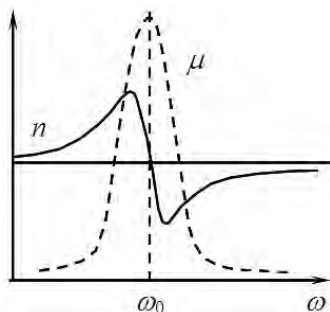


Рис. 3.14. Дисперсионная кривая

Для объяснения явления дисперсии пользуются электронными представлениями строения вещества. Под действием электромагнитной волны электронное облако атома (или молекулы) совершает вынужденные колебания, следовательно, атом превращается в миниатюрный электрический диполь. Электрический момент этого атомарного диполя совершает вынужденные колебания с частотой, равной частоте колебаний напряженности поля, и с амплитудой, зависящей от соотношения между частотой колебаний электромагнитного поля и собственной частотой электронного облака. Но при разных амплитудах электрический момент атомарного диполя различен. В результате разным частотам колебаний напряженности поля соответствуют разные значения показателя преломления, что и приводит к дисперсии.

Как уже отмечалось, электромагнитные волны (в том числе, и свет), проходя через вещество, вызывают вынужденные колебания электронного облака атомов или молекул. Тем самым вещество *поглощает* часть энергии волны, и интенсивность последней по мере проникновения вглубь вещества уменьшается. *Поглощение* света – это затухание колебаний световой волны, обусловленное ее взаимодействием с веществом.

Очевидно, что степень поглощения света зависит от толщины  $d$  слоя вещества. Если обозначить  $I_0$  интенсивность световой волны до попадания в вещество, а  $I$  – ее интенсивность после прохождения слоя вещества толщиной  $d$ , то справедлива следующая закономерность, называемая *законом Бугера*:

$$I = I_0 \exp(-\mu d), \quad (3.15)$$

где  $\mu$  – коэффициент поглощения.

Коэффициент поглощения  $\mu$  зависит от частоты волны; иными словами, наряду с дисперсией коэффициента преломления, имеется дисперсия коэффициента поглощения. На рис. 3.14 пунктирной кривой показана зависимость коэффициента поглощения  $\mu$  от частоты  $\omega$ . Как видно, максимально вещество поглощает свет вблизи собственной частоты  $\omega_0$ . Данное явление есть следствие общего свойства вынужденных колебаний: система поглощает наибольшую мощность при резонансе.

У атомов и молекул имеется не одна собственная частота, а набор собственных частот, вблизи каждой из которых коэффициент поглощения резко возрастает. В твердых телах или растворах из-за сильного взаимодействия между атомами или молекулами области поглощения уширяются и превращаются в полосы поглощения, между ними лежит область частот, которые поглощаются слабо. На этом основано действие светофильтров, которые представляют собой пластины из стекла с присадками тех или иных солей, пленки из пластмасс, содержащие некоторые органические красители или растворы красителей в воде, спирте и других растворителях. В зависимости от химического состава светофильтр пропускает только определенную область частот, поглощая остальные.

Избирательным поглощением света объясняется цвет тела. Если тело почти полностью отражает в одинаковой мере все падающие на него лучи, то при освещении его белым светом оно видно как белое. Освещенное светом одного цвета (монокроматическим светом), такое тело отражает его и кажется окрашенным в тот же цвет. Точно так же ведет себя *серое* тело – оно лишь поглощает часть света на всех участках спектра одинаково. *Черным* называют тело, которое практически полностью поглощает все световые волны видимого участка спектра.

Если тело избирательно поглощает некоторые участки спектра, то в отраженном свете оно кажется цветным. Пусть, например, тело сильно поглощает сине-зеленый участок спектра, тогда, если осветить его белым светом, оно отразит красно-оранжевый участок спектра, и мы увидим тело красным. Нетрудно сообразить, что если это тело осветить синим светом (или зеленым), то оно будет выглядеть как черное. Опыт подтверждает этот результат.

### 3.7. Поляризация света

#### 3.7.1. Закон Малюса

В начале первой главы говорилось, что в естественном свете колебания вектора  $\mathbf{E}$  происходит хаотично в произвольных направлениях. Если каким либо способом упорядочить эти колебания, то получится свет *поляризованный*. В зависимости от того как упорядочены эти колебания, можно выделить свет поляризованный линейно (плоско), поляризованный по кругу и по эллипсу. В первом случае, который мы будем рассматривать более подробно, колебания вектора  $\mathbf{E}$  происходят в одной плоскости. Во втором и третьем случаях конец вектора  $\mathbf{E}$  движется по кругу и эллипсу соответственно.

Для плоско поляризованного света плоскость, в которой происходят колебания вектора  $\mathbf{E}$ , называется плоскостью колебаний, а перпендикулярная ей плоскость – плоскостью поляризации.

Устройства, с помощью которых можно получить плоско поляризованный свет, называются поляризаторами. Эти устройства пропускают свет с колебаниями в одной плоскости, которую называют плоскостью поляризатора.



Рассмотрим плоско поляризованный свет, прошедший через поляризатор  $\Pi 1$  и падающий на поляризатор  $\Pi 2$ , плоскость пропускания которого расположена под углом  $\varphi$  к плоскости колебаний, рис. 3.15, а.

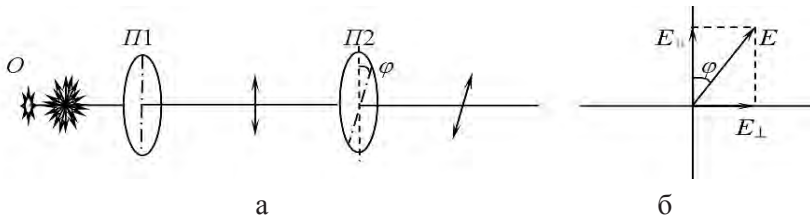


Рис. 3.15. К выводу закона Малюса

Если амплитуду колебаний  $E$  разложить на две составляющие: параллельную ( $E_{\parallel}$ ) и перпендикулярную ( $E_{\perp}$ ) плоскости поляризатора, то, вероятно, через поляризатор пройдет компонента  $E_{\parallel}$ , рис. 1, б. Поскольку  $E_{\parallel} = E \cos \varphi$ , для интенсивности прошедшего света будем иметь ( $I \sim E^2$ ):

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (3.16)$$

Соотношение (3.16) носит название закона *Малюса*.

Поляризатор может быть не идеальным, тогда свет, прошедший через него, будет поляризован *частично*. Для частично поляризованного света можно ввести понятие степени поляризации  $P$ :

$$P = (I_{\text{макс}} - I_{\text{мин}}) / (I_{\text{макс}} + I_{\text{мин}}), \quad (3.17)$$

где  $I_{\text{макс}}$  – максимальное значение интенсивности света, пропущенного через идеальный поляризатор, а  $I_{\text{мин}}$  – соответственно его минимальное значение при перпендикулярном положении плоскости поляризатора. Для поляризованного света  $I_{\text{мин}} = 0$  и  $P = 1$ .

Если на поляризатор падает естественный свет, плоскости колебания в котором имеют хаотическое распределение, то интенсивность поляризованного света, прошедшего через поляризатор, будет равна  $I_{\text{ест}}/2$ , поскольку среднее значение  $\cos^2 \varphi$  за период равно  $1/2$ . Если на пути этого света поставить второй поляризатор, то в соответствии с (3.16) интенсивность света будет

меняться от  $I_{\text{ест}}/2$  до 0. В последнем случае говорят, что поляризаторы *скрещены*, то есть плоскости их пропускания перпендикулярны.

### 3.7.2. Методы получения поляризованного света

*Поляризация при отражении от диэлектрика.* Если на диэлектрик под некоторым углом падает естественный свет, то отраженный свет оказывается частично поляризованным, рис. 3.16, а. При падении света под некоторым углом, удовлетворяющем условию

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{бр}} = n_2/n_1, \quad (3.18)$$

отраженный свет оказывается полностью поляризованным. Угол  $\theta_{\text{бр}}$  называется *углом Брюстера*, а соотношение (3.18) – *законом Брюстера*. При выполнении условия (3.18) отраженный и преломленный лучи оказываются перпендикулярны друг другу, рис 3.16, б.

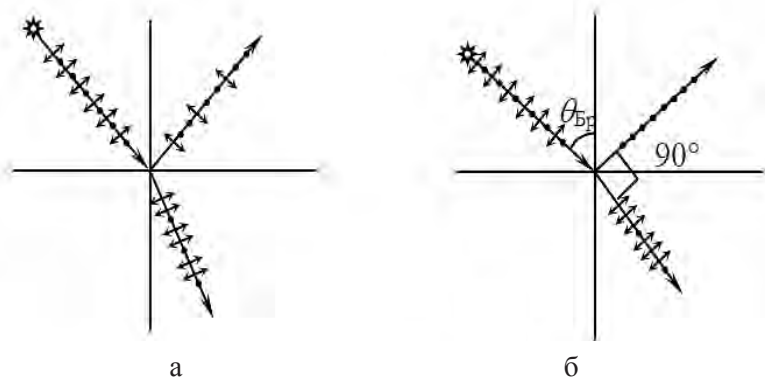


Рис. 3.16. Поляризация при отражении от диэлектрика

Очевидно, что преломленный свет будет тоже поляризован, правда частично. Для повышения степени поляризации прошедшего света его можно заставить проходить через ряд расположенных параллельно друг другу стеклянных пластин. Такое устройство называется *стопой Столетова* и является достаточно простым поляризатором.

*Поляризация при двойном лучепреломлении.* При прохождении света через большинство кристаллов наблюдается явление двойного лучепреломления. Явление заключается в том, что при падении на грань такого кристалла луч разделяется на два, распространяющиеся в разных направлениях и с разными скоростями. В простейшем случае *одноосных* кристаллов один луч подчиняется обычным законам. Он называется обыкновенным и обозначается буквой *o*. Второй луч – необыкновенный (обозначается *e*) – даже при нормальном падении отклоняется от нормали. У *двуосных* кристаллов оба луча являются необыкновенными. Опыты показали, что оба луча – обыкновенный и необыкновенный – полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 3.17, а). Явление двойного лучепреломления объясняется анизотропией кристаллов (различием свойств в разных направлениях). Так, для обыкновенного луча скорость распространения одинакова во всех направлениях, а для необыкновенного она больше в направлении оси кристалла (рис. 3.17, б).

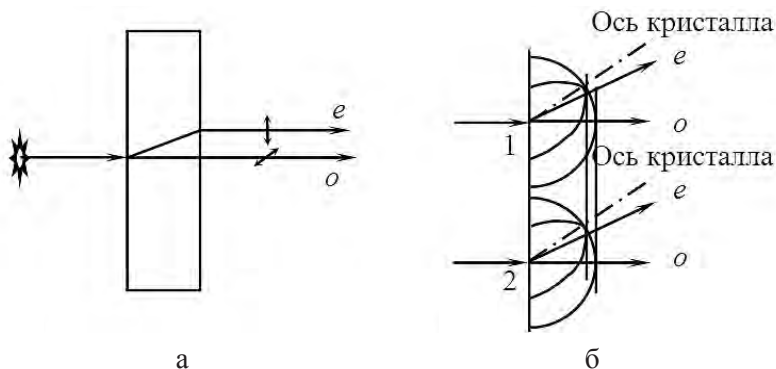


Рис. 3.17. Двойное лучепреломление в кристалле

Ход обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле можно пояснить с помощью принципа Гюйгенса. На рис. 3.17, б построены волновые поверхности обыкновенного и необыкновенного лучей с центрами в точках 1 и 2, лежащих на поверхности кристалла при нормальном падении. Для обыкновенного луча они представляют собой концентрические окружности с центра-

ми в соответствующих точках, а для необыкновенного – овалы, вытянутые вдоль оси кристалла. Направление лучей  $o$  и  $e$  соответствует осям, проведенным из точек 1 и 2 в направлении точек касания соответствующих волновых фронтов и их огибающих. Из рис. 3.17, б следует, что направление обыкновенного луча  $o$  совпадает с нормалью к соответствующей волновой поверхности. Необыкновенный же луч  $e$  заметно отклоняется от нормали к волновой поверхности в сторону акустической оси.

**Поляроиды.** Некоторые из таких кристаллов обладают свойством – *дихроизмом* (поглощение одного из лучей). Так, в кристаллах турмалина обыкновенный луч поглощается при толщине кристалла 1 мм. В кристаллах сульфата йодистого хинина луч поглощается уже на расстоянии 0,1 мм. Это свойство используется для изготовления устройства, называемого *поляроидом*. Поляроид представляет собой две стеклянные пластины, между которыми находится целлулоидная пленка, в которую введено большое количество одинаково ориентированных кристалликов сульфата йодистого хинина.

**Призма Николя (Николь).** Пользуясь явлением двойного лучепреломления и явлением полного внутреннего отражения, можно построить еще одно устройство, называемое призмой Николя или просто Николем. Устройство состоит из двух призм, вырезанных из исландского шпата и склеенных канадским бальзамом, рис. 3.18. Исландский шпат обладает явлением двойного лучепреломления, а показатель преломления канадского бальзама удовлетворяет условию  $n_e < n_o < n_o$ . Таким образом, угол падения обыкновенного луча на границу раздела можно сделать такой, что обыкновенный луч будет испытывать полное внутреннее отражение.

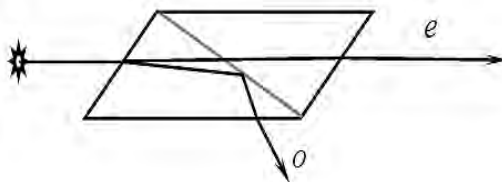


Рис. 3.18. Призма Николя

*Поляризация при рассеянии света.* Частичная поляризация света происходит при рассеянии света на неоднородностях среды в направлении, перпендикулярном направлению распространения.

*Искусственное двойное лучепреломление.* В прозрачных аморфных телах, а также в кристаллах кубической системы, не обладающих естественной анизотропией, может возникать двойное лучепреломление под влиянием внешних воздействий. В частности, это происходит при механических деформациях тел. Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей. Опыт дает, что эта разность пропорциональна напряжению  $\sigma = F/s$  в данной точке тела (т. е. силе, приходящейся на единицу площади).

Если поместить стеклянную пластинку между скрещенными поляризаторами, то, пока стекло не деформировано, такая система света не пропускает. Если же пластинку подвергнуть сжатию, свет через систему начинает проходить, причем наблюдаемая в прошедших лучах картина оказывается испещренной цветными полосами. Каждая такая полоса соответствует одинаково деформированным местам пластинки. Следовательно, по расположению полос можно судить о распределении напряжений внутри пластинки. На этом основывается оптический метод исследования напряжений. Изготовленная из прозрачного изотропного материала (например, из плексигласа) модель какой-либо детали или конструкции помещается между скрещенными поляризаторами. Модель подвергается действию нагрузок, подобных тем, какие будет испытывать само изделие. Наблюдаемая при этом в проходящем белом свете картина позволяет определить распределение напряжений, а также судить об их величине.

Двойное лучепреломление в жидкостях и в твердых телах может возникать под воздействием приложенного внешнего электрического поля (эффект Керра). Эффект Керра объясняется различной поляризуемостью молекул по разным направлениям. В отсутствие поля молекулы ориентированы хаотическим образом, поэтому жидкость в целом не обнаруживает анизотропии. Под действием поля молекулы поворачиваются так, чтобы в на-

правления поля были ориентированы либо их дипольные электрические моменты (у полярных молекул), либо направления наибольшей поляризуемости (у неполярных молекул). В результате жидкость становится оптически анизотропной

### 3.7.3. Явление вращения плоскости поляризации

*Естественное вращение. Оптически активные среды.* Некоторые вещества, называемые оптически активными, обладают способностью вызывать вращение плоскости поляризации проходящего через них плоско-поляризованного света. К числу таких веществ принадлежат кристаллические тела (например, кварц, киноварь), чистые жидкости (скипидар, никотин) и растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (водные растворы сахара, винной кислоты и др.).

Кристаллические вещества сильнее всего вращают плоскость поляризации в случае, когда свет распространяется вдоль оптической оси кристалла. Угол поворота  $\varphi$  пропорционален пути  $l$ , пройденному лучом в кристалле:

$$\varphi = \alpha l. \quad (3.19)$$

Коэффициент  $\alpha$  называют постоянной вращения. Эта постоянная зависит от длины волны (дисперсия вращательной способности).

В растворах угол поворота плоскости поляризации пропорционален пути света в растворе  $l$  и концентрации активного вещества  $C$ :

$$\varphi = [a] Cl. \quad (3.20)$$

Здесь  $[a]$  – величина, называемая удельной постоянной вращения.

В зависимости от направления вращения плоскости поляризации оптически активные вещества подразделяются на право- и левовращающие. Направление вращения (относительно луча) не зависит от направления луча. Поэтому если луч, прошедший через оптически активный кристалл вдоль оптической оси, отразить зеркалом и заставить пройти через кристалл еще раз в обратном направлении, то восстанавливается первоначальное положение плоскости поляризации.

Все оптически активные вещества существуют в двух разновидностях: правовращающей и левовращающей. Существуют право- и левовращающий кварц, право- и левовращающий сахар и т. д. Молекулы или кристаллы одной разновидности являются зеркальным отражением молекул или кристаллов другой разновидности (рис. 3.19).

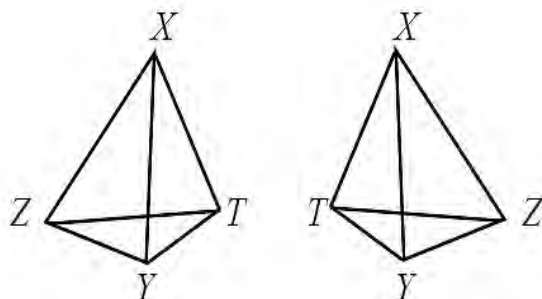


Рис. 3.19. Симметрия оптически активных веществ

Если между двумя скрещенными поляризаторами поместить оптически активное вещество (кристалл кварца, прозрачную кювету с раствором сахара и т. п.), то поле зрения просветляется. Чтобы снова получить темноту, нужно повернуть один из поляризаторов на угол  $\varphi$ , определяемый выражением (3.19) или (3.20). В случае раствора, зная удельную постоянную вращения  $[a]$  данного вещества и длину  $l$ , можно, измерив угол поворота  $\varphi$ , определить по формуле (3.20) концентрацию раствора  $C$ . Такой способ определения концентрации применяется в производстве различных веществ, в частности в сахароварении, соответствующий прибор называется сахариметром (рис. 3.20).



Рис. 3.20. Устройство сахариметра

*Магнитное вращение плоскости поляризации (эффект Фарадея).* Оптически неактивные вещества приобретают способность вращать плоскость поляризации под действием магнитного поля. Это явление было обнаружено Фарадеем и поэтому называется иногда *эффектом Фарадея*. Оно наблюдается только при распространении света вдоль направления намагниченности. Поэтому для наблюдения эффекта Фарадея в полюсных наконечниках электромагнита просверливают отверстия, через которые пропускается световой луч. Исследуемое вещество помещается между полюсами электромагнита, или кювету с исследуемым веществом помещают в соленоид. Угол поворота плоскости поляризации  $\varphi$  пропорционален пути  $l$ , проходимому светом в веществе, и намагниченности вещества. Намагниченность, в свою очередь, пропорциональна напряженности магнитного поля  $H$ . Поэтому можно написать:

$$\varphi = V l H. \quad (3.21)$$

Коэффициент  $V$  называется постоянной Верде, или удельным магнитным вращением. Постоянная  $V$ , как и постоянная вращения  $\alpha$ , зависит от длины волны. Направление вращения определяется направлением магнитного поля. От направления луча знак вращения не зависит. Поэтому, если, отразив луч зеркалом, заставить его пройти через намагниченное вещество еще раз в обратном направлении, поворот плоскости поляризации удвоится.

Магнитное вращение плоскости поляризации обусловлено возникающей под действием магнитного поля прецессией электронных орбит. Оптически активные вещества под действием магнитного поля приобретают дополнительную способность вращать плоскость поляризации, которая складывается с их естественной способностью.



## Глава 4. Квантовая оптика

### 4.1. Тепловое излучение

Как уже отмечалось, излучение телами электромагнитных волн (в частности, света) может осуществляться за счет различных видов энергии. Наиболее универсальным является тепловое излучение, которое происходит при любой температуре за счет внутренней энергии тел. Тепловое излучение является равновесным, т. е., если тело при некоторой температуре поместить в идеально отражающую оболочку (рис. 4.1), количество излученной им энергии будет равно количеству энергии поглощенной.

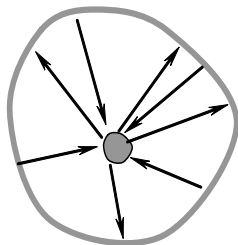


Рис. 4.1. Тепловое равновесие

Интенсивность теплового излучения принято характеризовать **энергетической светимостью**  $R$  – величиной потока энергии (в ваттах), испускаемой единицей поверхности во всех направлениях. Эта величина является функцией температуры и, кроме того, зависит от частоты  $\omega$ . Для интенсивности теплового излучения в диапазоне частот  $d\omega$  можно записать

$$dR_{\omega} = r_{\omega} d\omega. \quad (4.1)$$

Величина  $r_{\omega}$  в (4.1) называется **испускательной способностью** тела и также является функцией частоты и температуры. Зная испускательную способность  $r_{\omega}$ , можно вычислить энергетическую светимость:

$$R = \int_0^{\infty} dR_{\omega T} = \int_0^{\infty} r_{\omega T} d\omega. \quad (4.2)$$

Излучение можно характеризовать вместо частоты  $\omega$  длиной волны  $\lambda$ . Участку спектра  $d\omega$  будет соответствовать интервал длин волн  $d\lambda$ . Определяющие один и тот же участок величины  $d\omega$  и  $d\lambda$  связаны простым соотношением, вытекающим из формулы:  $\lambda = c/\nu = 2\pi c/\omega$  (частота  $\nu$  и угловая частота  $\omega$  связаны соотношением  $\omega = 2\pi\nu$ ). Дифференцирование этой формулы дает:

$$d\lambda = \frac{-2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega. \quad (4.3)$$

Знак минус в этом выражении указывает на то, что с возрастанием одной из величин другая убывает, поэтому в дальнейшем мы его не будем писать.

Доля энергетической светимости, приходящаяся на интервал  $d\lambda$ , может быть по аналогии с (4.1) представлена в виде:

$$dR_\lambda = r_\lambda d\lambda. \quad (4.4)$$

Если интервалы  $d\omega$  и  $d\lambda$ , входящие в выражения (4.1) и (4.4), связаны соотношением (4.3), т. е. относятся к одному и тому же участку спектра, то величины  $dR_\omega$  и  $dR_\lambda$  будут совпадать:  $r_\omega d\omega = r_\lambda d\lambda$ . Заменив в правой части  $d\lambda$  с соответствием с (4.3), получим:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega, \quad (4.5)$$

откуда

$$r_\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c}. \quad (4.5')$$

При попадании на элементарную площадку тела определенного потока энергии  $d\Phi_\omega$ , обусловленного электромагнитными волнами в интервале частот  $d\omega$ , часть его  $d\Phi'_\omega$  будет поглощена. Величина

$$\alpha_{T,\omega} = d\Phi'_\omega / d\Phi_\omega \quad (4.6)$$

называется **поглощательной способностью** тела,  $\alpha_{T,\omega} = \alpha(T, \omega)$ . Очевидно, что  $\alpha(T, \omega)$  не может быть больше 1. Для тела, полностью поглощающего падающее на него излучение,  $\alpha_q = 1$ , и такое тело называют **абсолютно черным** или **черным**. Тела с  $\alpha_{T,\omega} = \alpha(T) = \text{const} < 1$  называют **серыми**.

Очевидно, что между испускательной  $r_{\lambda T}$  и поглощательной  $\alpha_{\lambda T}$  способностями любого типа имеется определённая связь. Действительно, пусть имеется замкнутая оболочка при температуре  $T$  и внутри нее тела обмениваются энергией между собой и оболочкой путём излучения и поглощения. Через некоторое время наступит тепловое равновесие. В таком состоянии тело с большей  $r_{\lambda}$  теряет в единицу времени с единицы поверхности больше энергии, чем тело, обладающее меньшей  $r_{\lambda}$ . Т. к.  $T = \text{const}$ , то и поглощательная способность его должна быть больше, т. е. должно выполняться условие:  $(r_{\omega, T}/\alpha_{\omega, T})_1 = (r_{\omega, T}/\alpha_{\omega, T})_2 = (r_{\omega, T}/\alpha_{\omega, T})_3 = \dots$ , где индексы соответствуют разным телам.

Кирхгоф установил, что для любых тел справедливо соотношение:

$$r_{\omega, T}/\alpha_{\omega, T} = f(\omega, T) = r_{\text{ч}}. \quad (4.7)$$

Или *отношение испускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тел и является универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры*. Но поскольку для абсолютно черного тела  $\alpha_{\text{ч}} = 1$ , то эта функция равна его *испускательной способности*  $r_{\text{ч}}$  и характеризует полную плотность излученной энергии при тепловом равновесии. Абсолютно черных тел в природе не существует. Хорошей моделью черного тела является замкнутая полость, имеющая маленькое отверстие ( $s_{\text{отв}} \ll S_{\text{полост}}$ ), рис. 4.2.

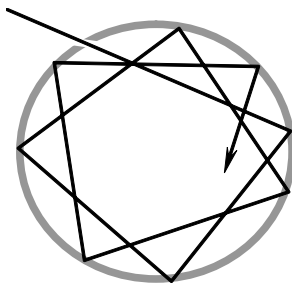


Рис. 4.2. Модель абсолютно черного тела

Излучение, проникшее внутрь полости через отверстие, прежде чем выйти назад, претерпевает многократные отражения от

стенок. При каждом отражении часть энергии передается стенке, в результате чего практически вся энергия передается стенке. Согласно закону Кирхгофа, испускательная способность такого тела близка к  $f(\omega, T)$  при температуре стенок полости  $T$ .

Результаты экспериментов, полученные с такой моделью, приведены на рис. 4.3. Разные кривые относятся к различным значениям температуры  $T$  абсолютно черного тела. Площадь, охватываемая кривой, дает энергетическую светимость абсолютно черного тела при соответствующей температуре. Кривые спектрального распределения излучения абсолютно черного тела для более низких температур целиком лежат внутри кривых, соответствующих более высоким температурам. Из рисунка видно, что энергетическая светимость сильно возрастает с температурой, а максимум испускательной способности сдвигается в сторону более коротких волн.

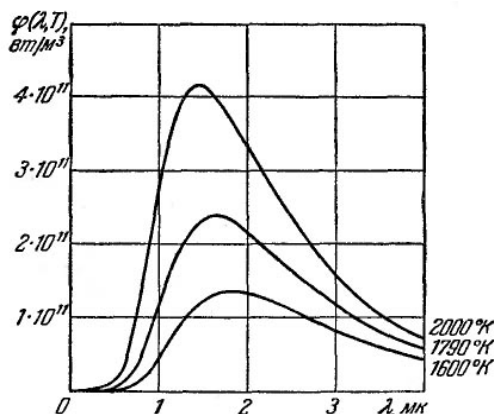


Рис. 4.3. Излучательная способность черного тела

На рис. 4.3 приведена не кривая  $f(\omega, T)$ , а кривая  $\varphi(\lambda, T)$ , поскольку в экспериментальных работах удобнее измерять (изменять) длину волны, а не частоту. Обе функции связаны друг с другом формулой, аналогичной (4.5, 4.5'):

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi(\lambda, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \varphi(\lambda, T). \quad (4.8)$$

Согласно (4.8), для того чтобы по известной функции  $f(\omega, T)$  найти функцию  $\varphi(\lambda, T)$ , нужно заменить в функции  $f(\omega, T)$  частоту  $\omega$  на  $(2\pi c/\lambda)$  и полученное выражение умножить на  $(2\pi c/\lambda^2)$ :

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda}, T\right) \text{ и обратно: } f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi\left(\frac{2\pi c}{\omega}, T\right). \quad (4.9)$$

#### 4.2. Формулы Рэлея – Джинса и Планка

Рэлей и Джинс сделали попытку определить функцию  $f(\omega, T)$ , исходя из теоремы классической статистики о равнораспределении энергии по степеням свободы. Они предположили, что на каждое электромагнитное колебание приходится в среднем энергия, равная двум половникам  $kT$ : одна половинка на электрическую, вторая – на магнитную энергию волны

Рассмотрим излучение, находящееся в равновесии с веществом. Для этого представим себе эвакуированную полость, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре  $T$ . В равновесном состоянии энергия излучения будет распределена в объеме полости с определенной плотностью  $u = u(T)$ . Спектральное распределение этой энергии можно охарактеризовать функцией  $u(\omega, T)$ , определяемой условием:  $du_\omega = u(\omega, T)d\omega$ , где  $du_\omega$  – доля плотности энергии, приходящаяся на интервал частот  $d\omega$ . Полная плотность энергии может быть представлена в виде:

$$u(T) = \int_0^{\infty} u(\omega, T) d\omega. \quad (4.10)$$

Равновесная плотность энергии излучения  $u(T)$  зависит только от температуры и не зависит от свойств стенок полости. Это следует из термодинамических соображений.

Равновесная плотность излучения  $u$  связана с энергетической светимостью абсолютно черного тела  $R$  соотношением

$$R = cu/4 \text{ или } f(\omega, T) = cu(\omega, T)/4. \quad (4.11)$$

График, построенный в соответствии с формулой

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^3} kT \text{ или } f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2} kT, \quad (4.12)$$

полученной Рэлеем и Джинсом, приведен на рис. 4.4 (пунктирная линия).

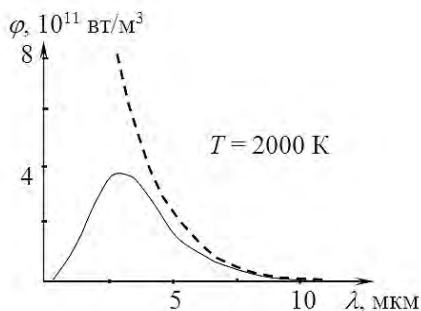


Рис. 4.4. Равновесная плотность излучения

Однако формула **Рэля – Джинса** удовлетворительно согласуется с экспериментом (сплошная кривая на рис. 4.4) только при больших длинах волн и резко расходится с экспериментом для малых длин волн. Интегрирование (4.12) по всем длинам волн дает для равновесной плотности излучения бесконечно большое значение. Этот результат, получивший название **ультрафиолетовой катастрофы**, противоречит опыту.

Вывод формулы Рэля – Джинса с классической точки зрения является безупречным. Поэтому расхождение этой формулы с опытом указывало на существование каких-то закономерностей, не совместимых с представлениями классической статистической физики и электродинамики.

Формулу, соответствующую опытным данным,

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar \omega}{kT}\right) - 1} = \frac{h \omega^3}{2\pi c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{2\pi \hbar \omega}{kT}} - 1} \quad (4.13)$$

получил Планк, но для этого он отказался от классических представлений и предположил, что электромагнитное излучение происходит в виде отдельных порций (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения:

$$\varepsilon = \hbar \omega. \quad (4.14)$$

Коэффициент пропорциональности в формуле (14)  $\hbar = h/2\pi$ ,  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж с, где  $h$  носит название постоянной Планка.

Формула Планка (4.13) успешно объяснила полученный ранее из термодинамических соображений закон **Стефана – Больцмана**, который установил связь между энергетической светимостью абсолютно черного тела  $R_{\text{ч}}$  и его температурой:

$$R_{\text{ч}} = \sigma T^4, \quad (4.15)$$

где  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана, равная  $5,7 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup> К<sup>4</sup>).

Преобразования в соответствии с (4.9) для  $\varphi(\lambda, T)$  дают:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{4\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{2\pi \hbar c}{kT\lambda}\right) - 1} = \frac{\pi \hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}. \quad (4.16)$$

Из формулы Планка для  $\varphi(\lambda, T)$  после приравнивания к нулю ее производной по температуре следует установленный ранее экспериментально закон **смещения Вина**.

$$T\lambda_{\text{м}} = b, \quad (4.17)$$

где  $\lambda_{\text{м}}$  – длина волны, соответствующая максимуму на кривой (рис. 4.3, 4.4), а  $b$  – постоянная, равная  $2,9 \cdot 10^{-3}$  м К.

Кривые равновесной плотности излучения для разных температур были приведены ранее на рис. 4.3. Как видно из рисунка, площадь под кривой с ростом температуры увеличивается в соответствии с законом (4.15), а максимум смещается в область более коротких волн в соответствии с законом (4.17).

### 4.3. Фотоэффект

Основные особенности явления фотоэффекта были исследованы А. Г. Столетовым. На рис. 4.5 схематически изображена установка для изучения фотоэффекта. Два металлических электрода, к которым может подаваться напряжение различной полярности, разделены вакуумным промежутком. Величину напряжения можно менять потенциометром. Поверхность одного из электродов облучается монохроматическим излучением. В ре-

зультате фотоэффекта с поверхности в вакуумном промежутке появляются свободные электроны, и возникает электрический ток, измеряемый чувствительным амперметром.

С точки зрения классической теории сам факт образования фотоэлектронов выглядит совершенно естественным. Электрическое поле волны раскачивает электроны, находящиеся внутри твердого тела. В результате их кинетическая энергия возрастает. Если кинетическая энергия превысит работу выхода, электрон с некоторой вероятностью может вылететь с поверхности твердого тела.

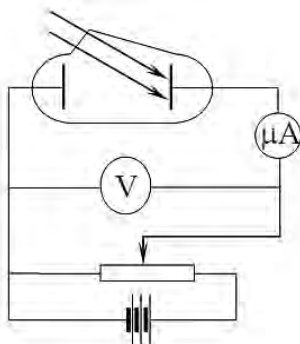


Рис. 4.5. Установка для изучения фотоэффекта

Остановимся на результатах опытов и обсудим, что из них можно, а что нельзя понять в рамках классических представлений. На рис. 4.6 приведена полученная в эксперименте зависимость фототока от интенсивности излучения.

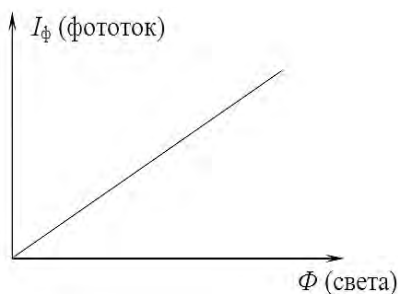


Рис. 4.6. Зависимость фототока от интенсивности излучения



Эта зависимость оказалась прямо пропорциональной, что естественно с классической точки зрения: с увеличением интенсивности излучения растет энергия, поглощаемая электронами в приповерхностном слое металла, а следовательно, увеличивается вероятность их вылета, т. е. величина фототока. Обсудим теперь зависимость фототока (при некоторой постоянной интенсивности) от величины приложенного между электродами напряжения (рис. 4.7). Это напряжение может как ускорять электроны, попавшие в вакуумный промежуток, так и тормозить их, возвращая обратно на электрод, препятствуя их вылету. Если напряжение ускоряет электроны, они приобретают дополнительную скорость, направленную к противоположному электроду. В результате величина фототока в цепи растет, пока не достигнет некоторого максимального значения  $I_{\text{нас}}$ , соответствующего тому, что все электроны, вылетевшие с поверхности, достигли противоположного электрода. Дальнейшее увеличение напряжения уже не приводит к увеличению фототока. В системе наблюдается насыщение. Величина тока насыщения, однако, линейно зависит от интенсивности излучения. Чем больше интенсивность, тем больше электронов покидает поверхность металла, тем больше ток насыщения.

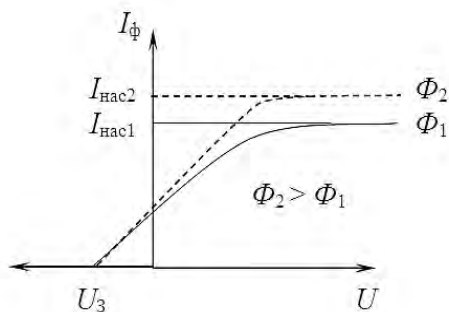


Рис. 4.7. Зависимость фототока от напряжения между электродами

Другая ситуация возникает, когда полярность поданного напряжения изменена и электроны попадают в тормозящее поле, препятствующее их вылету. В этом случае фототок уменьшается и при некотором напряжении обращается в нуль, что соот-

ветствует случаю, когда ни один из электронов не смог достичь поверхности противоположного электрода. Это понятно: существует некоторое значение максимальной кинетической энергии фотоэлектронов. Поэтому фототок должен прекратиться, когда запирающее напряжение  $U$  удовлетворяет условию:  $eU \geq E$ , где  $E$  – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов. Непонятно другое: казалось бы, чем больше интенсивность излучения, тем большую кинетическую энергию могут набирать электроны. Действительно, с увеличением интенсивности воздействующего излучения энергия вылетающих с поверхности электронов должна возрасти, следовательно, величина запирающего напряжения увеличиваться. Эксперимент показывает обратное: запирающее напряжение  $U_3$ , а значит, и максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов не зависят от интенсивности излучения.

Рассмотрим еще зависимость величины запирающего напряжения от частоты излучения (полученную при постоянной интенсивности излучения). Соответствующая зависимость приведена на рис. 4.8. Как видно, с увеличением частоты излучения величина запирающего напряжения линейно растет, что свидетельствует о возрастании с частотой энергии фотоэлектронов. Самое интересное, что существует некоторое минимальное значение частоты излучения  $\omega_{\text{мин}}$  (т. н. красная граница фотоэффекта), при которой может наблюдаться фотоэффект. Для значений частот  $\omega < \omega_{\text{мин}}$  фотоэффект невозможен. С точки зрения классической физики существование красной границы объяснить нельзя.

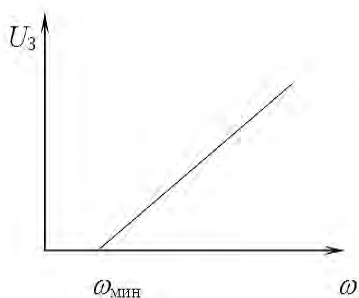


Рис. 4.8. Зависимость величины запирающего напряжения от частоты излучения

Выход из создавшейся ситуации был предложен А. Эйнштейном. Развивая идеи Планка, Эйнштейн высказал предположение, что свет представляет собой поток частиц – квантов света, фотонов, несущих энергию  $\varepsilon = \hbar \omega$ , которая может быть затрачена на удаление электронов из вещества. Предположение о том, что свет распространяется в пространстве и поглощается веществом порциями  $\varepsilon = \hbar \omega$ , позволяет сразу же объяснить независимость запирающего напряжения от интенсивности излучения и существование красной границы фотоэффекта, загадочной с точки зрения классической физики.

Действительно, уравнение Эйнштейна для кинетической энергии электронов, вырываемых из атомов (с поверхности твердого тела) полем электромагнитной волны, имеет вид:

$$\hbar \omega = A + \frac{mV^2}{2}, \quad (4.18)$$

где  $A$  – работа выхода (потенциал ионизации атома для атомного фотоэффекта). В случае  $\hbar \omega < A$  энергии кванта недостаточно для удаления электрона с поверхности и фотоэффект невозможен.

Из (4.18) можно определить запирающее напряжение:  $U_3 = \hbar \omega / e - A / e$ . Измеряя запирающее напряжение при двух длинах волн (при двух частотах), можно рассчитать постоянную планка  $\hbar = e(U_{31} - U_{32}) / (\omega_1 - \omega_2)$ .

Однако оказалось, что при очень высоких интенсивностях излучения (например, сфокусированное лазерное излучение), наряду с процессами поглощения одного кванта света (однофотонный процесс), существенными оказываются также процессы многофотонного поглощения, т. е. процессы, в которых происходит одновременное поглощение сразу нескольких фотонов. Применительно к процессу ионизации это означает исчезновение красной границы фотоэффекта: если энергия кванта недостаточна для вырывания электрона из атома, в сильном поле излучения ионизация может произойти в результате поглощения сразу двух фотонов (двухквантовый фотоэффект), а в общем случае –  $N$  фотонов ( $N$ -квантовый фотоэффект). Потенциалы ионизации большинства атомов составляют 10–15 эВ, энергия квантов излучения

видимого диапазона частот  $\sim 2$  эВ. Поэтому ионизация атомов оптическим излучением возможна лишь в результате многофотонного поглощения. С учетом сказанного уравнение Эйнштейна можно обобщить на случай многоквантового фотоэффекта

$$\frac{mV^2}{2} = N\hbar\omega - A, \quad (4.19)$$

где  $N$  – число поглощенных фотонов.

Экспериментально многоквантовый атомный фотоэффект был обнаружен в 1964 году.

#### 4.4. Тормозное рентгеновское излучение

Квантовая природа электромагнитного излучения проявляется также в свойствах тормозного рентгеновского излучения. Тормозное рентгеновское излучение возникает при бомбардировке быстрыми электронами металлических мишеней. В электронной трубке (рис. 4.9) свободные электроны возникают вследствие термоэлектронной эмиссии с нагреваемого током катода  $K$  (вольфрамовой спирали). Цилиндр  $Ц$  служит для фокусировки электронного пучка. Давление газа в таких трубках составляет  $10^{-5} \dots 10^{-7}$  мм рт. ст. Антикатод трубки  $АК$  служит одновременно и анодом.

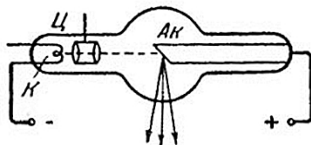


Рис. 4.9. Устройство для наблюдения тормозного излучения

Почти вся энергия электронов выделяется на антикатоде в виде тепла (в излучение превращается лишь 1...3 % энергии). Поэтому в мощных трубках антикатод приходится интенсивно охлаждать. С этой целью в теле антикатада делаются каналы, по которым циркулирует охлаждающая жидкость (вода или масло).

Если между катодом и антикатодом приложено напряжение  $U$ , электроны разгоняются до энергии  $eU$ . Попадая в вещество

антикатада, электроны испытывают сильное торможение и становятся источником электромагнитных волн. Напряжение на рентгеновской трубке может достигать 50 кВ, и скорость электрона при этом составляет 0,4 с. Согласно классической электродинамике, при торможении электрона должны возникать волны всех длин – от нуля до бесконечности. Длина волны, на которую приходится максимум интенсивности излучения, должна уменьшаться по мере увеличения скорости электронов, т. е. напряжения на трубке  $U$ . На рис. 4.10 даны экспериментальные кривые распределения интенсивности тормозного рентгеновского излучения по длинам волн, полученные для разных значений  $U$ . Как видно из рисунка, выводы теории в основном подтверждаются на опыте. Однако имеется одно принципиальное отступление от требований классической электродинамики. Оно заключается в том, что кривые распределения интенсивности не идут к началу координат, а обрываются при конечных значениях длины волны  $\lambda_{\min}$ . Экспериментально установлено, что коротковолновая граница тормозного рентгеновского спектра  $\lambda_{\min}$  связана с ускоряющим напряжением  $U$  соотношением:

$$\lambda_{\min} = 12390/U, \quad (4.20)$$

где  $\lambda_{\min}$  выражена в ангстремах, а  $U$  – в вольтах.

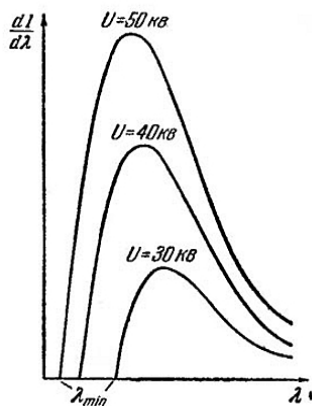


Рис. 4.10. Распределение интенсивности тормозного рентгеновского излучения по длинам волн

Существование коротковолновой границы непосредственно вытекает из квантовой природы излучения. Действительно, если излучение возникает за счет энергии, теряемой электроном при торможении, то величина кванта  $\hbar \omega$  не может превысить энергию электрона  $eU$ :  $\hbar \omega < eU$ .

Отсюда получается, что частота излучения не может превышать значения  $\hbar \omega_{\min} = eU$ , следовательно, длина волны не может быть меньше значения:

$$\lambda_{\min} = 2\pi c / \omega_{\min} = 2\pi \hbar c / eU, \quad (4.21)$$

где учтено, что  $\varepsilon = \hbar \omega = 2\pi \hbar c / \lambda$ .

Таким образом, мы пришли к эмпирическому соотношению (4.20). Найденное из сопоставления (4.20) и (4.21) значение для  $\lambda_{\min}$  хорошо согласуется со значениями, определенными иными способами. Из всех методов определения постоянной Планка  $\hbar$  метод, основанный на измерении коротковолновой границы тормозного рентгеновского спектра, считается самым точным.

Кроме тормозного рентгеновского излучения, связанного с торможением электронов в катode и имеющего широкий непрерывный спектр, есть характеристическое рентгеновское излучение, связанное с переходами электрона между внутренними энергетическими уровнями и являющееся монохроматическим.

#### 4.5. Опыт Боте. Фотоны. Давление света

Для объяснения распределения энергии в спектре равновесного теплового излучения достаточно, как показал Планк, допустить, что свет только испускается порциями  $\hbar \omega$ . Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями. Однако Эйнштейн пошел значительно дальше. Он выдвинул гипотезу, что свет и распространяется в виде дискретных частиц, названных первоначально световыми квантами. Впоследствии эти частицы получили название фотонов.

Гипотеза Эйнштейна была подтверждена рядом опытов. Наиболее непосредственное подтверждение дал опыт Боте. Тонкая металлическая фольга  $\Phi$  (рис. 4.11) помещалась между двумя газоразрядными счетчиками  $Сч$ .

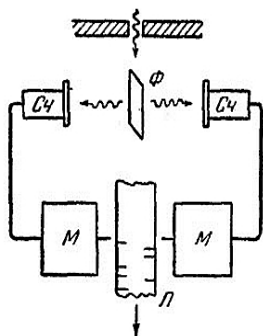


Рис. 4.11. Установка для проведения опытов Боте

Фольга освещалась слабым пучком рентгеновских лучей, под действием которых она сама становилась источником рентгеновских лучей (это явление называется рентгеновской флуоресценцией). Вследствие малой интенсивности первичного пучка, количество квантов, испускаемых фольгой, было невелико. При попадании в один из счетчиков рентгеновских лучей он срабатывал и приводил в действие особый механизм  $M$ , делавший отметку на движущейся ленте  $L$ . Если бы излучаемая энергия распространялась равномерно во все стороны, как это следует из волновых представлений, оба счетчика должны были бы срабатывать одновременно и отметки на ленте приходились бы одна против другой. В действительности же наблюдалось совершенно беспорядочное расположение отметок. Это можно объяснить лишь тем, что в отдельных актах испускания возникают световые частицы, летящие то в одном, то в другом направлении.

Итак, было экспериментально доказано существование особых световых частиц – фотонов. Фотон обладает энергией

$$\varepsilon = \hbar \omega = 2\pi \hbar c / \lambda, \quad (4.22)$$

определяемой только его частотой  $\omega$  или длиной волны  $\lambda$ . Подстановка численных значений в (4.22) приводит к формуле (4.20) для  $\lambda_{\min} = 12390/U$ , где  $U$  выражена в электрон-вольтах, а  $\lambda$  – в ангстремах. Длине волны  $\lambda = 0,555$  мкм = 5550 Å соответствует энергия фотона  $\varepsilon = 2,23$  эв. Для рентгеновских лучей ( $\lambda = 10^{-4} \dots 10^{-3}$  Å) энергия фотона лежит в пределах от 15 эв до 100 Мэв.

Согласно теории относительности, частица с энергией  $\varepsilon$  обладает массой  $m = \varepsilon/c^2$ . Подставив значение  $\varepsilon$ , получим для массы фотона выражение:

$$m = \hbar \omega / c^2. \quad (4.23)$$

Фотон есть частица, движущаяся со скоростью  $c$ . Подстановка в формулу  $m = m_0 / \sqrt{1 - V^2 / c^2}$  значения  $v = c$  обращает знаменатель формулы в нуль. Вместе с тем, как мы видели, масса фотона конечна. Это возможно только в том случае, если масса покоя фотона  $m_0 = 0$ . Таким образом, фотон – это особая частица, отличающаяся от других, имеющих не нулевую массу покоя. Не имея массы покоя, фотон может существовать, только двигаясь со скоростью света. Положив в формуле  $E = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$   $m_0 = 0$ , получим  $E = cp$ , откуда следует, что фотон обладает импульсом

$$p = \varepsilon/c = \hbar \omega / c = 2\pi \hbar / \lambda. \quad (4.24)$$

Учтя, что  $2\pi/\lambda$  равно волновому числу  $k$ , т. е. модулю волнового вектора  $\mathbf{k}$ , импульс фотона можно записать в векторном виде:

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}. \quad (4.25)$$

Из наличия у фотона импульса вытекает, что свет, падающий на какое-либо тело, должен оказывать на это тело давление, равное импульсу, сообщаемому фотонами единице поверхности в единицу времени. Пусть плотность потока фотонов (число фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени) равна  $N$ . Если все фотоны поглощаются телом, давление равно  $P = pN = \varepsilon N/c$ . При условии, что все фотоны отражаются телом в обратном направлении, давление будет в два раза больше:  $P = 2pN = 2\varepsilon N/c$ . Наконец, если отражается доля фотонов, равная  $\rho$  ( $\rho$  – коэффициент отражения), и поглощается доля, равная  $(1 - \rho)$ , для давления получится выражение:

$$P = 2\varepsilon \rho N/c + \varepsilon(1 - \rho)N/c = (1 + \rho)\varepsilon N/c. \quad (4.26)$$

Плотность потока фотонов  $N$  можно представить как произведение плотности фотонов  $n$  (т. е. количества фотонов в еди-



нице объема) на их скорость  $c$ , т. е.  $N = nc$ . Далее, замечая, что произведение  $nc$  дает энергию фотонов, заключенных в единице объема  $w$  (плотность энергии), можно написать:  $P = (1 + \rho)w$ , что совпадает с выражением, полученным в рамках электромагнитной теории.

#### 4.6. Эффект Комптона

Особенно отчетливо проявляются корпускулярные свойства света в явлении, которое получило название эффекта Комптона.

В 1923 г. А. Комптон, исследуя рассеяние рентгеновских лучей различными веществами, обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины волны  $\lambda$ , содержатся также лучи большей длины волны  $\lambda'$ . Разность  $\Delta\lambda = (\lambda' - \lambda)$  оказалась не зависящей от  $\lambda$  и от природы рассеивающего вещества. Экспериментально была установлена следующая закономерность:

$$\Delta\lambda = (\lambda' - \lambda) = \lambda_0(1 - \cos\theta), \quad (4.27)$$

где  $\theta$  – угол, образуемый направлением рассеянного излучения с направлением первичного пучка,  $\lambda_0$  – постоянная, равная 0,0242 А.

Схема опыта Комптона показана на рис. 4.12. Выделяемый диафрагмами  $D$  узкий пучок монохроматического (характеристического) рентгеновского излучения направлялся на рассеивающее вещество  $PB$ . Спектральный состав рассеянного излучения исследовался с помощью рентгеновского спектрометра, состоящего из кристалла  $Kp$  и ионизационной камеры  $ИК$ .

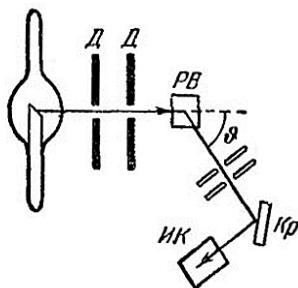


Рис. 4.12. Схема для наблюдения эффекта Комптона

На рис. 4.13 представлены результаты исследования рассеивания монохроматических лучей (линия  $K_{\alpha}$  молибдена) на графите.

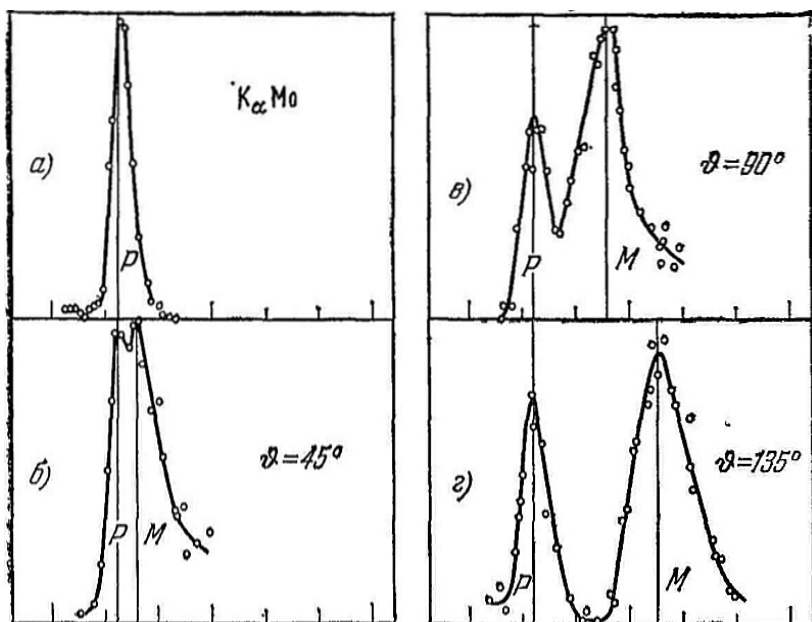


Рис. 4.13. Результаты исследования рассеивания монохроматических лучей линии  $K_{\alpha}$  молибдена на графите

Кривая (рис. 4.13, а) характеризует первичное излучение. Остальные кривые относятся к разным углам рассеивания  $\theta$ , значения которых указаны на рисунке. По оси ординат отложена интенсивность излучения, по оси абсцисс – величина, пропорциональная длине волны.

Рис. 4.14 характеризует зависимость соотношения интенсивностей смещенной  $M$  и несмещенной  $P$  компонент от атомного номера рассеивающего вещества. Верхняя кривая в левом столбце характеризует первичное излучение (линия  $K_{\alpha}$  серебра).

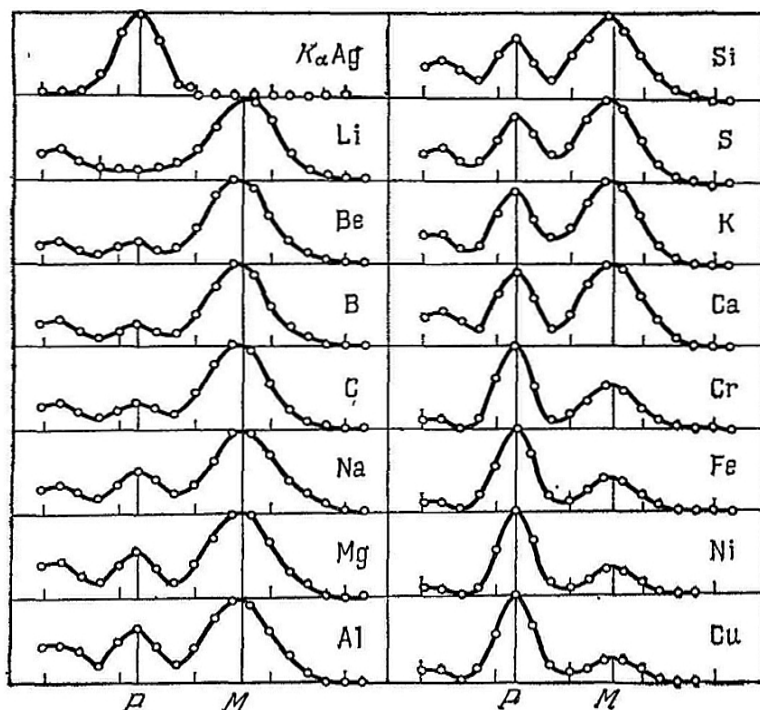


Рис. 4.14. Зависимость соотношения интенсивностей смещенной  $M$  и несмещенной  $P$  компонент от атомного номера рассеивающего вещества

При рассеянии веществами с малым атомным номером (Li, Be, B) практически все рассеянное излучение имеет смещенную длину волны. По мере увеличения атомного номера все большая часть излучения рассеивается без изменения длины волны.

Все особенности эффекта Комптона можно объяснить, рассматривая рассеяние как процесс упругого столкновения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами. Свободными можно считать наиболее слабо связанные с атомами электроны, энергия связи которых значительно меньше той энергии, которую фотон может передать электрону при соударении.

Пусть на первоначально покоящийся свободный электрон падает фотон с энергией  $\hbar \omega$  и импульсом  $\hbar k/2\pi$ . Энергия элек-

трона до столкновения равна  $m_0c^2$  ( $m_0$  – масса покоя электрона), импульс равен нулю. После столкновения энергия электрона будет  $mc^2$ , а импульс  $m\mathbf{V}$ . Энергия и импульс фотона тоже изменятся и станут равными  $\hbar\omega'$  и  $\hbar\mathbf{k}'$ . Схематично эффект Комптона изображен на рис. 4.15. Из законов сохранения энергии и импульса можно вывести соотношение  $\Delta\lambda = (\lambda' - \lambda) = 2\pi\hbar(1 - \cos\theta)/m_0c$ .

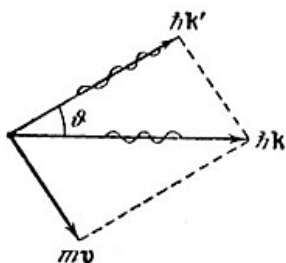


Рис. 4.15. Схема эффекта Комптона

Величина

$$\Lambda = 2\pi\hbar/m_0c \quad (4.28)$$

носит название комптоновской длины волны. Подстановка численных значений для электрона дает значение  $3,86 \cdot 10^{-11}$  см или после умножения на  $2\pi$  значение  $\lambda_0 = 0,0242$  А, что хорошо согласуется со значением в эмпирической формуле (4.27).

При рассеянии фотонов на электронах, связь которых с атомом велика, обмен энергией и импульсом происходит с атомом как целым. Так как масса атома намного превосходит массу электрона, комптоновское смещение в этом случае ничтожно мало. По мере роста атомного номера увеличивается относительное число электронов с сильной связью, чем и обуславливается ослабление смещенной линии (рис. 4.14).

#### 4.7. Фотолюминесценция

Некоторые тела при освещении не только отражают часть падающего на них света, но и начинают светиться. Такое свечение, или *люминесценция*, отличается важной особенностью: свет люминесценции имеет иной спектральный состав, чем свет, вызвавший свечение.

Примером легко наблюдаемой люминесценции может служить синевато-молочное свечение керосина, рассматриваемого на дневном свете. Очень большое число растворов красок и других веществ обнаруживают люминесценцию, особенно под действием источников, испускающих ультрафиолетовый свет (например, электрической дуги или ртутной лампы). Свечение такого рода называют *фотолюминесценцией*, желая подчеркнуть, что оно возникает под действием света.

Изменение цвета свечения по сравнению с цветом возбуждающего света нередко заметно на глаз. Еще лучше наблюдается указанная особенность, если сравнить спектр света люминесценции со спектром возбуждающего света. Все эти наблюдения показывают, что *свет люминесценции характеризуется большей длиной волны, чем свет возбуждающий*, что называется **правилом Стокса**.

Ключ к пониманию правила Стокса дают квантовые представления. Вообразим, что свечение вызывается монохроматическим светом частоты  $\nu$ . Таким образом, молекула люминесцирующего вещества поглощает энергию в виде кванта  $\hbar \omega$ . Процессы, вызываемые поглощенной энергией в молекуле, довольно сложны. Часть энергии кванта расходуется на эти процессы, а часть вновь испускается в виде света люминесценции. Испускаемый квант должен, следовательно, иметь меньшую энергию, т. е. соответствовать меньшей частоте  $\omega'$ . Это уменьшение частоты (увеличение длины волны) и составляет содержание правила Стокса.

Применяя источники света, содержащие значительное количество коротких (ультрафиолетовых) лучей, можно обнаружить, что почти все тела обладают способностью в большей или меньшей степени люминесцировать. Нередко удаётся значительно усилить люминесценцию, сильно охладив тело, например погрузив его в жидкий воздух.

Некоторые тела сохраняют способность светиться некоторое время после того, как освещение их прекратилось.

Такое **послесвечение** может иметь различную длительность. В некоторых объектах оно продолжается очень малое время (десятитысячные доли секунды и меньше). В других оно тянется

много секунд и даже минут (часов), так что наблюдение его не представляет никаких трудностей.

Принято называть свечение, прекращающееся вместе с освещением, *флюоресценцией*, а свечение, имеющее заметную длительность, – *фосфоресценцией*.

Явление длительной фосфоресценции обнаруживают многие специально приготовленные кристаллические порошки. Ими пользуются для изготовления так называемых *фосфоресцирующих экранов*. Лист картона, покрытый, например, порошком сернистого цинка, представляет хороший фосфоресцирующий экран, сохраняющий свое свечение две-три минуты после освещения.

Такие экраны светятся и под действием рентгеновских лучей. Следует отметить, впрочем, что явление люминесценции под действием рентгеновских лучей более сложно, чем под действием обычного света, ибо при этом играют роль быстрые электроны, вырывающиеся рентгеновскими лучами.

Очень важное применение нашли в последнее время фосфоресцирующие порошки при изготовлении ламп дневного света. В газосветных лампах свечение, возникающее при электрическом токе в газе, например в парах ртути, обычно содержит много ультрафиолетового света, не только не пригодного для освещения, но и вредного для глаза. Покрывая внутренность таких ламп специально изготовленным фосфоресцирующим составом, удалось превратить этот ультрафиолетовый свет в видимый (в согласии с правилом Стокса). Это приводит к большой экономии электроэнергии, ибо в таких лампах в энергию видимого света превращается примерно в три раза большая доля электрической энергии, чем в лампочках накаливания. Подбирая состав фосфоресцирующего вещества, можно добиться также и улучшения спектрального состава излучаемого света, приближая его к спектральному составу дневного света. Так устроены современные лампы дневного света.

Кроме упомянутого уже применения люминесценции для фосфоресцирующих экранов и различных светящихся красок для декоративных и театральных целей, необходимо отметить еще одну важную область ее применения. Явления люминесценции характеризуются крайне высокой чувствительностью: достаточ-

но иногда располагать  $10^{-10}$  г светящегося вещества, например, в виде раствора, чтобы иметь возможность обнаружить его по характерному свечению. Возможно наблюдение при помощи люминесценции ничтожных следов вещества, составляющего миллионную долю процента в какой-нибудь смеси. Эта высокая чувствительность делает люминесценцию важным средством обнаружения некоторых ничтожно малых примесей, позволяющих судить о каких-либо загрязнениях или процессах, приводящих к изменению исходного вещества.

При помощи люминесценции можно обнаружить самые начальные стадии загнивания продуктов. Известны применения люминесцентного анализа при разведке нефти. Если почва, извлекаемая при бурении, содержит ничтожные следы нефти, то их можно легко обнаружить по флюоресценции. Таким образом, удастся судить о близости нефтеносных слоев. Существует и много других областей технического применения люминесцентного анализа.

Выше был рассмотрен ряд явлений, в которых свет ведет себя как поток частиц (фотонов). Однако такие явления, как интерференция и дифракция света, могут быть объяснены только на основе волновых представлений. Таким образом, свет обнаруживает **корпускулярно-волновой дуализм** (двойственность): в одних случаях проявляется его волновая природа – и он ведет себя как электромагнитная волна, в других – корпускулярная природа света – и он ведет себя как поток фотонов.

### *Контрольные задания*

• Свет переходит из оптически более плотной среды с показателем преломления  $n_1$  в оптически менее плотную с показателем преломления  $n_2 < n_1$ . При угле падения лучей  $i > \arcsin(n_2/n_1)$  происходит ...:

- 1) поляризация света;
- 2) преломление света на границе раздела сред;
- 3) полное отражение света от прозрачной среды;
- 4) дифракция света;
- 5) интерференция света.

- Тонкая пленка вследствие явления интерференции в отраженном свете имеет зеленый цвет. При увеличении коэффициента преломления пленки ее цвет станет ...:

синим;                      красным;                      не изменится.

*Пример решения.* Разность хода лучей при интерференции в тонких пленках равна:

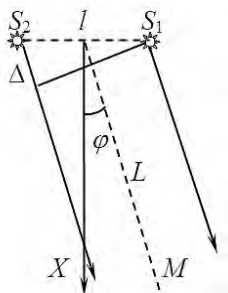
$$\Delta s = 2b\sqrt{(n^2 - \sin^2 \varphi)} - \frac{\lambda}{2},$$

где  $b$  – толщина пленки,  $n$  – показатель (коэффициент) преломления,  $\varphi$  – угол, под которым ведется наблюдение. Зеленый цвет соответствует условию  $\Delta s = m\lambda_{\text{зел}}$  ( $m$  – целое число). При увеличении показателя преломления  $\Delta s$  увеличится, и условие  $\Delta s = m\lambda$  будет выполняться для света с большей длиной волны, т. е. для красного.

- Тонкая пленка вследствие явления интерференции в отраженном свете имеет зеленый цвет. При увеличении (уменьшении) толщины пленки ее цвет станет ...:

синим;                      красным;                      не изменится.

- Два гармонических осциллятора, колеблющихся с одинаковыми частотой и начальной фазой, находятся на расстоянии  $l = 2\lambda$  друг от друга, где  $\lambda$  – длина волны излучения. Расстояние  $L$  до точки наблюдения  $M$  много больше расстояния  $l$  между осцилляторами. Амплитуда результирующей волны максимальна при угле излучения  $\varphi$  равном ...

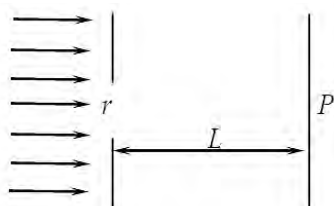


*Пример решения.* Максимум интерференционной картины будет при разности хода лучей  $\Delta = \lambda$ . При  $L \gg l$   $\Delta = l \sin \varphi = 2\lambda \sin \varphi$ , откуда  $\sin \varphi = 1/2$ , а  $\varphi = 30^\circ$ .



- Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом с длиной волны  $0,6 \text{ мкм}$ . Толщина воздушного слоя между линзой (плосково-выпуклой) и стеклянной пластинкой в том месте, где наблюдается четвертое темное кольцо в отраженном свете, равна ...

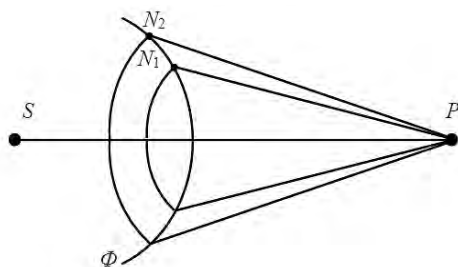
- На диафрагму с круглым отверстием радиусом  $1 \text{ мм}$  падает нормально параллельный пучок света длиной  $0,5 \text{ мкм}$ . На пути лучей, прошедших через отверстие, на расстоянии  $1 \text{ м}$  помещают экран. В центре экрана в точке  $P$  будет наблюдаться ...



Освещенность в центре будет зависеть от того, сколько зон Френеля ( $m$ ) укладывается в отверстии: при нечетном  $m$  будет светлое пятно, при четном – темное. Радиус  $m$ -й зоны для плоской волны  $r_m = \sqrt{Lm\lambda}$  или  $r_m^2 = Lm\lambda$  для  $r = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$ ,  $\lambda = 0,5 \text{ мкм} = 5 \times 10^{-6} \text{ м}$  и  $L = 1 \text{ м}$  получим:  $m = 10^{-6} / 0,5 \times 10^{-6} \text{ м} = 2$ .

В центре будет темное пятно, в отверстие укладывается 2 зоны Френеля.

- На рисунке представлена схема разбиения волновой поверхности  $\Phi$  на зоны Френеля. Разность хода между лучами  $N_1P$  и  $N_2P$  равна ...:



- 1)  $3/2\lambda$ ;    2)  $1/2\lambda$ ;    3)  $\lambda$ ;    4)  $0$ ;    5)  $2\lambda$ .

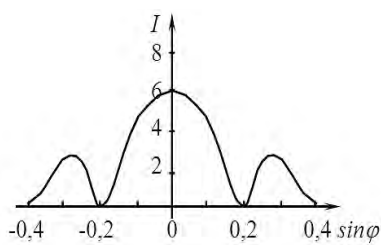
- Постоянная дифракционной решетки равна 2 мкм. Наибольший порядок спектра для желтой линии натрия  $\lambda = 589$  нм равен ...

*Пример решения.* Положения максимумов дифракционной решетки определяется формулой:  $d \sin \varphi = m \lambda$ , где  $m$  – целое число, определяющее порядок максимума.

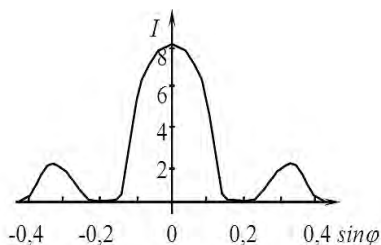
Для наибольшего порядка  $\varphi$  должно быть меньше  $90^\circ$ ,  $\sin \varphi = 1$ , т. е.  $m_{\max} = d/\lambda = 2000/589 = 3,39$ . Максимальный порядок 3.

- Второй порядок зеленой линии паров ртути с длиной волны 546 мкм совпадает с третьим порядком ультрафиолетовой линии с длиной волны ... мкм.

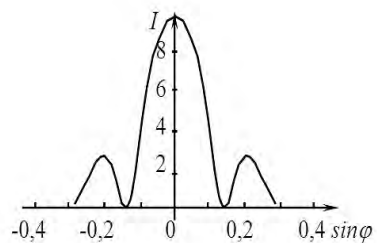
- Имеются 4 дифракционных решетки с различными постоянными  $d$  (периодами решетки), освещаемые одним и тем же монохроматическим излучением различной интенсивности. Какой рисунок иллюстрирует положение главных максимумов, создаваемых дифракционной решеткой с наименьшей постоянной решетки? ( $J$  – интенсивность света,  $\varphi$  – угол дифракции).



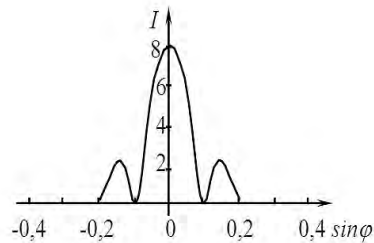
а)



б)



в)



г)

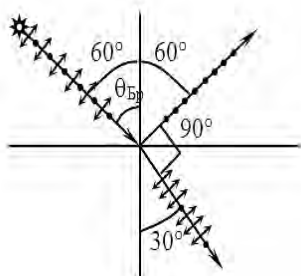
*Пример решения.* Положения максимумов дифракционной решетки определяется формулой:  $d \sin \varphi = m\lambda$ , где  $m$  – целое число, определяющее порядок максимума. Т. о., наименьшей постоянной будет соответствовать большее значение  $\sin \varphi$ , т. е. рис. а).

- Одна и та же дифракционная решетка освещается различными монохроматическими излучениями с разными интенсивностями. Какой рисунок соответствует случаю освещения светом с наименьшей длиной волны? ( $J$  – интенсивность света,  $\varphi$  – угол дифракции).

- При падении света из воздуха на диэлектрик отраженный луч полностью поляризован. Преломленный луч распространяется под углом  $30^\circ$  к нормали. При этом падающий луч составляет с нормалью угол ...:

$30^\circ$ ;       $45^\circ$ ;       $60^\circ$ ;       $90^\circ$ .

*Пример решения.* Полная поляризация при отражении происходит при падении света на границу раздела под углом Брюстера, который определяется соотношением  $\tan \theta_{\text{Бр}} = n_2/n_1$ , где  $n_2$  и  $n_1$  – коэффициенты преломления сред.



Пользуясь законом преломления, можно показать, что луч, преломленный при этом, перпендикулярен лучу отраженному, т. е. отраженный луч должен распространяться под углом  $60^\circ$  к нормали. Поскольку угол падения равен углу отражения, угол падения тоже  $60^\circ$ .

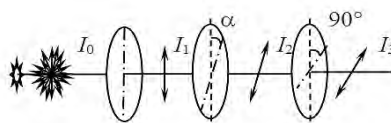
- Полная поляризация при отражении происходит при падении света на границу раздела под углом Брюстера, который определяется соотношением  $\tan \theta_{\text{Бр}} = n_2/n_1$ , где  $n_2$  и  $n_1$  – показатели пре-

ломления сред (для воздуха  $n_1 = 1$ ). Луч света падает из воздуха на границу раздела с показателем преломления  $n$ . Преломленный луч распространяется под углом  $30^\circ$  к нормали.

Показатель преломления среды равен ...:

1;  $\sqrt{3}$ ;  $\sqrt{2}$ ; 1,33; 2.

• Естественный свет с интенсивностью  $I_0$  падает на вход устройства, состоящего из двух скрещенных поляроидов. Между поляроидами поместили еще один поляроид, ось которого составляет с осью первого угол  $\theta$ . Отношение интенсивности света, прошедшего через систему ( $I_3$ ), к интенсивности падающего на систему ( $I_0$ ), равно ...

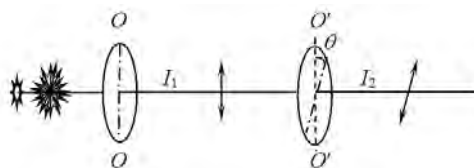


*Пример решения.* Поляризатор (первый) пропускает половину естественного света:  $I_1 = I_0/2$ , а после второго, согласно закону Малюса, интенсивность будет  $I_2 = I_1 \cos^2 \alpha = (I_0/2) \cos^2 \alpha$ . После третьего поляризатора интенсивность соответственно будет  $I_3 = I_2 \cos^2 \theta = (I_0/2) \cos^2 \alpha \cos^2 \theta$ , где  $\theta$  – угол между направлением плоскости пропускания поляризатора и плоскостью поляризации, в данной задаче  $\theta = 90^\circ - \alpha$ , т. е.  $I_3 = (I_0/2) \cos^2 \alpha \cos^2 \theta = (I_0/2) \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha = (I_0/8) \sin^2 2\alpha$ . Т. о.,  $I_3/I_0 = (1/8) \sin^2 2\alpha$ .

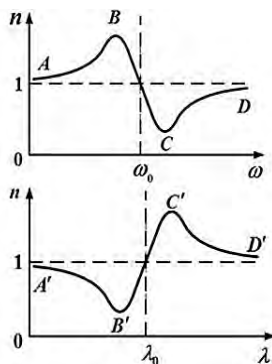
Учтено, что  $\cos \theta = \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ ,  $\sin \alpha \cos \alpha = (1/2) \sin 2\alpha$ .

• На пути естественного света помещены две пластинки турмалина (два поляризатора). После прохождения первой пластины свет полностью поляризован. Если  $I_1$  и  $I_2$  – интенсивности света, прошедшего пластины 1 и 2 соответственно, и  $I_2 = (I_1/4)$ , то угол между направлениями  $OO'$  и  $O'O'$  равен ...:

45°; 90°; 30°; 60°.



• Графики дисперсионных кривых зависимостей показателя преломления среды от частоты  $\omega$  и длины волны  $\lambda$  света имеют вид, представленный на рисунках.



Нормальной дисперсии соответствуют участки ...:

$AB$  и  $C'D'$ ;  $BC$  и  $C'D'$ ;  $AB$  и  $B'C'$ ;  $BC$  и  $B'C'$ .

• Радужные пятна на поверхности воды, покрытой тонкой пленкой бензина, объясняются ...:

- 1) интерференцией света;
- 2) дифракцией света;
- 3) поляризацией света;
- 4) дисперсией света.
- 5) поглощением света;

• Аномальная дисперсия света обусловлена ...:

- 1) интерференцией света;
- 2) дифракцией света;
- 3) поляризацией света;
- 4) поглощением света.

• Если увеличить в 2 раза объемную плотность световой энергии, то давление света ...:

увеличится в 4 раза; увеличится в 2 раза; останется неизменным.

*Пример решения.* Давление света определяется формулой:

$$P = \frac{E_{\text{э}}}{c}(1+\rho) = \omega \cdot (1+\rho) = \frac{\Phi_{\text{э}}}{S \cdot c}(1+\rho) = \frac{W}{t \cdot S \cdot c}(1+\rho), \text{ где } E_{\text{э}} - \text{энергетическая освещённость поверхности, т. е. плотность потока световой}$$

вой энергии электромагнитного излучения падающего перпендикулярно на площадь  $S$  плоскости  $P$ ;  $\rho$  – коэффициент отражения от поверхности;  $\omega$  – плоскость энергии;  $\Phi_{\omega}$  – поток излучения.

Связь давления с плотностью световой энергии линейная, т. е. давление увеличится в 2 раза

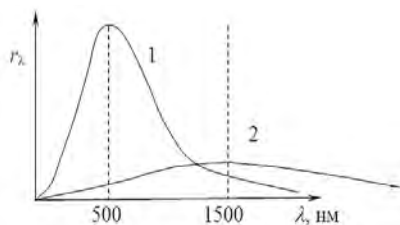
- Если зачерненную пластинку, на которую падает свет, заменить на зеркальную той же площади, то световое давление ....: увеличится в 2 раза; уменьшится в 2 раза; останется неизменным.

- На черную пластинку падает поток света. Если число фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени увеличить в 2 раза, а черную пластинку заменить зеркальной, то световое давление ....:

- 1) увеличится в 2 раза;
- 2) уменьшится в 2 раза;
- 3) останется прежним;
- 4) увеличится в 4 раза.

- На рисунке показана кривая зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при  $T = 6000 \text{ K}$  (1). Если температуру тела уменьшить в 4 раза, то длина волны, соответствующая максимуму излучения, ....:

- 1) уменьшится в 4 раза;
- 2) уменьшится в 2 раза;
- 3) увеличится в 4 раза;
- 4) увеличится в 2 раза.



*Пример решения.* Согласно закону смещения Вина  $\lambda_{\text{макс.}} = b/T$ , то есть, если температура уменьшится в 4 раза, во столько же раз должна увеличиться длина волны максимума, т. е. ответ 3).

• На рисунке показаны кривые зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при разных температурах. Если длина волны, соответствующая максимуму излучения, увеличилась в 4 раза, то температура абсолютно черного тела:

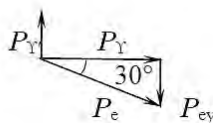
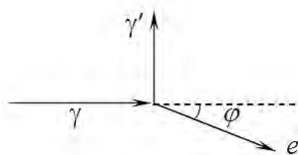
- 1) уменьшилась в 2 раза;
- 2) уменьшилась в 4 раза;
- 3) увеличилась в 2 раза;
- 4) увеличилась в 4 раза.

• На рисунке показаны кривые зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при разных температурах. Если кривая 2 соответствует спектру излучения абсолютно черного тела при температуре 1500 К, то кривая 1 соответствует температуре (в К) ...:

- 1) 1000;      2) 6000;      3) 3000;      4) 750.

• На рисунке показаны направления падающего фотона ( $\gamma$ ), рассеянного фотона ( $\gamma'$ ) и электрона отдачи ( $e$ ). Угол рассеяния  $90^\circ$ , направление движения электрона отдачи составляет с направлением падающего фотона угол  $\varphi = 30^\circ$ . Если импульс падающего фотона  $P_\gamma$  3 (Мэв $\times$ с)/м, то импульс рассеянного фотона (в тех же единицах) равен ...:

- 1)  $\sqrt{3}$ ;      2)  $2\sqrt{3}$ ;      3) 1,5;      4)  $1,3\sqrt{3}$ ;



*Пример решения.* При эффекте Комптона выполняются законы сохранения энергии и импульса.

Согласно закону сохранения импульса  $\mathbf{P}_\gamma = \mathbf{P}_{\gamma'} + \mathbf{P}_e$ . Из рисунка видно, что  $P_{ey} = P_\gamma \operatorname{tg} 30 = 3 \text{ (Мэв}\times\text{с)/м} \times 1/\sqrt{3} = \sqrt{3}$ , т. е. ответ 1.

• На рисунке показаны направления падающего фотона ( $\gamma$ ), рассеянного фотона ( $\gamma'$ ) и электрона отдачи ( $e$ ). Угол рассеяния  $90^\circ$ , направление движения электрона отдачи составляет с направлением

падающего фотона угол  $\varphi = 30^\circ$ . Если импульс электрона отдачи  $P_e$  ..., то импульс рассеянного фотона (в тех же единицах)  $P_\gamma$ , равен ...

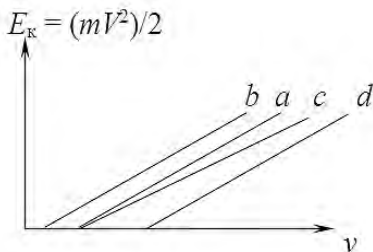
- При изучении внешнего фотоэффекта увеличили освещенность катода.

Это привело к ...:

- 1) увеличению значения тока насыщения;
- 2) увеличению работы выхода электрона;
- 3) увеличению значения задерживающего напряжения;
- 4) уменьшению работы выхода электрона.

- Для некоторого материала фотокатода на рисунке приведена прямая  $a$ , соответствующая зависимости энергии фотоэлектронов от частоты падающего света. При замене материала фотокатода на материал с **меньшей работой выхода** зависимость будет соответствовать прямой ...:

$b$ ;                       $c$ ;                       $d$ ;                       $a$ .



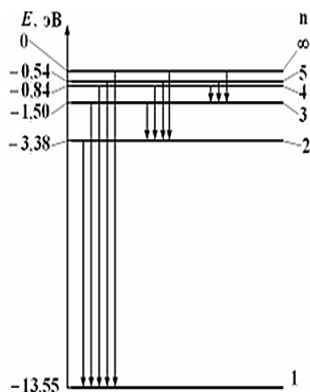
*Пример решения.* Для фотоэффекта Эйнштейн установил закон:  $h\nu = (mV^2)/2 + A$ , где  $h$  – постоянная планка,  $\nu$  – частота падающего света,  $(mV^2)/2$  – кинетическая энергия выбиваемого фотоэлектрона,  $A$  – работа выхода материала. Точка пересечения прямой с осью  $\nu$  соответствует красной границе фотоэффекта, когда энергия кванта света (фотона) равна работе выхода материала. Если  $A_2 < A_1$ , то энергия  $(mV^2)/2 = h\nu - A$  будет больше и кривая пойдет параллельно первой и выше, т. е. будет  $b$ .

- На рисунке изображены стационарные орбиты атома водорода согласно модели Бора, а также условно изображены переходы электрона с одной стационарной орбиты на другую, сопро-



сопровождающиеся излучением кванта энергии. В ультрафиолетовой области спектра эти переходы дают серию Лаймана, в видимой – серию Бальмера, в инфракрасной – серию Пашена.

Наименьшей (наибольшей) частоте кванта в серии Пашена (Лаймана, Бальмера) соответствует переход...



Согласно постулату Бора излучение происходит при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую.

Частота и энергия связаны соотношением  $E = h\nu = hc/\lambda$ , т. е. большей частоте в любой серии соответствует большая энергия перехода или соответственно меньшая длина волны.

- На рисунке (см. предыдущее задание) изображены стационарные орбиты атома водорода согласно модели Бора, а также условно изображены переходы электрона с одной стационарной орбиты на другую, сопровождающиеся излучением кванта энергии. В ультрафиолетовой области спектра эти переходы дают серию Лаймана, в видимой – серию Бальмера, в инфракрасной – серию Пашена.

Наибольшей частоте кванта в серии Пашена (Лаймана, Бальмера) соответствует переход ...

- Де-Бройль обобщил соотношение  $p = h/\lambda$  на любые микро-частицы, импульс которых равен  $p$ . Если длины волн де-Бройля частиц одинаковы, то наибольшей скоростью обладает ...:

- 1)  $\alpha$ -частица; 2) нейтрон; 3) протон; 4) электрон.

# Оглавление

<i>Часть 1. Электричество</i> .....	3
<i>Глава 1. Электрическое поле в вакууме</i> .....	3
1.1. Электрический заряд. Закон Кулона.....	3
1.2. Электрическое поле. Напряженность поля.....	5
1.3. Поток вектора напряженности электрического поля, электростатическая теорема Гаусса.....	8
1.4. Потенциал электрического поля.....	12
<i>Глава 2. Диэлектрики и проводники в электрическом поле</i> .....	16
2.1. Диполь. Диэлектрики в электрическом поле.....	16
2.2. Проводники в электрическом поле. Электрический ток.....	21
2.3. Электродвижущая сила (э.д.с.). Закон Ома.....	23
2.4. Последовательное и параллельное соединение проводников.....	26
2.5. Правила Кирхгофа.....	27
2.6. Работа и мощность постоянного тока.....	29
2.7. Земное электричество.....	30
<i>Глава 3. Магнитное поле в вакууме</i> .....	32
3.1. Взаимодействие магнитов и токов.....	32
3.2. Магнитное поле движущегося заряда. Закон Био-Савара- Лапласа.....	34
3.3. Сила Лоренца. Закон Ампера.....	38
<i>Глава 4. Явление электромагнитной индукции Фарадея.</i> Уравнения Максвелла.....	40
4.1. Явление электромагнитной индукции Фарадея.....	40
4.2. Вихревое электрическое поле. Вихревые токи.....	42
4.3. Уравнения Максвелла. Электромагнитные волны.....	44
<i>Глава 5. Магнитные свойства вещества</i> .....	47
5.1. Напряженность магнитного поля.....	47
5.2. Диамагнетики.....	48
5.3. Парамагнетики.....	48
5.4. Ферромагнетики .....	49
<i>Контрольные задания</i> .....	52

<i>Часть 2. Колебания и волны</i> .....	60
<i>Глава 1. Колебательное движение. Свободные, затухающие, вынужденные колебания</i> .....	60
<i>Глава 2. Упругие волны</i> .....	63
2.1. Продольные и поперечные волны. Характеристики волн.....	63
2.2. Уравнение упругой волны.....	65
<i>Контрольные задания</i> .....	66
<i>Часть 3. Оптика</i> .....	71
<i>Глава 1. Предварительные сведения</i> .....	71
<i>Глава 2. Геометрическая (лучевая) оптика</i> .....	72
2.1. Принцип Ферма.....	72
2.2. Законы отражения и преломления света.....	73
2.3. Явление полного внутреннего отражения.....	75
2.4. Линзы. Ход лучей и построение изображений. Формула линзы.....	77
2.5. Устройство и ход лучей в микроскопе.....	79
<i>Глава 3. Волновая оптика</i> .....	81
3.1. Принцип Гюйгенса.....	81
3.2. Интерференция света.....	82
3.3. Дифракция света на круглом отверстии. Зоны Френеля.....	88
3.4. Дифракция Фраунгофера от щели.....	90
3.5. Дифракционная решетка.....	91
3.6. Дисперсия света. Поглощение света.....	93
3.7. Поляризация света.....	96
<i>Глава 4. Квантовая оптика</i> .....	105
4.1. Тепловое излучение.....	105
4.2. Формулы Рэлея – Джинса и Планка.....	109
4.3. Фотоэффект.....	111
4.4. Тормозное рентгеновское излучение.....	116
4.5. Опыт Боте. Фотоны. Давление света.....	118
4.6. Эффект Комптона .....	121
4.7. Фотолюминесценция.....	124
<i>Контрольные задания</i> .....	127

Учебное издание

**Преображенский Михаил Николаевич**

# **ЭЛЕКТРИЧЕСТВО ОПТИКА**

Учебное пособие

Редактор, корректор М. В. Никулина  
Верстка Е. Б. Половковой

Подписано в печать 15.11.2013. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Усл. печ. л. 8,14. Уч.-изд. л. 6,8.  
Тираж 100 экз. Заказ .

Оригинал-макет подготовлен  
в редакционно-издательском отделе ЯрГУ.

Ярославский государственный университет  
им. П. Г. Демидова.  
150000, Ярославль, ул. Советская, 14.