

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра общей математики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория изображений**

Направление подготовки (специальности)  
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)  
«Программирование, алгоритмы и анализ данных»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 24.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория изображений» являются: знакомство с основными правилами и овладение методами построения изображений фигур расширенного евклидова 3-пространства, полученных с помощью параллельного проецирования на 2-плоскость; развитие способности к пространственному воображению у студентов как необходимый компонент в структуре мышления математика.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Для изучения и освоения дисциплины необходимы знания следующих разделов геометрии: евклидовой, аффинной, проективной. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при выполнении курсовых и дипломных работ, при изучении геометрических курсов в магистратуре.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-3</b> Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники.	<b>И-ПК-3.1</b> Знает основные методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программных продуктов и программных комплексов, их сопровождения, администрирования и развития (эволюции).	<b>Знать:</b> свойства центрального и параллельного проецирования фигур расширенного евклидова 3-пространства и n-пространства на плоскости разных размерностей, - основные правила и методы построения изображений фигур расширенного евклидова 3-пространства (в общем случае – n-пространства), полученных с помощью параллельного проецирования на 2-плоскость. - принципы работы с современным программным обеспечением, относящимся к динамической математике.
	<b>И-ПК-3.2</b> Умеет использовать методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с	<b>Уметь:</b> - определять к какому типу относится изображение с точки зрения его позиционных свойств, - решать позиционные задачи на изображении 3-х мерной фигуры на бумаге и, используя современные

	инструментальными средствами, поддерживающими создание программного продукта	геометрические приложения.
	<b>И-ПК-3.3</b> Имеет практический опыт применения указанных выше методов и технологий	<b>Владеть:</b> - навыками построения в параллельной проекции полных изображений основных геометрических фигур евклидова 3-пространства и их комбинаций, используя в том числе соответствующее программное обеспечение.

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетные единицы, **144** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1.	Функции геометрического чертежа, требования к нему	7	1	1		1		2	
2.	Центральное и параллельное проецирования в расширенном евклидовом пространстве	7	3	6		1		6	Задания для самостоятельной работы
3.	Изображение фигур в центральной и параллельной проекциях на плоскости	7	3	8		1		10	Задания для самостоятельной работы, контрольная работа 1
4.	Полные изображения фигур расширенного евклидова 3-пространства на плоскости	7	3	6		1		10	Задания для самостоятельной работы, контрольная работа 2
5.	Построение сечений	7	3	6		1		10	Задания для самостоятельной работы, контрольная работа 3
6.	Сверхполные изображения	7	1	2		1		6	Задания для самостоятельной работы

7	Неполные изображения	7	2	3				10	Задания для самостоятельной работы, контрольная работа 4
						2	0,5	33,5	Экзамен
	Итого		16	32		8	0,5	87,5	

### Содержание разделов дисциплины:

#### **Раздел 1. Функции геометрического чертежа, требования к нему.**

Понятие геометрического чертежа, основные функции, требования к чертежу – наглядность, простота, верность. Знакомство с динамической геометрической средой GeoGebra 3D.

#### **Раздел 2. Центральное и параллельное проецирования в расширенном евклидовом пространстве.**

Дополнение пространства несобственными элементами. Теорема Дезарга. Гомология. Параллельное проецирование плоскости на плоскость в расширенном евклидовом пространстве. Центральное проецирование расширенного евклидова пространства на плоскость. Параллельное проецирование расширенного евклидова пространства на плоскость.

#### **Раздел 3. Изображение фигур в центральной и параллельной проекциях на плоскость.**

Изображение плоских фигур. Изображение пространственных фигур.

#### **Раздел 4. Полные изображения фигур расширенного евклидова 3-пространства на плоскости.**

Определение полного изображения. Определенность элементов чертежа. Метод основной плоскости для центрального внутреннего проецирования и параллельного. Примеры полных изображений.

#### **Раздел 5. Построение сечений.**

Метод следа и метод внутреннего проецирования.

#### **Раздел 6. Сверхполные изображения.**

#### **Раздел 7. Неполные изображения.**

Коэффициент неполноты. Точечный базис. Изображение системы точек общего положения пространства.

### **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины,

преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

#### **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- динамическая геометрическая среда GeoGebra 3D;
- Adobe Acrobat Reader.

#### **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>

- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>

- Электронная библиотечная система «Консультант студента»

<https://www.studentlibrary.ru>

#### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

##### **а) основная литература**

1. Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

<http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20110211.pdf>

##### **б) дополнительная литература**

1. Далингер, В. А. Методика обучения стереометрии посредством решения задач : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 370 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09587-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/492896>

#### **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

**Автор(ы) :**

Кандидат педагогических наук,  
доцент кафедры общей математики

Никулина Е.В.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Теория изображений»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

В семестре проводятся четыре контрольные работы.

**Контрольная работы №1 «Изображение фигур в центральной и параллельной проекциях на плоскости»**

1. Построить изображение в параллельной проекции правильного треугольника, вписанного в окружность.
2. Построить в параллельной проекции изображение стороны правильного 2n-угольника, описанного около окружности, если дано изображение стороны правильного n-угольника, описанного около окружности.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Отлично – обе задачи решены верно с подробным изложением хода построения.

Хорошо – обе задачи решены верно, но есть погрешности в обосновании.

Удовлетворительно – одна задача решена верно с подробным изложением хода построения.

Неудовлетворительно – не решены обе задачи или решена только одна с погрешностями в описании хода построения.

**Контрольная работы №2 «Полные изображения фигур расширенного евклидова 3-пространства на плоскости»**

Доказать, что метод основной плоскости для случая параллельного внутреннего проецирования устанавливает такую систему задания точек на чертеже, что последний сохраняет свойство полноты.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Отлично – все три пункта доказательства выполнены с полным обоснованием.

Хорошо – все три пункта доказательства выполнены с погрешностями в обосновании.

Удовлетворительно – один из пунктов доказательства не выполнен.

Неудовлетворительно – два пункта доказательства не выполнены.

**Контрольная работы №3 «Построение сечений»**

1. Построить сечение куба по трем точкам методом следа.
2. Построить сечение четырехугольной пирамиды, проходящее через точку и прямую методом внутреннего проецирования.
3. Доказать, что изображение усеченной пирамиды – полное. Построить сечение, проходящее через три точки.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Отлично – все три задачи решены верно с полным обоснованием.

Хорошо – две задачи решены верно с полным обоснованием или три задачи, но с погрешностями в обосновании.

Удовлетворительно – одна задача решена верно с полным обоснованием или две задачи, но с погрешностями в обосновании.

Неудовлетворительно – не решена ни одна задача или решена одна задача с погрешностями.

**Контрольная работы №4 «Неполные изображения».**

Определить тип изображения. В случае сверхполного – определить: верное оно или неверное. В случае неполного - найти коэффициент неполноты изображения, выписать точечный базис, доопределить точки на изображении так, чтобы изображение стало полным.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Отлично – задача решена верно с полным обоснованием.

Хорошо – задача решена верно с погрешностями в обосновании.

Удовлетворительно – задача решена с одной принципиальной ошибкой в обосновании или при нахождении коэффициента неполноты.

Неудовлетворительно – задача решена неверно.

**Практические задания для СРС**

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару.

**Задания по теме № 2 «Центральное и параллельное проецирования в расширенном евклидовом пространстве»:**

Упражнения 1-2, стр.13; упр. 1-3, стр.17; упр.1-3, стр.21. Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

**Задания по теме № 3 «Изображение фигур в центральной и параллельной проекциях на плоскости»:**

Упражнения 1,2,3,4 стр.27, упр. 1,2,3, стр. 33 Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

**Задания по теме № 4 «Полные изображения фигур расширенного евклидова 3-пространства на плоскости»:**

Используя рис.58 на стр.49 в учебном пособии Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012, построить вторую точку пересечения указанных плоскостей.

**Задания по теме № 5 «Построение сечений»:**

Упражнения 1-2, стр. 60. Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

**Задания по теме № 6 «Сверхполные изображения»:**

Упражнения 1-2, стр. 62. Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.

**Задания по теме № 7 «Неполные изображения»:**

Упражнения 1-3, стр. 71-72. Никулина Е.В. Теория изображений: учебное пособие/Е.В. Никулина; Яросл. гос. ун-т им. П.Г.Демидова. – Ярославль: ЯРГУ, 2012.



**Таблица соответствия контрольных мероприятий, компетенций и индикаторов их достижения**

<b>Контрольное мероприятие</b>	<b>Индикатор освоения компетенции</b>
<i>Работа на практических занятиях</i>	И-ПК – 3.1, И-ПК – 3.2, И-ПК – 3.2
<i>Контрольные работы 1</i>	И-ПК – 3.1
<i>Контрольные работы 2,3,4</i>	И-ПК – 3.1, И-ПК – 3.2, И-ПК – 3.3
<i>Задания для СРС-2,3</i>	И-ПК – 3.1
<i>Задания для СРС-4,5</i>	И-ПК – 3.1, И-ПК – 3.2
<i>Задания для СРС-6,7</i>	И-ПК – 3.1, И-ПК – 3.2, И-ПК – 3.3

## **2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

Список теоретических вопросов к экзамену:

1. Центральное проецирование плоскости на плоскость в евклидовом 3-пространстве. Основные свойства центрального проецирования плоскости на плоскость в  $P^3$ .
2. Теорема Дезарга. Гомология.
3. Параллельное проецирование плоскости на плоскость в расширенном евклидовом 3-пространстве.
4. Центральное и параллельное проецирование расширенного евклидова 3-пространства на плоскость.
5. Изображение основных плоских фигур в параллельной проекции на плоскости.
6. Изображение основных пространственных фигур и их комбинаций в параллельной проекции на плоскости (кроме шара).
7. Изображение шара.
8. Полные изображения фигур расширенного евклидова 3-пространства на плоскости. Метод основной плоскости.
9. Примеры полных изображений.
10. Построение сечений.
11. Сверхполные изображения.
12. Неполные изображения. коэффициент неполноты.
13. Точечный базис. Изображение точек общего положения 3-пространства.

**Примерный список задач к экзамену:**

1. Будет ли параллельной проекцией центра описанной окружности треугольника всегда центр описанной окружности (треугольника-изображения).
2. Всегда ли точкой пересечения биссектрис (медиан, высот) при параллельном проецировании перейдёт в точку пересечения биссектрис треугольника.
3. На изображении в параллельной проекции окружности постройте изображение касательной к ней в данной на ней точке.
4. Опишите расположение точек относительно граней пирамиды (призмы) соответственно.
5. Опишите взаимное расположение прямых на чертеже.
6. Изобразите в параллельной проекции правильную четырёхугольную пирамиду, вписанную в конус.

7. Изобразите в системе двух параллельных проецирований две пересекающиеся прямые так, что плоскость, определяемая ими, является плоскостью внешнего проецирования.
8. Постройте сечение четырёхугольной призмы плоскостью, заданной точкой в нижнем основании и двумя точками, не принадлежащими поверхности призмы.
9. Определить тип изображения. Объяснить. В случае его неполноты указать коэффициент неполноты, выписать точечный базис.

### 3. Правила выставления оценки на экзамене

На подготовку к ответу дается не менее 90 минут. Билет содержит один теоретический вопрос и четыре задачи.

За ответ студент получает одну из отметок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

**Оценка «Отлично»** выставляется студенту, который решил все задачи и демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом дисциплины; осуществляет межпредметные связи; умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию.

**Оценка «Хорошо»** выставляется студенту, ответ которого в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе и в решениях задач имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

**Оценка «Удовлетворительно»** выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагаются с использованием необходимой терминологии, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы, но при этом он решил более 50% задач.

**Оценка «Неудовлетворительно»** выставляется студенту, который решил менее 50% задач и демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

## **Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

### **Пороговый уровень:**

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии изученных разделов математики, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении практических задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- самостоятельная работа на практических занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

### **Продвинутый уровень:**

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать практические задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **Высокий уровень:**

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого формируемые дисциплиной элементы компетенции ПК – 3 сформированы на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого формируемые дисциплиной элементы компетенции ПК – 3 сформированы не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого формируемые дисциплиной элементы компетенции ПК – 3 сформированы не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого формируемые дисциплиной элементы компетенций ПК – 3 сформированы ниже, чем на пороговом уровне.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теория изображений»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Содержание курса отражает следующие геометрические вопросы: центральное и параллельное проецирование, изображение плоских фигур на плоскости в произвольной параллельной проекции, изображение пространственных фигур на плоскости, позиционная полнота изображения, решение позиционных задач. Изучение дисциплины предусматривает так же знакомство с принципами работы в динамической геометрической среде GeoGebra 3D.

Основными формами работы преподавателя со студентами являются: лекции, практические занятия, аудиторные контрольные работы, домашние самостоятельные работы. В силу достаточно редко используемых студентами строгих геометрических построений на бумаге в процессе обучения в университете усвоение курса «Теория изображений» вызывает определенные трудности. Поэтому необходимо регулярно посещать аудиторные занятия, иметь при себе необходимые инструменты (простой карандаш, линейку, ластик, циркуль), выполнять домашние задания. Особое внимание в процессе обучения следует обратить на подготовку к контрольной работе №2. Успешное её выполнение зависит от степени усвоения теоретического материала и способности студента к анализу и обобщению полученных в аудитории и самостоятельно знаний.

Курс «Теория изображений» заканчивается экзаменом. При выставлении итоговой отметки учитывается выполнение всех работ в течение семестра.