

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра алгебры и математической логики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

21 мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Геометрия**

Направление подготовки (специальности)  
10.03.01 Информационная безопасность

Направленность (профиль)  
«Безопасность компьютерных систем (в сфере информационных технологий)»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 12.04.2024, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 03.05.2024

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Геометрия" являются формирование математической культуры студента, развитие геометрического мышления, овладение основными приемами решения геометрических задач средствами алгебры, усвоение идеи линейности, лежащей в основе этого курса, как одной из самых общих естественнонаучных идей, расширяющих кругозор и общую математическую культуру.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина "Геометрия" относится к обязательной части образовательной программы. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения школьного курса математики, а также некоторых разделов из курсов алгебры и математического анализа.

Геометрия относится к числу общеобразовательных математических курсов и является основным среди переходных курсов от школьной математики к высшей математике. Изучаемый в курсе материал систематически используется для наглядной иллюстрации и как источник обобщений в курсах «Алгебра» и «Математический анализ». Дисциплина является базовой для изучения всех математических дисциплин.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
<b>ОПК-3</b> Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности	<b>И-ОПК-3.2</b> Осуществляет постановку задачи, выбирает способ ее решения	<b>Знать:</b> - возможности координатного метода для исследования геометрических и алгебраических объектов; - основные виды уравнений простейших геометрических объектов основные задачи векторной алгебры и методы их решения; - основные понятия аффинной геометрии, аффинных преобразований плоскости и пространства; - определения и свойства математических объектов, используемых в курсе; - формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. <b>Уметь:</b> - исследовать простейшие геометрические объекты по их уравнениям в различных системах координат

	<p><b>И-ОПК-3.3</b> Применяет математический аппарат для решения прикладных и теоретических задач</p>	<p><b>Уметь:</b> - решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов курса аналитической геометрии; - доказывать утверждения, описывать строение некоторых классов геометрических групп.</p> <p><b>Владеть:</b> - математическим аппаратом аналитической геометрии; - методами доказательства утверждений; - применением методов аналитической геометрии и векторной алгебры в смежных дисциплинах.</p>
--	---	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетных единицы, **144** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Вводная лекция	1	2						
2	Элементы векторной алгебры	1	5	6		2		5	Задания для самостоятельной работы
3	Аффинная и прямоугольная системы координат на плоскости и в пространстве	1	1	2				3	Задания для самостоятельной работы
4	Прямая на плоскости	1	4	4		2		5	Задания для самостоятельной работы
5	Плоскость и прямая в пространстве	1	6	6		2		6	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №1
6	Преобразование координат на плоскости и в пространстве	1	2	2				3	Задания для самостоятельной работы
7	Полярные координаты	1	2	2				3	Задания для самостоятельной работы
8	Кривые второго порядка	1	6	6		2		5	Задания для самостоятельной

									работы
9	Поверхности второго порядка	1	4	4				6	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №2
						2	0,5	33,5	экзамен
	<b>ИТОГО</b>		32	32		10	0,5	69,5	

### Содержание разделов дисциплины:

#### 1. Вводная лекция

Исторический обзор развития геометрии. Роль геометрии в математике. Предмет и метод аналитической геометрии.

#### 2. Элементы векторной алгебры

2.1. Направленные отрезки. Векторы. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов и ее свойства. Геометрический смысл линейной зависимости векторов на плоскости и в пространстве. Векторное пространство свободных векторов. Подпространство. Базис. Размерность. Координаты вектора в аффинном базисе.

2.2. Скалярное произведение векторов на плоскости и в пространстве. Ортонормированный базис. Ортонормированный базис. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Свойства скалярного произведения. Направляющие косинусы.

2.3. Ориентация пространства. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения векторов через их координаты в правом ортонормированном базисе. Применение векторного произведения для нахождения площади параллелограмма и треугольника. Критерий коллинеарности векторов.

2.4. Смешанное произведение векторов. Выражение смешанного произведения векторов через их координаты в правом ортонормированном базисе. Свойства смешанного произведения. Применение для вычисления объема параллелепипеда, тетраэдра. Двойное векторное произведение.

#### 3. Аффинная и прямоугольная системы координат на плоскости и в пространстве

Понятия аффинной и прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве. Длина отрезка, деление отрезка в данном отношении. Площадь треугольника через координаты его вершин (на плоскости).

#### 4. Прямая на плоскости

4.1. Прямая на плоскости. Общее уравнение. Частные случаи. Уравнение прямой в отрезках. Направляющий вектор прямой. Векторное уравнение прямой. Каноническое и параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Нормированное уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.

4.2. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.

4.3. Пучок прямых на плоскости. Уравнение пучка прямых на плоскости. Теорема о представлении уравнений прямых пучка.

#### 5. Плоскость и прямая в пространстве

5.1. Плоскость в пространстве. Общее уравнение. Частные случаи. Уравнение плоскости в отрезках. Векторное и параметрические уравнения плоскости. Нормированное уравнение плоскости. Угол между двумя плоскостями. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Пучок плоскостей в пространстве.

5.2. Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве: канонические, векторное и параметрические уравнения прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.

5.3. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между двумя прямыми.

## **6. Преобразование координат на плоскости и в пространстве**

6.1. Преобразование координат на плоскости и в пространстве. Матрица перехода к новому базису. Связь старых и новых координат.

6.2. Переход от одной прямоугольной системы координат к другой на плоскости. Переход от одной прямоугольной системы координат к другой в пространстве. Ортогональные матрицы как матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому ортонормированному базису.

## **7. Полярные координаты**

Полярная система координат на плоскости. Связь прямоугольных и полярных координат. Сферические и цилиндрические координаты.

## **8. Кривые второго порядка**

8.1. Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы эллипса. Эксцентриситет, фокальные радиусы и директрисы эллипса. Параметрические уравнения эллипса. Касательная к эллипсу в его точке. Оптическое свойство эллипса.

8.2. Гипербола. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы гиперболы. Эксцентриситет, фокальные радиусы и директрисы гиперболы. Параметрические уравнения гиперболы. Касательная к гиперболе в ее точке. Оптическое свойство гиперболы.

8.3. Парабола. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы параболы. Эксцентриситет, фокальный радиус и директриса параболы. Параметрические уравнения параболы. Касательная к параболе в ее точке. Оптическое свойство параболы.

8.4. Отношение расстояния произвольной точки эллипса (гиперболы, параболы) до фокуса к расстоянию от нее до соответствующей этому фокусу директрисы. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.

8.5. Классификация кривых второго порядка. Приведение квадратичной формы от двух переменных к каноническому виду. Характеристическое уравнение. Главные направления (главные оси) кривой второго порядка. Преобразование кривой второго порядка при повороте. Центр симметрии кривых второго порядка. Нахождение канонической системы координат. Классификация центральных кривых второго порядка. Классификация кривых второго порядка в нецентральных (параболическом) случае.

## **9. Поверхности второго порядка**

Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Метод сечений. Сфера. Эллипсоид. Гиперболоид (однополостный, двуполостный). Параболоид (эллиптический, гиперболический). Конус второго порядка. Цилиндр второго порядка (эллиптический, гиперболический, параболический). Поверхности вращения.

## **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция с элементами лекции - беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:  
для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используется:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»  
<https://www.studentlibrary.ru>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов — Санкт-Петербург: Лань, 2021. <https://reader.lanbook.com/book/176667>
2. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник для вузов — Санкт-Петербург: Лань, 2022. <https://reader.lanbook.com/book/189312>
3. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия : Учеб. Для вузов / Ильин В. А. , Позняк Э. Г. - 7-е изд. , стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 224 с. (Курс высшей математики и

математической физики.) - ISBN 978-5-9221-0511-8. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922105118.html>

**б) дополнительная литература**

1. Горлач Б. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебник. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. <https://reader.lanbook.com/book/167492>
2. Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учебное пособие для вузов. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. <https://reader.lanbook.com/book/190976>
3. Моденов П. С. Аналитическая геометрия: Учебник для вузов. - М.: МГУ, 1969.
4. П. С. Моденов, А. С. Пархоменко Сборник задач по аналитической геометрии. - М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2002.
5. Погорелов А. В. Аналитическая геометрия: учебник для вузов. - М.: Наука, 1978.
6. Яблокова С. И. Лекции по курсу "Аналитическая геометрия": учеб. пособие для вузов. Ч.1. - Ярославль: ЯрГУ, 2002. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20020292.pdf>
7. Яблокова С. И. Лекции по курсу Аналитическая геометрия: учеб. пособие для вузов. Ч.2. - Ярославль: ЯрГУ, 2003. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20030231.pdf>
8. Яблокова С. И., Лекции по курсу Аналитическая геометрия: учеб. пособие для вузов. Ч. 3, Ярославль, ЯрГУ, 2004. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20040498.pdf>

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

**Автор(ы):**

Доцент кафедры алгебры  
и математической логики, к. ф.-м. н.

М.Е. Сорокина

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**Задания для самостоятельной работы**

(данные задания выполняются студентом самостоятельно  
и преподавателем в обязательном порядке не проверяются)

**Задания по теме № 2 «Элементы векторной алгебры»:**

Раздел 2.1: Проверить, что векторы  $a=(4;6)$  и  $b=(-1;2)$  составляют базис векторного пространства геометрических векторов плоскости и найти координаты вектора  $a=(3;5)$  в этом базисе.

Раздел 2.2: Даны векторы:  $a= 2i + 5j - 4k$ ,  $b= -i + 2j + 5k$ ,  $c= 4i - j - 2k$ . Найти угол между векторами  $2a+ b$  и  $c-b$ .

Раздел 2.3: Найти длину высоты  $AH$  треугольника  $ABC$ , если  $A(2;1;1)$ ,  $B(-2;0;1)$  и  $C(0;-1;-2)$ .

Раздел 2.4: Объем тетраэдра  $EFGH$  равен 15,  $F(-1; 0; 0)$ ,  $G(0; 1; 2)$ ,  $H(1; 1; 0)$ . Найти координаты точки  $E$ , если известно, что она лежит на оси  $Oy$ .

**Задания по теме № 3 «Аффинная и прямоугольная системы координат на плоскости и в пространстве»:**

1) Найти площадь треугольника  $ABC$ , если  $A(2; -4)$ ,  $B(-1; 3)$ ,  $C(5; -2)$ .

2) Даны координаты  $(3;-4)$  точки пересечения медиан треугольника и координаты двух его вершин:  $(5; -2)$  и  $(-1;0)$ . Найти площадь треугольника.

**Задания по теме № 4 «Прямая на плоскости»:**

Раздел 4.1: Найти угол наклона к оси  $Ox$  прямой, отсекающей на осях координат отрезки  $a=-4$  и  $b=3$ .

Раздел 4.2: Написать уравнение прямой, проходящей через точку  $A(4;-1)$  и перпендикулярной прямой  $x + 2y - 5 = 0$ .

Раздел 4.3: Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x-y+5=0$  и  $x-y+1=0$  и перпендикулярной прямой  $6x-y=0$ .

**Задания по теме № 5 «Плоскость и прямая в пространстве»:**

Раздел 5.1: Найти угол между плоскостями  $2x - 4z + 1 = 0$  и  $y + 3z - 9 = 0$ .

Раздел 5.2: Прямая задана как пересечение плоскостей  $3x - 2y + z - 9 = 0$  и  $x + y - 4 = 0$ . Написать канонические и параметрические уравнения данной прямой.

Раздел 5.3: Дана четырехугольная пирамида  $SABCD$ ,  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; 3; 4)$ ,  $C(0; -1; 3)$ ,  $D(2;-5;2)$ ,  $S(0; 0; -7)$ .

(a) Найти объем пирамиды  $SABCD$ .

(b) Найти высоту  $SH$  грани  $SAB$ .

(c) Найти высоту  $SK$  пирамиды  $SABCD$ .



**Задания по теме № 6 «Преобразование координат на плоскости и в пространстве»:**

1) Записать формулы преобразования аффинных систем координат на плоскости в каждом из следующих случаев, если даны координаты нового начала и новых координатных векторов в старой системе:

а)  $e'_1=(4, 3)$ ,  $e'_2=(6, 5)$ ,  $O'(3, -1)$ ;

б)  $e'_1=(1, 0)$ ,  $e'_2=(6, 1)$ ,  $O'(2, 5)$ .

2) Дан квадрат ABCD со стороной, равной  $a$ . Пусть направленные прямые AB и AD являются осями координат старой системы (AB — первая ось, AD — вторая). В каждом из следующих случаев написать формулы преобразования прямоугольных декартовых координат, если за новые координатные оси приняты направленные прямые:

а) первая ось AC, вторая ось BD;

б) первая ось CD, вторая ось CB.

**Задания по теме № 7 «Полярные координаты»:**

1) Прямоугольная декартова и полярная система координат связаны так, что начало координат совпадает с полюсом, а ось  $Ox$  — с полярной осью, ось  $Oy$  получается поворотом оси  $Ox$  на  $90^\circ$  против часовой стрелки. Найти прямоугольные координаты следующих точек, если даны их полярные координаты:  $K(6; \pi/2)$ ,  $L(-1; \pi/3)$ ,  $M(2; -\pi/8)$ ,  $N(-3; 0)$ .

**Задания по теме № 8 «Кривые второго порядка»:**

Раздел 8.1: Составить каноническое уравнение эллипса, проходящего через точку  $M(3; -2)$ , если его большая полуось равна 4.

Раздел 8.2: Написать каноническое уравнение гиперболы, расстояние между фокусами которой равно 6, а эксцентриситет равен 2.

Раздел 8.3: Найти расстояние от фокуса параболы  $y^2 = -8x$  до прямой  $5x + 2y - 1 = 0$ .

Раздел 8.4: Дан эллипс  $x^2/20 + y^2/10 = 1$ . Написать уравнение этого эллипса в полярной системе координат, полюс которой находится в одном из фокусов эллипса, а полярная ось направлена в сторону второго фокуса.

Раздел 8.5: Привести следующие уравнения к каноническому виду:

а)  $4x^2 - 25y^2 - 4x - 10y - 1 = 0$ ;

б)  $x^2 - 2xy - y^2 - 4 = 0$ .

**Задания по теме № 9 «Поверхности второго порядка»:**

1) Определить, какую поверхность второго порядка задает в прямоугольной декартовой системе координат уравнение  $2x^2 - 3y^2 - 2z^2 - 8x + 6y + 4z - 21 = 0$ .

2) Найти линию пересечения однополостного гиперболоида  $x^2/16 + y^2/16 - z^2/4 = 1$  плоскостью  $x = 2z - 1$ .

**Контрольная работа № 1****Примеры заданий:**

1. Три последовательные вершины трапеции находятся в точках  $A(-3, -2, -1)$ ,  $B(1, 2, 3)$ ,  $C(9, 6, 4)$ .

Найти четвертую вершину трапеции D, точку M пересечения диагоналей и точку N пересечения боковых сторон, если длина стороны AD равна 27.

2. Найти вектор, получающийся при ортогональном проектировании вектора  $a = (5, 9, 2)$  на прямую с направляющим вектором  $e = (1, 3, -2)$ .

3. В данной системе векторов выбрать базис и найти координаты остальных векторов в этом базисе:

$$a_1 = (1,1,-1), \quad a_2 = (1,-1,1), \quad a_3 = (2,0,0), \quad a_4 = (1,1,1), \quad a_5 = (4,0,4).$$

4. Найти длину высоты тетраэдра ABCD, опущенной из вершины D на грань ABC, если  $A(0,1,1)$ ,  $B(2,3,0)$ ,  $C(1,-1,1)$ ,  $D(1,2,0)$ .

5. Найти вектор  $\mathbf{c}$ , перпендикулярный к вектору  $\mathbf{a} = (0,1,1)$ , образующий с вектором  $\mathbf{b} = (1,1,0)$  угол  $\pi/4$ , имеющий длину 1 и направленный так, чтобы тройка  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  была правой.

6. Векторы  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  образуют угол  $2\pi/3$ . Зная  $|\mathbf{a}| = 1$  и  $|\mathbf{b}| = 1$ , вычислить

$$([\mathbf{2a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} + 2\mathbf{b}], [\mathbf{2a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} + 2\mathbf{b}]).$$

**Ответы к задачам:**

1.  $D(21,10,2)$  б  $M(6,4,11/4)$ ,  $H(3,4,5)$ ;

2.  $\mathbf{p} = 2\mathbf{e} = (2,6,-4)$ ;

3.  $a_1, a_2, a_4$  – базис,  $a_3 = (1,1,0)$ ,  $a_5 = (0,2,2)$ ;

$$4. \frac{3}{\sqrt{41}};$$

$$5. \mathbf{c} = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right);$$

$$6. \frac{27}{4}$$

## Контрольная работа № 2

**Примеры заданий:**

1. Дано уравнение  $2x - 5y - 2 = 0$  стороны треугольника и уравнения  $x - y - 1 = 0$ ,  $2x + 7y - 26 = 0$  медиан, выходящих из вершин треугольника, лежащих на данной стороне. Составить уравнения двух других сторон треугольника.

2. Дано уравнение стороны ромба  $x + 8y + 21 = 0$  и уравнение его диагонали  $x + 3y + 6 = 0$ . Написать уравнения остальных сторон ромба, зная, что точка  $(4,0)$  лежит на стороне, параллельной данной.

3. Даны вершины треугольника  $A(-6,-3)$ ,  $B(-4,3)$ ,  $C(9,2)$ . На внутренней биссектрисе угла A найти такую точку M, чтобы четырехугольник ABMC оказался трапецией.

**Ответы к задачам:**

$$1. 2x - y - 2 = 0, \quad 2x + y - 14 = 0;$$

$$2. x + 8y - 4 = 0, \quad 4x - 7y + 34 = 0, \quad 4x - 7y + 9 = 0;$$

$$3. M_1(2,5), \quad M_2(14,17).$$

## Контрольная работа № 3

**Примеры заданий:**

1. Найти ортогональную проекцию точки  $P(1,-1,1)$  на плоскость  $5x - 3y + 6z + 56 = 0$ .

2. Найти расстояние между двумя прямыми:  $x + 3y - 2z - 8 = 0$ ,  $2x + 6y - 13z + 2 = 0$  и

$$x = -1 + t, \quad y = 1 - t, \quad z = 2 + 2t.$$

3. Установить взаимное расположение плоскостей; если они пересекаются по прямой, то найти параметрические уравнения этой прямой:

$$x = 1 + u - v, \quad y = -1 - u + 2v, \quad z = 1 + 2u - v;$$

$$x = 2 + v, \quad y = 5 + u + 4v, \quad z = 3 + u + 7v.$$

**Ответы к задачам:**

1.  $(-4, 2, -5);$

2.  $\frac{10}{\sqrt{11}};$

3. плоскости параллельны.

### Контрольная работа № 4

**Примеры заданий:**

1. Написать уравнение линии второго порядка, зная ее фокус  $(4, 0)$ , соответствующую ему директрису  $x = 5$  и точку  $(-10, 2)$  на этой линии. Найти второй фокус и вторую директрису.

2. Написать уравнение равнобочной гиперболы, зная ее фокус  $(-1, -1)$  и асимптоту

$$x - y + 4 = 0.$$

3. Определить тип кривой, найти ее каноническое уравнение. Найти главные оси и каноническую систему координат:

$$4x^2 + 24xy + 11y^2 + 64x + 42y + 51 = 0.$$

**Ответы к задачам:**

1.  $\frac{(x+4)^2}{72} - \frac{y^2}{8} = 1, \quad F_2(-12, 0), \quad \delta_2: x = -13;$

2.  $(x+5)^2 - (y+1)^2 = 8, \quad -(x+1)^2 + (y-3)^2 = 8;$

3. Гипербола  $-\frac{x'^2}{1} + \frac{y'^2}{4} = 1$ , центр симметрии  $O'(1, -3)$ , главные направления задаются векторами  $e'_1 = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right), \quad e'_2 = \left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right).$

### Правила выставления оценки по результатам контрольной работы

Оценка по результатам контрольной работы считается по следующему принципу:

- правильно выполненное задание (или пункт задания 3 в первой контрольной работе) – 1 балл;
- частично выполненное задание (или пункт задания 3 в первой контрольной работе) – от 0,1 до 0,9 балла в зависимости от доли решенного правильно;
- далее вычисляется процент, который составляет суммарное количество баллов, набранных студентом за выполнение работы, от максимального количества баллов;
- 95%-100% соответствует оценке «отлично», не менее 80%, но меньше 95% - оценке «хорошо», не менее 60%, но меньше 80% - оценке «удовлетворительно», меньший процент

соответствует оценке «неудовлетворительно» (умения и навыки на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

## **2. Список вопросов и заданий для проведения промежуточной аттестации**

### **Список вопросов к экзамену**

1. Элементы векторной алгебры в пространстве. Направленные отрезки. Векторы. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов и ее свойства. Геометрический смысл линейной зависимости векторов на плоскости и в пространстве. Векторное пространство свободных векторов. Подпространство. Базис. Размерность. Координаты вектора в аффинном базисе.
2. Скалярное произведение векторов на плоскости и в пространстве. Ортонормированный базис. Ортонормированный базис. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Свойства скалярного произведения. Направляющие косинусы.
3. Ориентация пространства. Векторное произведение векторов. Свойства векторного произведения. Выражение векторного произведения векторов через их координаты в правом ортонормированном базисе. Применение векторного произведения для нахождения площади параллелограмма и треугольника. Критерий коллинеарности векторов.
4. Смешанное произведение векторов. Выражение смешанного произведения векторов через их координаты в правом ортонормированном базисе. Свойства смешанного произведения. Применение для вычисления объема параллелепипеда, тетраэдра. Двойное векторное произведение.
5. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Длина отрезка, деление отрезка в данном отношении. Площадь треугольника через координаты его вершин (на плоскости).
6. Прямая на плоскости. Общее уравнение. Частные случаи. Уравнение прямой в отрезках. Направляющий вектор прямой. Векторное уравнение прямой. Каноническое и параметрические уравнения прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Нормированное уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
7. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
8. Пучок прямых на плоскости. Уравнение пучка прямых на плоскости. Теорема о представлении уравнений прямых пучка.
9. Плоскость в пространстве. Общее уравнение. Частные случаи. Уравнение плоскости в отрезках. Векторное и параметрические уравнения плоскости. Нормированное уравнение плоскости.
10. Угол между двумя плоскостями. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Пучок плоскостей в пространстве.
11. Прямая в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве: канонические, векторное и параметрические уравнения прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
12. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между двумя прямыми.
13. Преобразование координат на плоскости и в пространстве. Матрица перехода к новому базису. Связь старых и новых координат. Переход от одной прямоугольной системы координат к другой на плоскости.

14. Переход от одной прямоугольной системы координат к другой в пространстве. Ортогональные матрицы как матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому ортонормированному базису.
15. Кривые второго порядка на плоскости. Эллипс. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы эллипса. Эксцентриситет, фокальные радиусы и директрисы эллипса. Параметрические уравнения эллипса. Касательная к эллипсу в его точке. Оптическое свойство эллипса.
16. Кривые второго порядка на плоскости. Гипербола. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы гиперболы. Эксцентриситет, фокальные радиусы и директрисы гиперболы. Параметрические уравнения гиперболы. Касательная к гиперболе в ее точке. Оптическое свойство гиперболы.
17. Кривые второго порядка на плоскости. Парабола. Определение. Вывод канонического уравнения. Исследование формы параболы. Эксцентриситет, фокальный радиус и директриса параболы. Параметрические уравнения параболы. Касательная к параболе в ее точке. Оптическое свойство параболы.
18. Полярная система координат на плоскости. Связь прямоугольных и полярных координат. Сферические и цилиндрические координаты.
19. Отношение расстояния произвольной точки эллипса (гиперболы, параболы) до фокуса к расстоянию от нее до соответствующей этому фокусу директрисы. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
20. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду и построение ее точек.
21. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Метод сечений. Сфера. Эллипсоид. Гиперболоид (однополостный, двуполостный).
22. Параболоид (эллиптический, гиперболический). Конус второго порядка.
23. Цилиндр второго порядка (эллиптический, гиперболический, параболический). Поверхности вращения.

### **Правила выставления оценки на экзамене**

В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса и задача. На подготовку к ответу дается не менее 1 часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

**Оценка «Отлично»** выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом дисциплины, умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала, грамотно использует терминологию.

**Оценка «Хорошо»** выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

**Оценка «Удовлетворительно»** выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагаются в терминах дисциплины, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

**Оценка «Неудовлетворительно»** выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

## Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Геометрия»

### Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Геометрия» являются лекции; по всем темам предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основные методы дисциплины.

Задания для самостоятельного решения формулируются на лекциях и практических занятиях. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач. Полный список заданий для самостоятельной работы по темам (разделам) дисциплины приведен в ЭУК в LMS Moodle «Аналитическая геометрия (МКН-11БО, ИБ-1БО)». Вопросы, возникающие в процессе или по итогам решения этих задач, можно задать на консультациях и практических занятиях или в форуме (чате) в ЭУК в LMS Moodle.

Для самостоятельной работы, в том числе и повтора разобранного на лекциях и практических занятиях материала, рекомендуется использовать материалы, выложенные в ЭУК в LMS Moodle «Аналитическая геометрия (МКН-11БО, ИБ-1БО)».

В конце изучения дисциплины студенты сдают экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса и задачу. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, в это время предусмотрена и групповая консультация.