

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра алгебры и математической логики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

_____ Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

Рабочая программа дисциплины
Методы и средства криптографической защиты информации

Направление подготовки (специальности)
10.03.01 Информационная безопасность

Направленность (профиль)
«Безопасность компьютерных систем (в сфере информационных технологий)»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 15.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 05.05.2025

1. Цели освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины является овладение базовыми понятиями и методами в области криптографической защиты информации, овладение современным математическим аппаратом, используемым в криптографии для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Методы и средства криптографической защиты информации» относится к обязательной части образовательной программы.

Дисциплина играет важную роль для профессиональной подготовки специалиста. При ее изучении используются знания, полученные при изучении математических дисциплин «Алгебра», "Теория чисел", "Дискретная математика", "Информатика" и "Математическая логика и теория алгоритмов". Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины " Методы и средства криптографической защиты информации", используются обучаемыми при изучении профессиональных и специальных дисциплин.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-9 Способен применять средства криптографической и технической защиты информации для решения задач профессиональной деятельности	И-ОПК-9.1 Понимает корректность криптографических алгоритмов в современных программных комплексах	Знать: - основные задачи, решаемые криптографическими методами; - математические модели шифров, подходы к оценке их стойкости; - основные типы криптопротоколов и принципов их построения с использованием шифрсистем; - основные протоколы идентификации и аутентификации абонентов сети; - защитные механизмы и средства обеспечения сетевой безопасности. Уметь: - корректно использовать криптографические алгоритмы на практике при решении задач криптографическими методами
	И-ОПК-9.2 Способен устанавливать причины, цели и условия изменения свойств алгоритмов и протоколов применительно к конкретным условиям	Уметь: - применять математические методы при исследовании криптографических алгоритмов. Владеть: - навыками использования типовых криптографических алгоритмов; - подходами к разработке и анализу безопасности криптографических протоколов.

Профессиональные компетенции		
ПК-1 Способен применять математические методы для разработки требований к алгоритмам, реализующим современные методы обеспечения информационной безопасности	И-ПК-1.1 Знает основные методы решения задач профессиональной области с применением криптографических протоколов	Знает: основные методы решения задач профессиональной области с применением криптографических протоколов
	И-ПК-1.2 Владеет навыками выбора, установки и настройки криптографических средств защиты информации	Владеет навыками: выбора, установки и настройки криптографических средств защиты информации

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 144 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Вводная лекция	7	1	2				2	Задания для самостоятельной работы
2	Кольца и поля	7	2	6		1		4	Задания для самостоятельной работы
3	Сравнения	7	1	4		1		4	Задания для самостоятельной работы
4	Элементы шифрования. Элементы криптоанализа	7	1	4				2	Задания для самостоятельной работы
5	Модели систем шифрования. Простейшие шифры	7	1	4				2	Задания для самостоятельной работы
6	Группы	7	2	6		1		4	Задания для самостоятельной работы
7	Конечные поля	7	2	4		1		4	Задания для самостоятельной работы

									Контрольная работа №1
8	Дискретный логарифм	7	1	4		1		4	Задания для самостоятельной работы
9	Шифрование с открытым ключом	7	1	4		1		2	Задания для самостоятельной работы
10	Генерация псевдослучайных последовательностей	7	1	4				2	Задания для самостоятельной работы
11	Поточные криптосистемы	7	1	2		1		2	Задания для самостоятельной работы
12	Идентификация и аутентификация	7	1	2				2	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №2
13	Электронная подпись. Электронные платежи	7	1	2		1		2	Задания для самостоятельной работы
						2	0,5	33,5	Экзамен
	ИТОГО		16	48		10	0,5	69,5	

Содержание разделов дисциплины:

1. Вводная лекция

Основные задачи в области обеспечения информационной безопасности, решаемые криптографическими методами. Краткий исторический обзор криптографических методов защиты информации. Исторические примеры шифров: шифр Цезаря, квадрат Полибия, шифр Плейфейра, решетка Кардано, книжный шифр.

2. Кольца и поля

Кольцо целых чисел. Кольцо вычетов. Построение. Поле. Свойства поля. Характеристика поля. Кольцо вычетов по простому и составному модулю. Группа обратимых элементов кольца Z_n . Функция Эйлера. Теорема Эйлера и Малая теорема Ферма. Нахождение обратного элемента в кольце Z_n . Кольцо многочленов $P[x]$, где P – поле. Область целостности, евклидово кольцо. НОД конечной совокупности целых чисел и многочленов из кольца $P[x]$. Алгоритм Евклида. Линейное выражение НОД двух целых чисел и многочленов.

3. Сравнения

Сравнения. Решение сравнений. Китайская теорема об остатках. Решение систем сравнений.

4. Элементы шифрования. Элементы криптоанализа

Алфавит. Оцифровка. Платформы шифрования. Хэш-функции. Функция шифрования. Шифр замены. Блочный шифр. Шифр перестановки. Функция XOR. Шифр Вернама. Гаммирование. Режимы использования блочных шифров. Стандарты блочного шифрования DES и AES. Понятие криптоанализа. Атаки, типы атак. Полный перебор. Частотный анализ.

5. Модели систем шифрования. Простейшие шифры

Вероятностная модель К.Шеннона. Совершенная секретность. Мера теоретической секретности. Аффинный шифр. Шифр Хилла. Шифр Виженера. Их криптостойкость. Тест Казисского определения длины ключа в шифре Виженера.

6. Группы

Группа. Примеры групп: числовые группы, симметрическая группа степени n , матричные группы, группа корней степени n из единицы, группа обратимых элементов кольца Z_n . Цикловая структура перестановки. Подгруппы. Порядок группы. Теорема Лагранжа. Порядок элемента группы, его нахождение. Циклические группы, их классификация. Подгруппы циклической группы. Нахождение образующей циклической группы. Примеры.

Нахождение всех образующих циклической группы. Всякая группа простого порядка – циклическая.

7. Конечные поля

Конечное поле. Количество элементов конечного поля. Простое поле. Конечные простые поля, их характеристика. Идеал коммутативного ассоциативного кольца. Главный идеал. Кольцо главных идеалов. $Z_p[x]$ – кольцо главных идеалов. Алгоритм Евклида в $Z_p[x]$. Классы смежности по идеалу. Факторкольцо. Пример. Существование в $Z_p[x]$ неприводимых многочленов как угодно высокой степени. Построение конечного поля как факторкольца $Z_p[x]$ по идеалу, порожденному неприводимым над Z_p многочленом. Примеры операций в конечном поле, не являющимся простым (сложение, умножение, возведение в степень, нахождение обратного). Мультипликативная группа конечного поля, нахождение ее образующей.

8. Дискретный логарифм

Проблема дискретного логарифма. Протоколы, основанные на трудности нахождения дискретного логарифма: протоколы Диффи - Хеллмана, Масси – Омуры, Эль Гамала. Атаки на дискретный логарифм.

9. Шифрование с открытым ключом

Понятие шифрования с открытым ключом. Криптосистема RSA. Сложные задачи, обеспечивающие криптостойкость RSA. Правильный выбор параметров. Битовая стойкость RSA. Потребность в простых числах. Проверка на простоту, тест Миллера – Рабина. Построение больших простых чисел. Разложимость целых чисел на множители. Метод фактор-баз Ферма.

10. Генерация псевдослучайных последовательностей

Равномерно распределенная случайная последовательность. Понятие псевдослучайной последовательности. Генерация псевдослучайных последовательностей. Линейный и мультипликативный конгруэнтный генераторы. Генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на системе RSA. Генератор псевдослучайных последовательностей Микали – Шнора. Генератор BBS псевдослучайных последовательностей.

11. Поточные криптосистемы

Синхронные и самосинхронизирующиеся поточные криптосистемы. Линейный регистр сдвига с обратной связью. Периодичность его выпускных последовательностей.

12. Идентификация и аутентификация

Понятия идентификации и аутентификации. Доказательство с нулевым разглашением. Протокол Фиата – Шамира.

13. Электронная подпись. Электронные платежи

Основные требования к электронной подписи. Подпись на базе RSA. Электронная подпись Эль Гамала. Слабости алгоритмов. Стандарты электронной подписи. Требования к электронным деньгам. Технология электронного платежа. Историчеки первый пример данной технологии – Master Card.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На

этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:
для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>

- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>

- Электронная библиотечная система «Консультант студента»

<https://www.studentlibrary.ru>

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Лось, А. Б. Криптографические методы защиты информации для изучающих компьютерную безопасность : учебник для вузов / А. Б. Лось, А. Ю. Нестеренко, М. И. Рожков. — 2-е изд., испр. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 473 с. —

- (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12474-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511138>
2. М. М. Глухов, И. А. Круглов, А. Б. Пичкур, А. В. Черемушкин. Введение в теоретико-числовые методы криптографии: учебное пособие — Санкт-Петербург: Лань, 2021. <https://reader.lanbook.com/book/167921>

б) дополнительная литература

1. С. В. Запечников, О. В. Казарин, А. А. Тарасов Криптографические методы защиты информации: учебник для вузов — М.: Издательство Юрайт, 2022. <https://urait.ru/viewer/kriptograficheskie-metody-zaschity-informacii-489487>
2. Аверченков, В. И. Криптографические методы защиты информации / Аверченков В. И. - Москва : ФЛИНТА, 2017. - 215 с. - ISBN 978-5-9765-2947-2. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976529472.html>
3. Масленников М. Е. Практическая криптография. / М. Е. Масленников - СПб.: БХВ-Петербург, 2003. - 456с.
4. Рябко, Б. Я. Криптографические методы защиты информации : учебное пособие для вузов / Рябко Б. Я. , Фионов А. Н. - 2-е издание, стереотип. - Москва : Горячая линия - Телеком, 2012. - 229 с. - ISBN 978-5-9912-0286-2. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785991202862.html>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор(ы):

Доцент кафедры алгебры
и математической логики, к. ф.-м. н.

М. Е. Сорокина

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Методы и средства криптографической защиты информации»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

Задания для самостоятельной работы

(данные задания выполняются студентом самостоятельно
и преподавателем в обязательном порядке не проверяются)

Задания по теме № 1 «Вводная лекция»:

Зашифровать (расшифровать) сообщения шифром Цезаря, шифром квадрат Полибия, шифром Плейфейра, с помощью решетки Кардано.

Задания по теме № 2 «Кольца и поля»:

- 1) Вычислить в Z_{13} : $(5+8*6)^{14}$, 11^{-1} .
- 2) Найти все обратимые элементы кольца Z_{22} .
- 3) Найти остаток от деления 37465^{176} на 31.
- 4) С помощью алгоритма Евклида найти НОД целых чисел $a=278354$ и $b=95634$ и его линейное выражение через a и b .
- 5) С помощью алгоритма Евклида найти НОД многочленов $x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 1$ и $x^3 + x^2 - x - 1$ из кольца $R[x]$ и его линейное выражение через эти многочлены.
- 6) С помощью алгоритма Евклида найти НОД многочленов из кольца $Z_p[x]$ и его линейное выражение через эти многочлены:
 $x^5 + x^4 - x^3 + x - 1$ и $x^3 - x^2 + x - 1$, $p = 3$.

Задания по теме № 3 «Сравнения»:

- 1) Решить сравнения:
 $15x \equiv 21 \pmod{18}$,
 $18x \equiv 12 \pmod{30}$,
 $75x \equiv 54 \pmod{21}$,
 $39x \equiv 5 \pmod{11}$,
 $183x \equiv 93 \pmod{111}$,
 $11x \equiv 15 \pmod{24}$,
 $45x \equiv 21 \pmod{132}$.
- 2) Решить системы сравнений:
$$\begin{cases} 3x \equiv 5 \pmod{14}, \\ 5x \equiv 1 \pmod{9}, \\ 7x \equiv 2 \pmod{25}. \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x \equiv 5 \pmod{21}, \\ 5x \equiv 22 \pmod{31}, \\ 4x \equiv 5 \pmod{29}. \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \equiv 8 \pmod{15}, \\ x \equiv 9 \pmod{13}, \\ x \equiv 5 \pmod{14}. \end{cases}$$

Задания по теме № 4 «Элементы шифрования. Элементы криптоанализа»:

- 1) Алфавит русский. Текст разбит на блоки длины $n=10$. Буквы внутри каждого блока переставляются перестановкой $s=(1\ 5\ 10)(2\ 8\ 3\ 7\ 6)(4\ 9)$. Зашифровать текст, расшифровать текст.
- 2) Представить текст в виде бинарной последовательности и зашифровать его с помощью шифра Вернама, придумав свой ключ.
- 3) Расшифровать данный текст, зашифрованный шифром Вернама, зная ключ шифрования.
- 4) Зашифровать (расшифровать) текст с помощью гаммирования, алфавит русский (английский), оцифровка стандартная.
- 5) Самостоятельно разобрать в представленной литературе стандарты шифрования DES и AES.

Задания по теме № 5 «Модели систем шифрования. Простейшие шифры»:

- 1) Выбрать язык (алфавит) и матрицу шифрования шифром Хилла порядка 3 и зашифровать фразу «Моя фамилия. . .».
- 2) Расшифровать следующий текст, зашифрованный шифром Хилла (алфавит русский – 33 буквы). Известны матрица шифрования порядка 3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

и нулевой вектор, используемые для шифрования. Зашифрованный текст:

Г Н Г Н Ъ Д Л Н В П Ъ М Е Щ Ъ

- 3) Пусть E_1 - шифрование шифром Виженера с длиной ключа 12 и E_2 – шифрование шифром Виженера с длиной ключа 22. Что можно сказать о двукратном шифровании E_1E_2 ?
- 4) Построить шифр Виженера с длиной ключа не менее 5, выбрать фразу длины не менее 50 знаков, оцифровать ее и зашифровать, используя построенный шифр. Привести вычисления длины ключа, использующие тест Казисского, вычислить значения функции Казисского для прореженных текстов. Соответствуют ли вычисления теории?
- 5) Известно, что шифрограмма получена шифром Виженера. Найти длину ключа. Найти ключ. Расшифровать сообщение.

Задания по теме № 6 «Группы»:

- 1) Найти все подгруппы группы а) корней 8-й степени из единицы, б) $(Z^{14}, +)$.
- 2) Найти порядок элемента $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 5 & 10 & 1 & 7 & 3 & 9 & 8 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ группы S_{10} .
- 3) Найти в группе S_4 все элементы порядка 3.
- 4) Выписать группу обратимых элементов кольца Z_{17} . Является ли она циклической? В случае положительного ответа найти все ее образующие.
- 5) То же задание выполнить для кольца Z_{15} .

Задания по теме № 7 «Конечные поля»:

- 1) Построить поле из 27 элементов.
- 2) В построенном поле возвести любые 5 ненулевых неединичных элементов в 10-ю степень.
- 3) Найти обратные к любым 5 неединичным элементам.
- 4) Найти все образующие мультипликативной группы построенного поля.

Задания по теме № 8 «Дискретный логарифм»:

- 1) Вычислить методом Сильвера - Полига - Хеллмана дискретный логарифм элемента 25 в поле F_{41} относительно порождающего элемента $g = 7$.

- 2) Построить поле F_{7^3} . Найти порождающий элемент g его мультипликативной группы. Вычислить дискретный логарифм $\log_g f$ по основанию g элемента $f=5x^2+2x+6$ методом Сильвера - Полига – Хеллмана.
- 3) Построить конкретный протокол Диффи - Хеллмана с платформой F_{27} .

Задания по теме № 9 «Шифрование с открытым ключом»:

- 1) Пусть дана система RSA с модулем $n = 77$. Сколько всего имеется ключей шифрования e ? Сколько из них совпадает со своими ключами дешифрования d ?
- 2) Пусть дана система RSA с модулем $n = 18857$ и ключом шифрования $e = 18421$. Алфавит английский (26 букв) в стандартной нумерации. Единицы исходного текста – 3-графы. Шифрованный текст: 1975, 2416, 5531, 9161, 17705, 280, 10645, 11810, 17908, 15682, 12955, 1775. Найти ключ дешифрования d . Расшифровать.
- 3) Проверить, будет ли простым число 8563496351.
- 4) Разложить на множители число 384628056762.

Задания по теме № 10 «Генерация псевдослучайных последовательностей»:

- 1) Вывести формулу для общего члена последовательности, порождаемой ЛКГ $x_{t+1}=ax_t+b \pmod n$.
- 2) Выяснить, когда ЛКГ из предыдущей задачи порождает последовательность максимального периода.
- 3) Проиллюстрировать работу генератора псевдослучайных последовательностей, основанного на системе RSA, для модуля $n=51$ и ключа шифрования $e=4$.
- 4) Проиллюстрировать работу генератора BBS псевдослучайных последовательностей для модуля $n=243$.

Задания по теме № 11 «Поточные криптосистемы»:

- 1) Показать, что многочлен $f(x)=x^4+x^3+1 \in \mathbb{Z}_2[x]$ неприводим. Будет ли он примитивным? Чему равен период выпускной последовательности LFSR с таким связующим многочленом?
- 2) Проверить, что неприводимый многочлен $f(x)=x^5+x^2+1 \in \mathbb{Z}_2[x]$ является примитивным. Убедиться, что в качестве связующего многочлена он дает выпускную последовательность максимального периода 31, выбрав вектором начальных содержаний $[1, 1, 1, 1, 1]$.
- 3) Построить LFSR максимального периода с длиной регистра 6.

Задания по теме № 12 «Идентификация и аутентификация»:

Продemonстрировать работу протокола Фиата – Шамира на примере $p=5$, $q=11$.

Задания по теме № 13 «Электронная подпись. Электронные платежи»:

- 1) Продemonстрировать выполнение алгоритма электронной подписи на базе RSA. В качестве M , M_s и S взять \mathbb{Z}_n , функция R – сдвиг на одну позицию, $p_A=61$, $q_A=17$, $e_A=101$ – ключ шифрования, документ $m=247$.
- 2) Продemonстрировать выполнение алгоритма электронной подписи Эль Гамала для $p=17$, $a=9$ – долгосрочный ключ. Документ $m=10110$.
- 3) Продemonстрировать технологию электронного платежа на примере Master Card для $p=7$, $q=11$, $e=19$ – открытый ключ шифрования, клиент A выбирает $x=10$.

Контрольная работа № 1

Примеры заданий:

1. Найти $37^{-1} \pmod{91}$.
2. Найти все образующие мультипликативной группы конечного поля \mathbb{F}_8 .

3. Известны исходный текст и текст, полученный из него шифром Хилла. Алфавит английский – 26 букв, занумерованных от 0 до 25. Известно, что матрица шифрования имеет порядок 2. Вектор, используемый при шифровании, неизвестен. Восстановить ключ шифрования.
- cryptography \leftrightarrow 2, 17, 24, 15, 19, 14, 6, 17, 0, 15, 7, 24.

Контрольная работа № 2

Примеры заданий:

1. Пусть $F_{16} = \mathbb{Z}_2[x]/(x^4+x+1)$. Найти в F_{16} обратный элемент к a^3+a^2+1 , где a – образ x при гомоморфизме $\mathbb{Z}_2[x] \rightarrow \mathbb{Z}_2[x]/(x^4+x+1)$.
2. Найти все образующие мультипликативной группы конечного поля F_{11} .
3. Продемонстрировать работу протокола Фиата – Шамира на примере $p=11, q=13$.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по каждому заданию по следующему принципу:

- правильно выполненное задание – 1 балл;
- при выполнении задания правильно применены теоретические факты, понятия и алгоритмы дисциплины, но имеются ошибки в численных расчетах – 0,8 балла;
- при выполнении задания правильно применены теоретические факты, понятия и алгоритмы дисциплины, указан план дальнейшего решения, но задание выполнено не до конца – 0,6 балла;
- при выполнении задания студент обнаруживает ошибки в знании теоретических фактов или понятий дисциплины, применяет неправильный алгоритм действий – 0 баллов.

Набранное количество баллов 3 соответствует оценке «отлично», 2,4 – 2,8 баллов – оценке «хорошо», 1,8 – 2,2 балла – оценке «удовлетворительно», менее 1,8 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения и навыки на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

2. Список вопросов и заданий для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов к экзамену

1. Исторические примеры шифров: шифр Цезаря, квадрат Полибия, решетка Кардано, книжный шифр.
2. Кольцо целых чисел. Область целостности, евклидово кольцо. НОД конечной совокупности целых чисел. Алгоритм Евклида. Линейное выражение НОД двух целых чисел.
3. Кольцо вычетов. Построение. Поле. Свойства поля. Характеристика поля. Кольцо вычетов по простому и составному модулю.
4. Группа обратимых элементов кольца \mathbb{Z}_n . Функция Эйлера. Теорема Эйлера и Малая теорема Ферма. Нахождение обратного элемента в кольце \mathbb{Z}_n .
5. Кольцо $R[x]$, где R – поле. НОД конечной совокупности многочленов из кольца $R[x]$, его линейное выражение.
6. Сравнения. Решение сравнений. Китайская теорема об остатках. Решение систем сравнений.
7. Шифр замены. Шифр перестановки.
8. Шифр Вернама. Гаммирование.
9. Криптоанализ. Полный перебор. Частотный анализ.
10. Теоретическая стойкость шифров по К. Шеннону.
11. Аффинный шифр, шифр Хилла.

12. Шифр Виженера. Тест Казисского и определение с его помощью длины ключа в шифре Виженера. Роторные машины.
13. Группа. Примеры групп: числовые группы, симметрическая группа степени n , матричные группы, группа корней степени n из единицы, группа обратимых элементов кольца Z_n . Цикловая структура перестановки.
14. Подгруппы. Порядок группы. Теорема Лагранжа. Порядок элемента группы, его нахождение.
15. Циклические группы, их классификация. Подгруппы циклической группы. Нахождение образующей циклической группы. Примеры.
16. Нахождение всех образующих циклической группы. Всякая группа простого порядка – циклическая.
17. Конечное поле. Количество элементов конечного поля. Простое поле. Конечные простые поля, их характеристика.
18. Идеал коммутативного ассоциативного кольца. Главный идеал. Кольцо главных идеалов. $Z_p[x]$ – кольцо главных идеалов. Алгоритм Евклида в $Z_p[x]$.
19. Классы смежности по идеалу. Факторкольцо. Пример.
20. Существование в $Z_p[x]$ неприводимых многочленов как угодно высокой степени. Построение конечного поля как факторкольца $Z_p[x]$ по идеалу, порожденному неприводимым над Z_p многочленом.
21. Примеры операций в конечном поле, не являющимся простым (сложение, умножение, возведение в степень, нахождение обратного). Мультипликативная группа конечного поля, нахождение ее образующей.
22. Проблема дискретного логарифма. Примеры.
23. Протокол Диффи - Хеллмана.
24. Протокол Масси – Омуры. Протокол Эль Гамала.
25. Атаки на дискретный логарифм. Алгоритм Сильвера – Полига – Хеллмана.
26. Криптосистема RSA.
27. Сложные задачи, обеспечивающие криптостойкость RSA.
28. Проверка натуральных чисел на простоту. Тест Миллера – Рабина.
29. Построение больших простых чисел.
30. Разложимость целых чисел на множители. Метод фактор-баз Ферма.
31. Генерация псевдослучайных последовательностей. Линейные и мультипликативные конгруэнтные генераторы.
32. Генератор псевдослучайных последовательностей, основанный на системе RSA.
33. Генератор псевдослучайных последовательностей Микали – Шнорра, генератор BBS.
34. Поточные криптосистемы: синхронные, самосинхронизирующиеся.
35. Линейный регистр сдвига с обратной связью (LFSR). Периодичность и статистика выпускных последовательностей LFSR.
36. Идентификация и аутентификация. Пароль, пин, одноразовые пароли, многократная идентификация.
37. Доказательства с нулевым разглашением. Протокол Фиата – Шамира.
38. Электронная подпись. Подпись на базе RSA.
39. Электронная подпись Эль Гамала.
40. Стандарты электронной подписи.
41. Электронные платежи.
42. Стандарт шифрования DES.
43. Стандарт шифрования AES.

Список задач к экзамену

1. Нахождение НОД двух целых чисел с помощью алгоритма Евклида.

2. Нахождение линейного выражения НОД двух целых чисел с помощью обобщенного алгоритма Евклида.
3. Решение систем сравнений при помощи Китайской теоремы об остатках.
4. Действия с вычетами в кольце Z_n (возведение в степень, нахождение обратного).
5. Построение конечного поля и выполнение алгебраических операций в нем.
6. Нахождение образующих элементов мультипликативной группы конечного поля.
7. Нахождение порядка элемента или всех элементов данного порядка мультипликативной группы конечного поля (или мультипликативной группы кольца вычетов по модулю n).

3. Правила выставления оценки на экзамене

В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса и задача. На подготовку к ответу дается не менее 1 часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Оценка «Отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом дисциплины, умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала, грамотно использует терминологию.

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагаются в терминах дисциплины, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Методы и средства криптографической защиты информации»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Методы и средства криптографической защиты информации» являются лекции; по всем темам предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основные методы дисциплины.

Задания для самостоятельного решения формулируются на лекциях и практических занятиях. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач. Полный список заданий для самостоятельной работы по темам (разделам) дисциплины приведен в ЭУК в LMS Moodle «КМЗИ». Вопросы, возникающие в процессе или по итогам решения этих задач, можно задать на консультациях и практических занятиях или в форуме (чате) в ЭУК в LMS Moodle.

Для самостоятельной работы, в том числе и повтора разобранного на лекциях и практических занятиях материала, рекомендуется использовать материалы, выложенные в ЭУК в LMS Moodle «КМЗИ».

В конце изучения дисциплины студенты сдают экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса и задачу. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, в это время предусмотрена и групповая консультация.