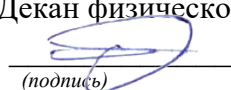


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра цифровых технологий и машинного обучения

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан физического факультета  
  
(подпись) И.С. Огнев

«21» мая 2024 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**«Динамика цифровых колебательных систем»**

Направление подготовки  
03.03.03 Радиофизика

Направленность (профиль)  
Технологии беспроводной связи

Форма обучения  
очная

Программа одобрена  
на заседании кафедры

от «26» апреля 2024 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
физического факультета

протокол № 5 от «30» апреля 2024 года

Ярославль

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является подготовка в области динамических процессов в автономных и неавтономных колебательных системах дискретного времени.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Динамика цифровых колебательных систем» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1.

Дисциплина требует базовых математических знаний и умений из дисциплин «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», «Теория функций комплексной переменной», «Разностные уравнения». Она основывается на знаниях, умениях и навыках, полученных при изучении дисциплин «Радиоэлектроника», «Цифровая электроника», «Цифровые цепи и сигналы» и «Теория колебаний».

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ПК-1 Способен осуществлять сбор и обработку исходных данных для решения поставленных профессиональных задач в области радиофизики, осуществлять поиск, анализ и выбор методов их решения	ИД ПК-1.2 Проводит анализ и обоснованный выбор методов решения профессиональных задач в области радиофизики.	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– основные характеристики динамических систем дискретного времени;</li><li>– методы анализа свободных и вынужденных колебаний в линейных и нелинейных системах дискретного времени;</li><li>– эффекты квантования в цифровых динамических системах.</li></ul> <b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– рассчитывать динамические характеристики цифровых колебательных систем.</li><li>– моделировать динамические процессы дискретного времени на компьютере.</li></ul> <b>Владеть навыками:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>– сравнительного анализа динамических характеристик линейных и нелинейных цифровых колебательных систем, в том числе с учетом эффектов квантования.</li><li>– практической работы с лабораторными макетами цифровых колебательных систем, а также с современной измерительной аппаратурой.</li></ul>

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 144 акад. часов.

Дисциплина реализуется с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ), предоставляемых электронной образовательно-информационной средой ЯрГУ им. П.Г. Демидова – Moodle ЯрГУ.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			<b>Контактная работа</b>						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационн	самостоятель ная работа	
1	Основы теории одномерных точечных отображений	6	4	4	3	1		3	Задание для самостоятельной работы
2	Динамика цифровых рекурсивных систем первого порядка	6	6	4	3	1		3	Задание для самостоятельной работы
3	Динамика линейного цифрового осциллятора	6	8	4	3	1		4	Задание для самостоятельной работы, коллоквиум по темам № 1–3
4	Колебания в нелинейных рекурсивных системах второго порядка	6	10	3	4	1		4	Задание для самостоятельной работы
5	Динамика рекурсивных систем с учетом эффектов квантования	6	8	3	4	1		4	Задание для самостоятельной работы, контрольная работа
	<b>Всего</b>		<b>34</b>	<b>34</b>	<b>17</b>	<b>5</b>		<b>18</b>	
		6				2	0,5	33,5	Экзамен
	<b>Всего с экзаменом</b>		<b>36</b>	<b>34</b>	<b>17</b>	<b>7</b>	<b>0,5</b>	<b>51,5</b>	

### Содержание тем дисциплины

#### Тема №1

#### *Основы теории точечных отображений*

1. Сущность метода точечных отображений. Функция последования. Диаграмма Ламерея. Простые и кратные неподвижные точки.
2. Теоремы Кенигса для простой неподвижной точки и кратного цикла.
3. Следствия теорем 1 и 2 о существовании и единственности кратных циклов точечного отображения и их применение для системы первого порядка.
4. Устойчивость состояния равновесия. Устойчивость периодических движений. Нейтральная устойчивость. Суперустойчивость. Полуустойчивость. Орбитная устойчивость.

#### Тема №2

#### *Динамика цифровых рекурсивных систем первого порядка*

1. Свободные колебания в автономной линейной системе 1-го порядка. Диаграмма и лестница Ламерея. Бифуркационная диаграмма состояний равновесия. Бифуркационная диаграмма периодов колебаний. Анализ устойчивости методом разностных уравнений.
2. Свободные колебания в автономной нелинейной системе 1-го порядка:

- с нелинейностью насыщения. Диаграмма и лестница Ламерея, ( $b_1 > 0$ ,  $b_1 < 0$ ). Бифуркационная диаграмма состояний равновесия. Бифуркационная диаграмма периодов колебаний, ( $b_1 > 0$ ,  $b_1 < 0$ ).

- с пилообразной нелинейностью, ( $b_1 > 0$ ,  $b_1 < 0$ ). Диаграмма и лестница Ламерея. Бифуркационная диаграмма состояний равновесия. Бифуркационная диаграмма периодов колебаний.

### 3. Колебания в рекурсивной системе 1-го порядка при постоянном входном воздействии.

#### 3.1. Колебания в линейной системе при постоянном входном воздействии:

- реакция системы,
- длительность переходного режима,
- диаграмма и лестница Ламерея,
- диаграмма стояний равновесия.

#### 3.2. Колебания в нелинейной системе при постоянном входном воздействии:

- линейный режим при  $b_1 > 0$ , диаграмма и лестница Ламерея, область линейного режима;
- линейный режим при  $b_1 < 0$ , диаграмма и лестница Ламерея, область линейного режима.

*Характеристика сумматора с насыщением:*

- нелинейный режим при  $b_1 > 0$ : диаграмма и лестница Ламерея, длительность переходного режима;

- нелинейный режим при  $b_1 < 0$ : диаграмма и лестница Ламерея, длительность переходного режима;

- бифуркационная диаграмма состояний равновесия рекурсивной системы 1-го порядка с нелинейностью насыщения при постоянном входном воздействии.

*Пилообразная характеристика сумматора:*

- коэффициент цепи  $b_1 > 0$ :

- возникновение колебаний с периодом  $T = 2$ : диаграмма и лестница Ламерея, выражения для инвариантных точек, устойчивость колебаний, уравнения границ и график области параметров ( $b_1, A$ ), соответствующей колебаниям с периодом  $T = 2$ ;

- возникновение колебаний с периодом  $T = 3$ : диаграмма и лестница Ламерея, выражения для инвариантных точек, устойчивость колебаний, уравнения границ и график области параметров ( $b_1, A$ ), соответствующей колебаниям с периодом  $T = 3$ ;

- возникновение колебаний с произвольным периодом  $T$ : выражение для инвариантных точек:  $Y_1(0)$ ,  $Y_1(T-1)$ , уравнения границ. Графики областей параметров ( $b_1, A$ ), соответствующих колебаниям с периодами  $T = 4$  и  $T = 5$ ;

- коэффициент цепи  $b_1 < 0$ : диаграмма и лестницы Ламерея, координаты инвариантных точек при  $A > 0$  и  $A < 0$ . Начальные условия режима фильтрации верхних частот при  $A > 0$  и  $A < 0$ .

### 4. Колебания в линейной рекурсивной системе 1-го порядка при гармоническом входном воздействии: разностное уравнение системы и его решение методом комплексных амплитуд, выражение для комплексной амплитуды реакции системы.

### 5. Колебания в нелинейной рекурсивной системе 1-го порядка при гармоническом входном воздействии:

- разностное уравнение системы;
- методика расчета вынужденных колебаний;
- осциллограммы реакции системы, когда сумматор имеет характеристику с насыщением и пилообразную характеристику;
- расчет коэффициента нелинейных искажений;
- графики зависимости коэффициента нелинейных искажений от частоты, когда сумматор имеет характеристику с насыщением и пилообразную характеристику;
- избирательные свойства нелинейной рекурсивной системе 1-го порядка,
- графики амплитудно-частотных характеристик, когда сумматор имеет характеристику с насыщением и пилообразную характеристику в сравнении с характеристикой линейной системы.

## Тема №3

### *Динамика линейного цифрового осциллятора*

#### 1. Свободные колебания:

1.1. Уравнения свободных колебаний в линейной системе 2-го порядка и их решения в общем виде. Характеристическое уравнение и его корни.

1.2. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения вещественные, с модулем меньше 1. Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

1.3. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения вещественные, с модулем больше 1. Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

1.4. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения вещественные,  $|q_1| > 1$ ,  $|q_2| < 1$ . Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

1.5. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения вещественные,  $|q_1| < 1$ ,  $|q_2| > 1$ . Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

1.6. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения комплексно сопряженные, с модулем меньше 1. Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

1.7. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения комплексно сопряженные, с модулем больше 1. Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

1.8. Бифуркационная диаграмма состояний равновесия линейной системы второго порядка.

1.9. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения комплексно сопряженные, с модулем равным 1. Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

2. Вынужденные колебания в линейной системе 2-го порядка при гармоническом воздействии.

#### *Тема №4*

##### ***Колебания в нелинейных рекурсивных системах второго порядка***

1. Свободные колебания в нелинейных рекурсивных системах второго порядка. Методика анализа:

- структурная схема нелинейной рекурсивной системы второго порядка, разностное уравнение, уравнения состояний;
- разбиение характеристик сумматора;
- разбиение плоскости состояний, уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ .

2. Свободные колебания в системе с нелинейностью с насыщением:

- уравнения движения в областях I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = b_2 = 2/5$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ;
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний;
  - характер движений;
  - область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = -1/2$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний,
  - характер движений,
  - область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = -1$ ,  $b_2 = -1/2$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний,
  - характер движений,

- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;

- движения в системе при  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = 1/2$ :

- уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний,

- характер движений,

- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;

- движения в системе при  $b_1 = -1$ ,  $b_2 = 1/2$ :

- уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний,

- характер движений,

- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;

- движения в системе при  $b_1 = 3/2$ ,  $b_2 = 0$ :

- уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний,

- характер движений,

- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;

- движения в системе при  $b_1 = -3/2$ ,  $b_2 = 0$ :

- уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний,

- характер движений,

- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;

- движения в системе при  $b_1 = 0$ ,  $b_2 = 3/2$ :

- уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний,

- характер движений,

- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;

- движения в системе при  $b_1 = 0$ ,  $b_2 = -3/2$ :

- уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний,

- характер движений,

- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;

- движения в системе при выборе коэффициентов в оставшихся двух областях;

- бифуркационная диаграмма периодов колебаний.

### 3. Свободные колебания в системе с пилообразной нелинейностью:

- уравнения движения в областях I, II и III.

#### 3.1. Колебания с периодом $T = 1$ :

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний;

- характер и уравнения движений, формулы для расчета координат инвариантной точки;

- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая колебаниям с периодом  $T = 1$ .

#### 3.2. Колебания с периодом $T = 2$ :

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний;

- характер и уравнения движений, формулы для расчета координат инвариантных точек;

- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая колебаниям с периодом  $T = 2$ .

### 3.3. Колебания с периодом $T = 3$ :

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний;
- характер и уравнения движений, формулы для расчета координат инвариантных точек;
- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая колебаниям с периодом  $T = 3$ .

### 3.4. Хаотические движения.

## 4. Вынужденные колебания в нелинейной системе при гармоническом воздействии:

- разностное уравнение и уравнения состояний системы;
- методика расчета вынужденных колебаний;
- осциллограммы реакции системы, когда сумматор имеет характеристику с насыщением или пилообразную характеристику;
- расчет коэффициента нелинейных искажений;
- графики зависимости коэффициента нелинейных искажений от частоты, когда сумматор имеет характеристику с насыщением и пилообразную характеристику;
- избирательные свойства нелинейной рекурсивной системы 1-го порядка;
- графики амплитудно-частотных характеристик, когда сумматор имеет характеристику с насыщением или пилообразную характеристику в сравнении с характеристикой линейной системы.

## Тема №5

### *Динамика рекурсивных систем с учетом эффектов квантования*

Исходные положения.

## 1. Методика анализа свободных колебаний и колебаний при постоянном воздействии в рекурсивной системе первого порядка:

- характеристика квантователя (аналитическое выражение и графическое представление),
- понятие вероятности  $P$  установившегося движения  $B$ ,
- уравнение движения,
- функция последования,
- методика анализа процессов,
- уравнение границы областей  $Y_1$  и  $Y_1 + 1$ .

## 2. Свободные колебания в рекурсивной системе первого порядка:

- уравнение движения,
- функция последования,
- коэффициент цепи  $b_1 > 0$ :
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда графики функции последования и биссектрисы  $y_2 = y_1$  пересекаются в начале координат и в точках с абсциссами  $y_1 = \pm 1$ , какому значению коэффициента  $b_1$  это соответствует; вероятности возможных движений; условие существования единственного состояния равновесия – состояния покоя;
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда коэффициент  $b_1 = 4/5$ , возможные неподвижные точки и вероятности возможных колебаний, наиболее вероятные колебания при  $b_1 > 1/2$  и  $N \geq 2$  (аналитические выражения);
  - условия существования равновероятных колебаний  $T = 1(\pm Y_1)$ , где  $Y_1 \in [0, N]$ , вероятность каждого из них; диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея при  $N = 5$ ,  $b_1 = 9/10$ ; интервал значений коэффициента  $b_1$ , когда возможны такие движения;
  - диаграмма мгновенных значений  $Y_1$  и вероятностная диаграмма при  $b_1 > 0$ ,  $L = 11$ ;
- коэффициент цепи  $b_1 < 0$ :
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда графики функции последования и биссектрисы  $y_2 = -y_1$  пересекаются в начале координат и в точках с абсциссами  $y_1 = \pm 1$ , какому значению коэффициента  $b_1$  это соответствует; вероятности возможных движений; условие существования единственного состояния равновесия – состояния покоя;
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда коэффициент  $b_1 = -4/5$ , возможные неподвижные точки и вероятности возможных колебаний, наиболее вероятные колебания при  $b_1 < -1/2$  и  $N \geq 2$  (аналитические выражения);

- условия существования равновероятных колебаний  $T = 2(Y_1 / - Y_1)$ , где  $Y_1 \in [1, N]$ , вероятность каждого из них; диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея при  $N = 5$ ,  $b_1 = -9/10$ ; интервал значений коэффициента  $b_1$ , в котором возможны такие движения;

- диаграмма мгновенных значений  $Y_1$  и вероятностная диаграмма при  $b_1 < 0$ ,  $L = 11$ .

3. Колебания в рекурсивной системе первого порядка при постоянном входном воздействии  $A$ :

- уравнение движения,
- функция последования,
- коэффициент цепи  $b_1 > 0$ :

- диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда коэффициент  $b_1 = 4/5$ ,  $A = 1$ , возможные неподвижные точки и вероятности возможных колебаний; наиболее вероятные колебания вида  $T = 1(Y_1)$  при  $b_1 > 0$  и  $1 \leq A < N$  (аналитические выражения), варианты: а)  $A < Y_1 < N$ , б)  $Y_1 = A$ , в)  $Y_1 = N$ ; колебания в случае  $A = N$ ;

- диаграмма мгновенных значений  $Y_1$  и вероятностная диаграмма при  $b_1 > 0$ ,  $L = 11$ ,  $A = 1$ ;

- графики зависимости  $Y_1(b_1)$  для количества разрядов  $M \in \{3; 5; 10\}$ ;

- коэффициент цепи  $b_1 < 0$ :

- диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда коэффициент  $b_1 = -4/5$ ,  $A = 5$ , возможные неподвижные точки и вероятности возможных колебаний; наиболее вероятные колебания вида  $T = 1(Y_1)$  при  $b_1 < 0$  и  $1 < A \leq N$  (аналитические выражения), варианты: а)  $1 < Y_1 \leq A$ , б)  $Y_1 = 1$ ; колебания в случае  $A = 1$ ;

- диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея при  $L = 11$ , когда  $b_1 = -7/10$ ,  $A = 5$ , возможные неподвижные точки и вероятности возможных колебаний;

- диаграмма мгновенных значений  $Y_1$  и вероятностная диаграмма при  $b_1 < 0$ ,  $L = 11$ ,  $A = 5$ .

4. Метод расчета вынужденных колебаний в рекурсивных системах первого порядка при гармоническом входном воздействии:

- выражение для последовательности инвариантных точек дискретного отображения вынужденных периодических колебаний,

- ключевое соотношение для расчета установившегося режима,

- методика расчета инвариантных точек дискретного отображения вынужденных периодических колебаний,

- расчет спектрального состава реакции системы в случаях целого и нецелого  $T$ ,

- расчет коэффициента нелинейных искажений, вносимых нелинейной динамической системой, в случаях целого и нецелого  $T$ ,

- расчет амплитудно-частотной характеристики системы, анализ влияния эффектов квантования на избирательные свойства нелинейной динамической системы.

5. Вынужденные колебания в рекурсивной системе первого порядка при гармоническом входном воздействии:

- уравнение движения,

- ключевое соотношение для расчета установившегося режима,

- методика расчета инвариантных точек в случаях целого и нецелого  $T$ ,

- осциллограммы вынужденных колебаний при  $b_1 = 0,8$ ,  $L \in \{3; 13; 21\}$ ,

- расчет спектрального состава и коэффициента нелинейных искажений, графики зависимости коэффициента нелинейных искажений от частоты входного сигнала при  $b_1 = 0,8$ ,  $L \in \{9; 25; 33\}$ , анализ влияния эффектов квантования на нелинейные искажения сигналов;

- графики амплитудно-частотных характеристик системы при  $b_1 = 0,8$ ,  $L \in \{9; 25; 33\}$ , анализ влияния эффектов квантования на избирательные свойства нелинейной рекурсивной системы первого порядка.

6. Вынужденные колебания в рекурсивной системе второго порядка при гармоническом входном воздействии:

- уравнение движения,

- уравнение состояний,

- ключевое соотношение для расчета установившегося режима,

- методика расчета инвариантных точек в случаях целого и нецелого  $T$ ,



- осциллограммы вынужденных колебаний при  $b_1 = 1,1$ ,  $b_2 = -0,8$ ,  $L \in \{8; 38; 60\}$ ;
- расчет спектрального состава и коэффициента нелинейных искажений, графики зависимости коэффициента нелинейных искажений от частоты входного сигнала при  $b_1 = 1,2$ ,  $b_2 = -0,8$ ,  $L \in \{21; 37; 51\}$ , анализ влияния эффектов квантования на нелинейные искажения сигналов;
- графики амплитудно-частотных характеристик системы при  $b_1 = 1,2$ ,  $b_2 = -0,8$ ,  $L \in \{21; 37; 51\}$ , анализ влияния эффектов квантования на избирательные свойства нелинейной рекурсивной системы второго порядка.

## 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения проводятся практические и лабораторные занятия, в ходе которых используются следующие типы занятий и образовательные технологии.

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Задействованы:

- интерактивная лекция.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению знаний, полученных на лекциях.

Задействованы:

- решение задач;
- коллективная мыслительная деятельность, в т.ч. мозговой штурм;
- анализ конкретных ситуаций.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

**Учебный курс «Динамика цифровых колебательных систем» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ**, в котором в процессе прохождения тем дисциплины:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
- представлены файлы конкретных тем;
- тесты для прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;

- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.
- представлены записи видео лекций по отдельным темам дисциплины;
- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов (ответы на вопросы, тестирование);
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

#### **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

#### **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

#### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

##### **а) основная литература**

1. Брюханов Ю. А. Динамика цифровых колебательных систем: учеб. пособие для вузов. - 3-е изд., перераб. и доп. – М.:Горячая линия - Телеком 2019. - 142 с. Электронный вариант: <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20050704.pdf>

##### **б) дополнительная литература**

1. Брюханов Ю. А. Цифровые цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Горячая линия - Телеком, 2018. - 160 с.
2. Щетинин Ю. И. Анализ и обработка сигналов в среде MATLAB: учеб. пособие. - Новосибирск: НГТУ, 2011

##### **в) ресурсы сети «Интернет»:**

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).
2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://www.edu.ru> (раздел Учебно-методическая библиотека) или по прямой ссылке <http://window.edu.ru/library>).

#### **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);

- учебные аудитории для проведения лабораторных работ;
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ, а также материалам онлайн курса «Динамика цифровых колебательных систем», размещённого на электронной образовательно-информационной среде ЯрГУ им. П.Г. Демидова – Moodle ЯрГУ.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Авторы:

Зав. кафедрой инфокоммуникаций и  
радиофизики, д.т.н.

*должность, ученая степень*

Ю.А. Брюханов

*И.О. Фамилия*

Ассистент кафедры инфокоммуникаций и  
радиофизики

*должность, ученая степень*

А.А. Лебедев

*И.О. Фамилия*

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Динамика цифровых колебательных систем»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,  
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Задания для самостоятельной работы**

**Задание для самостоятельной работы по темам № 1–2**

1. Для случая свободных колебаний в линейной цифровой рекурсивной системе первого порядка выполнить построение диаграмм и лестниц Ламерея, бифуркационных диаграмм состояний равновесия и периодов колебаний.
2. Для случая свободных колебаний в нелинейной цифровой рекурсивной системе первого порядка с характеристикой сумматора с насыщением выполнить построение диаграмм и лестниц Ламерея, бифуркационных диаграмм состояний равновесия и периодов колебаний.
3. Для случая свободных колебаний в нелинейной цифровой рекурсивной системе первого порядка с пилообразной характеристикой сумматора выполнить построение диаграмм и лестниц Ламерея, бифуркационных диаграмм состояний равновесия и периодов колебаний.
4. Для случая свободных колебаний в нелинейной цифровой рекурсивной системе первого порядка с характеристикой сумматора с обнулением выполнить построение диаграмм и лестниц Ламерея, бифуркационных диаграмм состояний равновесия и периодов колебаний.
5. Дана рекурсивная цепь первого порядка при постоянном внешнем воздействии. Получить общее решение, соответствующее разностному уравнению, и проанализировать его.
6. Дана рекурсивная цепь первого порядка при постоянном внешнем воздействии. Получить формулу для расчета длительности переходных процессов в линейном случае.
7. Дана рекурсивная цепь первого порядка при постоянном внешнем воздействии. Дать определение линейного и нелинейного режима колебаний. Вывести область значений параметров  $A$  (внешнее воздействие) и  $b_1$ , соответствующую линейному режиму.
8. Дана нелинейная рекурсивная цепь первого порядка с нелинейностью сумматора с насыщением при постоянном внешнем воздействии. Получить формулу для расчета длительности переходных процессов.
9. Построить и сравнить бифуркационные диаграммы состояний равновесия в линейной и нелинейной рекурсивной цепи первого порядка с нелинейностью сумматора с насыщением при постоянном внешнем воздействии
10. Дана рекурсивная цепь первого порядка при постоянном внешнем воздействии. Для случая пилообразной характеристики сумматора установить связь между периодом  $T$  колебаний, возникающих в системе, параметром  $b_1$  и величиной внешнего воздействия  $A$ . Период  $T = 1, 2, 3$ .

### **Задание для самостоятельной работы по теме № 3**

1. Дана рекурсивная цепь второго порядка, рассматриваемая при нулевом входном воздействии. Получить общее решение, соответствующее разностному уравнению, и проанализировать его.
2. Дан линейный цифровой осциллятор. Рассчитайте границы областей бифуркационного портрета, соответствующие особым точкам типа устойчивый узел. Построить примеры траекторий движения на плоскости состояний.
3. Дан линейный цифровой осциллятор. Рассчитайте границы областей бифуркационного портрета, соответствующие особым точкам типа неустойчивый узел. Построить примеры траекторий движения на плоскости состояний.
4. Дан линейный цифровой осциллятор. Рассчитайте границы областей бифуркационного портрета, соответствующие особым точкам типа седло. Построить примеры траекторий движения на плоскости состояний.
5. Дан линейный цифровой осциллятор. Рассчитайте границы областей бифуркационного портрета, соответствующие особым точкам типа устойчивый фокус. Построить примеры траекторий движения на плоскости состояний.
6. Дан линейный цифровой осциллятор. Рассчитайте границы областей бифуркационного портрета, соответствующие особым точкам типа неустойчивый фокус. Построить примеры траекторий движения на плоскости состояний.

### **Задание для самостоятельной работы по теме № 4**

1. Определить параметры (коэффициенты) автономной рекурсивной системы второго порядка с характеристикой сумматора с насыщением, при которых в системе существуют затухающие свободные колебания.
2. Определить параметры (коэффициенты) автономной рекурсивной системы второго порядка с пилообразной характеристикой сумматора, при которых в системе существуют затухающие свободные колебания.
3. Определить параметры (коэффициенты) автономной рекурсивной системы второго порядка с характеристикой сумматора с насыщением, при которых в системе существуют периодические колебания с периодом  $T = 1, 2, 3$  и  $4$ .
4. Определить параметры (коэффициенты) автономной рекурсивной системы второго порядка с пилообразной характеристикой сумматора, при которых в системе существуют периодические колебания с периодом  $T = 1, 2$  и  $3$ .
5. Построить бифуркационную диаграмму периодов свободных колебаний для случая цифровой рекурсивной системы второго порядка с нелинейностью насыщения.
6. Построить бифуркационную диаграмму периодов свободных колебаний для случая цифровой рекурсивной системы второго порядка с пилообразной нелинейностью.

### **Задание для самостоятельной работы по теме № 5**

1. Построить примеры лестниц Ламерея и осциллограмм свободных колебания в цифровом рекурсивном фильтре нижних частот первого порядка с округлением результатов сложения.
2. Построить примеры лестниц Ламерея и осциллограмм свободных колебания в цифровом рекурсивном фильтре верхних частот первого порядка с округлением результатов сложения.
3. Построить бифуркационную диаграмму периодов колебаний  $T(b_1)$  с указанием видов свободных колебаний в цифровом рекурсивном фильтре нижних частот первого порядка с округлением результатов сложения.

4. Построить бифуркационную диаграмму периодов колебаний  $T(b_1)$  с указанием видов свободных колебаний в цифровом рекурсивном фильтре верхних частот первого порядка с округлением результатов сложения.

5. Построить вероятностную диаграмму  $P(b_1)$  для случая свободных колебания в цифровом рекурсивном фильтре нижних частот первого порядка с округлением результатов сложения.

6. Построить вероятностную диаграмму  $P(b_1)$  для случая свободных колебания в цифровом рекурсивном фильтре верхних частот первого порядка с округлением результатов сложения.

7. Повторить задачи № 1–6 для случая вынужденных колебаний при постоянном входном воздействии.

### Критерии оценивания домашних заданий, ответов на вопросы, решений задач

Показатели	Критерии
Ответ	Верный, с правильными единицами измерения (для размерных величин).
Формулы	Корректные, применимые в условиях данной задачи, в стандартных обозначениях или обозначения раскрыты.
Решение	Имеются приводящие к ответу выкладки.
Графики	Построенная зависимость имеет верный вид, по осям указаны аргумент и имя функции со своими единицами, есть шкалы на осях, нанесены контрольные метки, соответствующие заданию.
Схемы	Представлен правильный набор элементов или блоков в стандартных обозначениях, правильно соединённых друг с другом, указаны их номиналы (если это возможно по имеющимся данным), указаны места соединения или шины.
Объяснения (ответы на смысловые вопросы)	Даны развёрнутые, корректные ответы на все вопросы, с отсылками к наименованиям и формулировкам законов, указанием методов, аргументация логичная.

#### Шкала оценивания:

0 баллов – полное отсутствие критерия, работа не сдана в срок;

1-4 балла – частичное выполнение критерия;

5 - 7 баллов – (в основном) выполнение критерия,

8-10 баллов -полное выполнение критерия

Суммируются баллы за каждое задание.

Оценка проставляется по количеству набранных баллов:

менее 50% от максимально возможного количества баллов - неудовлетворительно,

от 51 до 69% от максимально возможного количества баллов - удовлетворительно,

70-85% от максимально возможного количества баллов - хорошо,

86-100% от максимально возможного количества баллов – отлично.

**ВНИМАНИЕ!!! При рейтинговой системе оценки знаний все виды заданий должны быть выполнены студентом в течение семестра по установленным преподавателем срокам на каждое задание.**

### Контрольная работа

#### Вариант № 1

1. Дать определения понятиям: бифуркация, бифуркационный портрет. В качестве иллюстрации привести бифуркационный портрет автономной системы 1-го порядка с линейной характеристикой сумматора. Пояснить все обозначения.

2. Сформулировать теорему Кенигса для простой неподвижной точки и кратного цикла.
3. Дать определение понятиям: устойчивость, нейтральная устойчивость, суперустойчивость. Привести примеры диаграмм и лестниц Ламерея, соответствующих устойчивым, нейтрально устойчивым, суперустойчивым, неустойчивым простым и кратным неподвижным точкам для системы, рассмотренной в задаче 1.
4. Дан линейный цифровой осциллятор. Рассчитайте границы областей бифуркационного портрета, соответствующие особым точкам типа неустойчивый узел.
5. Дана рекурсивная цепь первого порядка при постоянном внешнем воздействии. Получить общее решение, соответствующее разностному уравнению, и проанализировать его.
6. Построить бифуркационную диаграмму периодов свободных колебаний для случая цифровой рекурсивной системы второго порядка с нелинейностью насыщения.
7. Построить примеры лестниц Ламерея и осциллограмм свободных колебания в цифровом рекурсивном фильтре нижних частот первого порядка с округлением результатов сложения.

## Вариант 2

1. Дать определения понятиям: бифуркация, бифуркационный портрет. В качестве иллюстрации привести бифуркационный портрет автономной системы 1-го порядка с нелинейностью типа обнуление. Пояснить все обозначения.
2. Что такое диаграмма и лестница Ламерея?
3. Дать определение понятиям: устойчивость, нейтральная устойчивость, суперустойчивость. Привести примеры диаграмм и лестниц Ламерея, соответствующих устойчивым, нейтрально устойчивым, суперустойчивым, неустойчивым простым и кратным неподвижным точкам для системы, рассмотренной в задаче 1.
4. Дан линейный цифровой осциллятор. Рассчитайте границы областей бифуркационного портрета, соответствующие особым точкам типа устойчивый узел.
5. Дана рекурсивная цепь первого порядка при постоянном внешнем воздействии. Получить формулу для расчета длительности переходных процессов в линейном случае.
6. Определить параметры (коэффициенты) автономной рекурсивной системы второго порядка с характеристикой сумматора с насыщением, при которых в системе существуют затухающие свободные колебания.
7. Построить бифуркационную диаграмму периодов колебаний  $T(b_1)$  с указанием видов свободных колебаний в цифровом рекурсивном фильтре нижних частот первого порядка с округлением результатов сложения.

## Вариант 3

1. Дать определения понятиям: бифуркация, бифуркационный портрет. В качестве иллюстрации привести бифуркационный портрет автономной системы 1-го порядка с нелинейностью типа насыщение. Пояснить все обозначения.
2. Что такое простые неподвижные точки?
3. Дать определение понятиям: устойчивость, нейтральная устойчивость, суперустойчивость. Привести примеры диаграмм и лестниц Ламерея, соответствующих устойчивым, нейтрально устойчивым, суперустойчивым, неустойчивым простым и кратным неподвижным точкам для системы, рассмотренной в задаче 1.
4. Дан линейный цифровой осциллятор. Рассчитайте границы областей бифуркационного портрета, соответствующие особым точкам типа седло. При расчете может быть выбран любой из двух возможных вариантов седла.
5. Дана рекурсивная цепь первого порядка при постоянном внешнем воздействии. Дать определение линейного и нелинейного режима колебаний. Вывести область значений параметров  $A$  (внешнее воздействие) и  $b_1$ , соответствующую линейному режиму.
6. Построить бифуркационную диаграмму периодов свободных колебаний для случая цифровой рекурсивной системы второго порядка с пилообразной нелинейностью.

7. Построить примеры лестниц Ламерея и осциллограмм свободных колебания в цифровом рекурсивном фильтре верхних частот первого порядка с округлением результатов сложения.

#### Вариант 4

1. Дать определения понятиям: бифуркация, бифуркационный портрет. В качестве иллюстрации привести бифуркационный портрет автономной системы 1-го порядка с пилообразной нелинейностью. Пояснить все обозначения.
2. Что такое кратные неподвижные точки.
3. Дать определение понятиям: устойчивость, нейтральная устойчивость, суперустойчивость. Привести примеры диаграмм и лестниц Ламерея, соответствующих устойчивым, нейтрально устойчивым, суперустойчивым, неустойчивым простым и кратным неподвижным точкам для системы, рассмотренной в задаче 1.
4. Дан линейный цифровой осциллятор. Рассчитайте границы областей бифуркационного портрета, соответствующие особым точкам типа устойчивый и неустойчивый фокусы.
5. Дана рекурсивная цепь первого порядка при постоянном внешнем воздействии. Для случая пилообразной характеристики сумматора установить связь между периодом  $T$  колебаний, возникающих в системе, параметром  $b_1$  и величиной внешнего воздействия  $A$ . Период  $T = 3$ .
6. Определить параметры (коэффициенты) автономной рекурсивной системы второго порядка с пилообразной характеристикой сумматора, при которых в системе существуют затухающие свободные колебания.
7. Построить бифуркационную диаграмму периодов колебаний  $T(b_1)$  с указанием видов свободных колебаний в цифровом рекурсивном фильтре верхних частот первого порядка с округлением результатов сложения.

#### Критерии оценивания контрольной работы

Критерии оценивания контрольной работы совпадают с критериями оценивания заданий для самостоятельной работы.

#### Коллоквиум

Для проведения коллоквиума по темам № 1–3 предлагается воспользоваться приведенным ниже списком вопросов к экзамену (вопросы 1–12).

#### Критерии оценивания ответов на вопросы коллоквиума

Критерий	Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)	Продвинутый уровень (на «хорошо»)	Высокий уровень (на «Отлично»)
Соответствие ответа вопросу	Хотя бы частичное (не относящееся к вопросу не подлежит проверке)	Полное	Полное
Полнота ответа	Вопрос раскрыт на 50 и более %	Ответ почти полный, без ошибок, не хватает отдельных элементов и тонкостей	Ответ полный и без ошибок

#### 2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации



## 1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

По итогам изучения дисциплины в конце семестра проводится экзамен.

### Список вопросов для экзамена

1. Сущность метода точечных отображений. Функция последования. Диаграмма Ламерея. Простые и кратные неподвижные точки.
2. Теоремы Кенигса для простой неподвижной точки и кратного цикла.
3. Следствия теорем 1 и 2 о существовании и единственности кратных циклов точечного отображения и их применение для системы первого порядка.
4. Устойчивость состояния равновесия. Устойчивость периодических движений. Нейтральная устойчивость. Суперустойчивость. Полуустойчивость. Орбитная устойчивость.
5. Свободные колебания в автономной линейной системе 1-го порядка. Диаграмма и лестница Ламерея. Бифуркационная диаграмма состояний равновесия. Бифуркационная диаграмма периодов колебаний. Анализ устойчивости методом разностных уравнений.
6. Свободные колебания в автономной нелинейной системе 1-го порядка:
  - с нелинейностью насыщения. Диаграмма и лестница Ламерея, ( $b_1 > 0$ ,  $b_1 < 0$ ). Бифуркационная диаграмма состояний равновесия. Бифуркационная диаграмма периодов колебаний ( $b_1 > 0$ ,  $b_1 < 0$ ).
  - с пилообразной нелинейностью ( $b_1 > 0$ ,  $b_1 < 0$ ). Диаграмма и лестница Ламерея. Бифуркационная диаграмма состояний равновесия. Бифуркационная диаграмма периодов колебаний.
7. Колебания в рекурсивной системе 1-го порядка при постоянном входном воздействии.
  - 7.1. Колебания в линейной системе при постоянном входном воздействии:
    - реакция системы,
    - длительность переходного режима,
    - диаграмма и лестница Ламерея,
    - диаграмма состояний равновесия.
  - 7.2. Колебания в нелинейной системе при постоянном входном воздействии:
    - линейный режим при  $b_1 > 0$ , диаграмма и лестница Ламерея, область линейного режима;
    - линейный режим при  $b_1 < 0$ , диаграмма и лестница Ламерея, область линейного режима.

*Характеристика сумматора с насыщением:*

  - нелинейный режим при  $b_1 > 0$ : диаграмма и лестница Ламерея, длительность переходного режима;
  - нелинейный режим при  $b_1 < 0$ : диаграмма и лестница Ламерея, длительность переходного режима;
  - бифуркационная диаграмма состояний равновесия рекурсивной системы 1-го порядка с нелинейностью насыщения при постоянном входном воздействии.

*Пилообразная характеристика сумматора:*

  - коэффициент цепи  $b_1 > 0$ :
    - возникновение колебаний с периодом  $T=2$ : диаграмма и лестница Ламерея, выражения для инвариантных точек, устойчивость колебаний, уравнения границ и график области параметров ( $b_1, A$ ), соответствующей колебаниям с периодом  $T=2$ ;
    - возникновение колебаний с периодом  $T=3$ : диаграмма и лестница Ламерея, выражения для инвариантных точек, устойчивость колебаний, уравнения границ и график области параметров ( $b_1, A$ ), соответствующей колебаниям с периодом  $T=3$ ;

- возникновение колебаний с произвольным периодом  $T$ : выражение для инвариантных точек:  $Y_1(0)$ ,  $Y_1(T-1)$ , уравнения границ. Графики областей параметров  $(b_1, A)$ , соответствующих колебаниям с периодами  $T = 4$  и  $T = 5$ ;

- коэффициент цепи  $b_1 < 0$ : диаграмма и лестницы Ламерея, координаты инвариантных точек при  $A > 0$  и  $A < 0$ . Начальные условия режима фильтрации верхних частот при  $A > 0$  и  $A < 0$ .

8. Колебания в линейной рекурсивной системе 1-го порядка при гармоническом входном воздействии: разностное уравнение системы и его решение методом комплексных амплитуд, выражение для комплексной амплитуды реакции системы.

9. Колебания в нелинейной рекурсивной системе 1-го порядка при гармоническом входном воздействии:

- разностное уравнение системы;
- методика расчета вынужденных колебаний;
- осциллограммы реакции системы, когда сумматор имеет характеристику с насыщением и пилообразную характеристику;
- расчет коэффициента нелинейных искажений;
- графики зависимости коэффициента нелинейных искажений от частоты, когда сумматор имеет характеристику с насыщением и пилообразную характеристику;
- избирательные свойства нелинейной рекурсивной системе 1-го порядка,
- графики амплитудно-частотных характеристик, когда сумматор имеет характеристику с насыщением и пилообразную характеристику в сравнении с характеристикой линейной системы.

10. Свободные колебания в линейном цифровом осцилляторе:

10.1. Уравнения свободных колебаний в линейной системе 2-го порядка и их решения в общем виде. Характеристическое уравнение и его корни.

10.2. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения вещественные, с модулем меньшим 1. Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

10.3. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения вещественные, с модулем большим 1. Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

10.4. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения вещественные,  $|q_1| > 1$ ,  $|q_2| < 1$ . Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

10.5. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения вещественные,  $|q_1| < 1$ ,  $|q_2| > 1$ . Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

10.6. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения комплексно сопряженные, с модулем меньшим 1. Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

10.7. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения комплексно сопряженные, с модулем большим 1. Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

10.8. Бифуркационная диаграмма состояний равновесия линейной системы второго порядка.

10.9. Свободные колебания в линейной системе 2-го порядка, когда корни характеристического уравнения комплексно сопряженные, с модулем равным 1. Область параметров. Тип состояния равновесия. Траектория движения.

11. Вынужденные колебания в линейном цифровом осцилляторе при гармоническом воздействии.

12. Свободные колебания в нелинейных рекурсивных системах второго порядка. Методика анализа:

- структурная схема нелинейной рекурсивной системы второго порядка, разностное уравнение, уравнения состояний;
- разбиение характеристик сумматора;
- разбиение плоскости состояний, уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ .

13. Свободные колебания в системе второго порядка с нелинейностью с насыщением:

- уравнения движения в областях I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = b_2 = 2/5$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ;
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний;
  - характер движений;
  - область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = 1, b_2 = -1/2$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний,
  - характер движений,
  - область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = -1, b_2 = -1/2$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний,
  - характер движений,
  - область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = 1, b_2 = 1/2$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний,
  - характер движений,
  - область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = -1, b_2 = 1/2$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний,
  - характер движений,
  - область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = 3/2, b_2 = 0$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний,
  - характер движений,
  - область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = -3/2, b_2 = 0$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний,
  - характер движений,
  - область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = 0, b_2 = 3/2$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний,

- характер движений,
- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при  $b_1 = 0, b_2 = -3/2$ :
  - уравнения разделительных линий  $MN$  и  $PG$ ,
  - расположение областей I, II и III на плоскости состояний,
  - характер движений,
  - область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая данному расположению областей I, II и III;
- движения в системе при выборе коэффициентов в оставшихся двух областях;
- бифуркационная диаграмма периодов колебаний.

#### 14. Свободные колебания в системе второго порядка с пилообразной нелинейностью:

- уравнения движения в областях I, II и III.

##### 14.1. Колебания с периодом $T = 1$ :

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний;
- характер и уравнения движений, формулы для расчета координат инвариантной точки;
- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая колебаниям с периодом  $T = 1$ .

##### 14.2. Колебания с периодом $T = 2$ :

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний;
- характер и уравнения движений, формулы для расчета координат инвариантных точек;
- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая колебаниям с периодом  $T = 2$ .

##### 14.3. Колебания с периодом $T = 3$ :

- расположение областей I, II и III на плоскости состояний;
- характер и уравнения движений, формулы для расчета координат инвариантных точек;
- область значений коэффициентов  $b_1$  и  $b_2$ , соответствующая колебаниям с периодом  $T = 3$ .

##### 14.4. Хаотические движения.

#### 15. Вынужденные колебания в нелинейной системе второго порядка при гармоническом воздействии:

- разностное уравнение и уравнения состояний системы;
- методика расчета вынужденных колебаний;
- осциллограммы реакции системы, когда сумматор имеет характеристику с насыщением или пилообразную характеристику;
- расчет коэффициента нелинейных искажений;
- графики зависимости коэффициента нелинейных искажений от частоты, когда сумматор имеет характеристику с насыщением и пилообразную характеристику;
- избирательные свойства нелинейной рекурсивной системы 1-го порядка;
- графики амплитудно-частотных характеристик, когда сумматор имеет характеристику с насыщением или пилообразную характеристику в сравнении с характеристикой линейной системы.

#### 16. Методика анализа свободных колебаний и колебаний при постоянном воздействии в рекурсивной системе первого порядка с учетом эффектов квантования:

- характеристика квантователя (аналитическое выражение и графическое представление),
- понятие вероятности  $P$  установившегося движения  $B$ ,
- уравнение движения,
- функция последования,

- методика анализа процессов,
- уравнение границы областей  $Y_1$  и  $Y_1 + 1$ .

17. Свободные колебания в рекурсивной системе первого порядка с учетом эффектов квантования:

- уравнение движения,
- функция последования,
- коэффициент цепи  $b_1 > 0$ :
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда графики функции последования и биссектрисы  $y_2 = y_1$  пересекаются в начале координат и в точках с абсциссами  $y_1 = \pm 1$ , (какому значению коэффициента  $b_1$  это соответствует?); вероятности возможных движений; условие существования единственного состояния равновесия – состояния покоя;
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда коэффициент  $b_1 = 4/5$ , возможные неподвижные точки и вероятности возможных колебаний, наиболее вероятные колебания при  $b_1 > 1/2$  и  $N \geq 2$  (аналитические выражения);
  - условия существования равновероятных колебаний  $T = 1(\pm Y_1)$ , где  $Y_1 \in [0, N]$ , вероятность каждого из них; диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея при  $N = 5$ ,  $b_1 = 9/10$ ; интервал значений коэффициента  $b_1$ , когда возможны такие движения;
  - диаграмма мгновенных значений  $Y_1$  и вероятностная диаграмма при  $b_1 > 0$ ,  $L = 11$ ;
- коэффициент цепи  $b_1 < 0$ :
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда графики функции последования и биссектрисы  $y_2 = -y_1$  пересекаются в начале координат и в точках с абсциссами  $y_1 = \pm 1$ , (какому значению коэффициента  $b_1$  это соответствует?); вероятности возможных движений; условие существования единственного состояния равновесия – состояния покоя;
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда коэффициент  $b_1 = -4/5$ , возможные неподвижные точки и вероятности возможных колебаний, наиболее вероятные колебания при  $b_1 < -1/2$  и  $N \geq 2$  (аналитические выражения);
  - условия существования равновероятных колебаний  $T = 2(Y_1/-Y_1)$ , где  $Y_1 \in [1, N]$ , вероятность каждого из них; диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея при  $N = 5$ ,  $b_1 = -9/10$ ; интервал значений коэффициента  $b_1$ , в котором возможны такие движения;
  - диаграмма мгновенных значений  $Y_1$  и вероятностная диаграмма при  $b_1 < 0$ ,  $L = 11$ .

18. Колебания в рекурсивной системе первого порядка с учетом эффектов квантования при постоянном входном воздействии  $A$ :

- уравнение движения,
- функция последования,
- коэффициент цепи  $b_1 > 0$ :
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда коэффициент  $b_1 = 4/5$ ,  $A = 1$ , возможные неподвижные точки и вероятности возможных колебаний; наиболее вероятные колебания вида  $T = 1(Y_1)$  при  $b_1 > 0$  и  $1 \leq A < N$  (аналитические выражения), варианты: а)  $A < Y_1 < N$ , б)  $Y_1 = A$ , в)  $Y_1 = N$ ; колебания в случае  $A = N$ ;
  - диаграмма мгновенных значений  $Y_1$  и вероятностная диаграмма при  $b_1 > 0$ ,  $L = 11$ ,  $A = 1$ ;
- графики зависимости  $Y_1(b_1)$  для количества разрядов  $M \in \{3; 5; 10\}$ ;
- коэффициент цепи  $b_1 < 0$ :
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея, когда коэффициент  $b_1 = -4/5$ ,  $A = 5$ , возможные неподвижные точки и вероятности возможных колебаний; наиболее вероятные колебания вида  $T = 1(Y_1)$  при  $b_1 < 0$  и  $1 < A \leq N$  (аналитические выражения), варианты: а)  $1 < Y_1 \leq A$ , б)  $Y_1 = 1$ ; колебания в случае  $A = 1$ ;
  - диаграмма Ламерея и лестницы Ламерея при  $L = 11$ , когда  $b_1 = -7/10$ ,  $A = 5$ , возможные неподвижные точки и вероятности возможных колебаний;
  - диаграмма мгновенных значений  $Y_1$  и вероятностная диаграмма при  $b_1 < 0$ ,  $L = 11$ ,  $A = 5$ .

19. Метод расчета вынужденных колебаний в рекурсивных системах первого порядка с учетом эффектов квантования при гармоническом входном воздействии:

- выражение для последовательности инвариантных точек дискретного отображения вынужденных периодических колебаний,
- ключевое соотношение для расчета установившегося режима,
- методика расчета инвариантных точек дискретного отображения вынужденных периодических колебаний,
- расчет спектрального состава реакции системы в случаях целого и нецелого  $T$ ,
- расчет коэффициента нелинейных искажений, вносимых нелинейной динамической системой, в случаях целого и нецелого  $T$ ,
- расчет амплитудно-частотной характеристики системы, анализ влияния эффектов квантования на избирательные свойства нелинейной динамической системы.

20. Вынужденные колебания в рекурсивной системе первого порядка с учетом эффектов квантования при гармоническом входном воздействии:

- уравнение движения,
- ключевое соотношение для расчета установившегося режима,
- методика расчета инвариантных точек в случаях целого и нецелого  $T$ ,
- осциллограммы вынужденных колебаний при  $b_1 = 0,8, L \in \{3; 13; 21\}$ ,
- расчет спектрального состава и коэффициента нелинейных искажений, графики зависимости коэффициента нелинейных искажений от частоты входного сигнала при  $b_1 = 0,8, L \in \{9; 25; 33\}$ , анализ влияния эффектов квантования на нелинейные искажения сигналов;
- графики амплитудно-частотных характеристик системы при  $b_1 = 0,8, L \in \{9; 25; 33\}$ , анализ влияния эффектов квантования на избирательные свойства нелинейной рекурсивной системы первого порядка.

21. Вынужденные колебания в рекурсивной системе второго порядка с учетом эффектов квантования при гармоническом входном воздействии:

- уравнение движения,
- уравнение состояний,
- ключевое соотношение для расчета установившегося режима,
- методика расчета инвариантных точек в случаях целого и нецелого  $T$ ,
- осциллограммы вынужденных колебаний при  $b_1 = 1,1, b_2 = -0,8, L \in \{8; 38; 60\}$ ;
- расчет спектрального состава и коэффициента нелинейных искажений, графики зависимости коэффициента нелинейных искажений от частоты входного сигнала при  $b_1 = 1,2, b_2 = -0,8, L \in \{21; 37; 51\}$ , анализ влияния эффектов квантования на нелинейные искажения сигналов;
- графики амплитудно-частотных характеристик системы при  $b_1 = 1,2, b_2 = -0,8, L \in \{21; 37; 51\}$ , анализ влияния эффектов квантования на избирательные свойства нелинейной рекурсивной системы второго порядка.

Экзамен принимается по билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса.

#### Критерии оценивания ответов на вопросы билета

Критерий	Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)	Продвинутый уровень (на «хорошо»)	Высокий уровень (на «отлично»)
Соответствие ответа вопросу	Хотя бы частичное (не относящееся к вопросу не подлежит проверке)	Полное	Полное
Полнота ответа	Вопрос билета раскрыт на 50 и более %	Ответ почти полный, без ошибок, не	Ответ полный и без ошибок

		хватает отдельных элементов и тонкостей	
<b>Наличие примеров</b>	Имеются отдельные примеры	Много примеров	Есть практически ко всем утверждениям
<b>Рисунки (если требуются)</b>	Имеются	Корректные	Корректные

## Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Динамика цифровых колебательных систем»

### Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине являются лекции и практические занятия, причем последние – в относительно большем объеме. Для успешного освоения дисциплины очень важно выполнение заданий, предлагаемых персонально тем самостоятельных заданий, и обсуждение их на практических занятиях. На практических занятиях проводится устный опрос. Критерии оценивания ответов и заданий приведены в рабочей программе. В этой же системе сдаются выполненные задания для самостоятельной работы (за исключением докладов).

### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

1. Для самостоятельной работы рекомендуется использовать учебную литературу, указанную в разделе № 8 данной рабочей программы.

2. **Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»** ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. **Личный кабинет** ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. **Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ** ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

3. **Электронная картотека «Книгообеспеченность»** ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.

4. **Материалы сайта** <http://matlab.exponenta.ru/index.php>, посвященного вопросам моделирования цифровых цепей и сигналов.