

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра цифровых технологий и машинного обучения

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета



И.С. Огнев

«21» мая 2024 г.

Рабочая программа дисциплины
«Алгоритмы и структуры данных на Wolfram»

03.03.03 Радиофизика

Направленность (профиль)
Технологии беспроводной связи

Форма обучения
очная

Программа рассмотрена	Программа одобрена НМК
на заседании кафедры цифровых технологий и машинного обучения	физического факультета
протокол № 8 от «26» апреля 2024 года	протокол № 5 от «30» апреля 2024 года

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Алгоритмы и структуры данных с использованием Wolfram» направлена на формирование у студентов фундаментальных знаний и навыков в области программирования и компьютерных наук. Основной целью курса является развитие умений и навыков решения практических задач с использованием пакета Wolfram, что включает в себя:

1. Овладение методами реализации алгоритмов и изучение часто применяемых структур данных.
2. Понимание специфики и реализации различных структур данных.
3. Освоение алгоритмов обработки данных и подходов к их анализу.
4. Изучение взаимосвязи между алгоритмами и структурами данных.
5. Формирование представления о численных методах моделирования физических явлений и приближенного решения физических задач с заданной точностью.
6. Овладение современными методами визуализации результатов расчетов, включая анимацию.
7. Овладение технологией разработки программ с использованием пакета Wolfram.

В результате прохождения курса студенты смогут не только эффективно программировать с использованием Wolfram, но и развивать абстрактное мышление и расширять свой научно-технический кругозор. Курс поможет им овладеть:

- Практическими навыками программирования на примере решения различных задач.
- Основными алгоритмами и структурами данных.
- Методами анализа и оценки эффективности алгоритмов.
- Численными методами моделирования физических явлений и приближенного решения физических задач.
- Современными методами визуализации результатов расчетов, включая анимацию.
- Технологией разработки программ с использованием Wolfram.
- Способностью к абстрактному мышлению и применению научных подходов в решении задач.

2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Алгоритмы и структуры данных с использованием Wolfram» относится к элективным дисциплинам Блока 1 и изучается в течение одного семестра. Для успешного освоения данного курса студентам необходимо обладать следующими навыками и компетенциями:

- Умение логично, аргументированно и ясно формулировать свои мысли как устно, так и письменно.
- Способность к саморазвитию, стремление к повышению своей квалификации и мастерства.
- Навыки работы с компьютером для управления и обработки информации.
- Готовность учитывать современные тенденции в области информационных технологий.

Кроме того, для успешного изучения данной дисциплины требуется предварительное освоение курса «Программирование на языке Wolfram», а также успешное овладение смежными курсами по общей физике и математике.

Знания, умения и навыки, приобретенные в рамках курса «Алгоритмы и структуры данных с использованием Wolfram», являются необходимыми для изучения последующих профильных дисциплин, продуктивного выполнения научно-исследовательской работы студентов (НИРС), а также для продолжения обучения в магистратуре.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-3. Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности.	ИД_ОПК-3.2. Демонстрирует умение проектировать решение конкретных задач профессиональной деятельности, выбирая оптимальные способы их решения с использованием современных информационных технологий.	Знать: – базовые структуры данных и алгоритмы для работы с ними. Уметь: – анализировать условия задач и составлять математические модели, описывающие рассматриваемые физические явления; – создавать алгоритмы решения математических задач; – выбирать наиболее подходящие вычислительные средства и методы, для решения задач в области профессиональной деятельности; – оценивать точность полученных результатов; – представлять результаты исследований в графическом виде, в том числе с использованием динамических модулей в пакете Wolfram Mathematica.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единиц, 72 акад. часа.

Очная форма обучения

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1.	Основные принципы работы в среде компьютерного моделирования Wolfram Mathematica. Точность представления числовых данных.	4	1		1			1	Задание № 1
2.	Операторы присваивания и подстановки; команды преобразования символьных выражений	4	2		3			1	Задания № 2 и № 3
3.	Реализация операций математического анализа	4	2		6			1	Задания № 4, № 5 и № 6
4.	Работа со списками; векторные и матричные операции	4	1		2				Задание № 7
5.	Создание пользовательских функции.	4	2		4			2	Задания № 8 и № 9
	в том числе с ЭО и ДОТ							1	изучение материала представленных текстов лекций
6.	Графическое представление функций.	4	2		6			3	Задания № 10 и № 11
	в том числе с ЭО и ДОТ							1	изучение материала представленных текстов лекций
7.	Решение линейных и трансцендентных уравнений; решение неравенств.	4	2		4			2	Задание № 12
8.	Решение дифференциальных уравнений	4	3		4	1		2	Задание № 13
	в том числе с ЭО и ДОТ					0,5		1	изучение материала представленных текстов лекций
9.	Создание динамических объектов	4	2		4	1		4	Задание № 14
	в том числе с ЭО и ДОТ					0,5		2	изучение материала представленных текстов

									лекций
						0,3	2,7		Зачёт
	Итого за 4 семестр 72 часа		17		34	2	0,3	18,7	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>					1		5	

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1.

Основные принципы работы в среде компьютерного моделирования Wolfram Mathematica. Точность представления числовых данных.

Введение. Моделирование физических процессов и явлений - цели, методы и подходы. Современный математический пакет Wolfram Mathematica. Возможности пакета, основные команды главного меню. Числовые типы данных: целые, вещественные, рациональные, комплексные; арифметические действия; встроенные константы; абсолютно точные и приближённые выражения; функция численного приближения; элементарные математические функции.

Раздел 2.

Операторы присваивания и подстановки; команды преобразования символьных выражений.

Операторы присваивания: непосредственного и отложенного. Подстановки, создание таблиц значений функций с помощью оператора подстановки; оформление таблиц. Преобразования символьных выражений: алгебраических многочленов, рациональных, комплексных, тригонометрических выражений; подстановки; упрощение символьных выражений.

Раздел 3.

Реализация операций математического анализа: вычисление сумм, произведений, пределов, разложений в ряд Тейлора, производных и интегралов.

Реализация в среде Wolfram Mathematica основных операций математического анализа: конечных и бесконечных сумм, произведений, односторонних и двусторонних пределов, разложение в ряд Тейлора и ряд Макларена; дифференцирование функций; аналитическое и численное вычисление интегралов: определённых, неопределённых, кратных, двойных.

Раздел 4.

Работа со списками; векторные и матричные операции

Создание и конструирование списков; арифметические операции со списками; применение элементарных функций к спискам; представление векторов и матриц в виде одно- и двухуровневых списков; векторные и матричные операции.

Раздел 5.

Создание пользовательских функций.

Создание пользовательских функций: простейшее описание функций; особенности использования операторов непосредственного и отложенного присваивания; описание множественных функций; создание разрывных функций и функций с условиями.

Раздел 6.

Графическое представление функций.

Двумерные графические функции: изображение функций, заданных явно в декартовых и полярных координатах; создание графиков точечных функций; построение графиков функций, заданных параметрически и заданных неявно. Использование опций графических функций для оформления графиков.

Раздел 7.

Решение систем линейных и трансцендентных уравнений; решение систем неравенств.

Аналитическое точное и приближённое решение полиномиальных и тригонометрических уравнений; численное решение трансцендентных уравнений; решение неравенств. Аналитическое точное и приближённое решение систем полиномиальных и тригонометрических уравнений; численное решение систем трансцендентных уравнений; решение систем неравенств.

Раздел 8.

Решение систем дифференциальных уравнений: аналитическое, численное; способы представления результатов вычислений.

Аналитическое и численное решение дифференциальных уравнений: общее решение, частное решение, начальные и граничные условия. Аналитическое и численное решение систем дифференциальных уравнений; способы представления численных решений.

Раздел 9.

Создание динамических объектов.

Построение графиков в динамическом режиме; создание динамически управляемых элементов для оформления графиков; оформление панели управляющих элементов.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

При чтении лекций используется технология проблемного обучения (последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешая которые студенты активно усваивают знания). Курс построен на принципах системного подхода к отбору программного материала и определению последовательности его изучения студентами, что предусматривает глубокое изучение предмета.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

Контроль качества усвоения программного материала проводится с учетом работы студентов на лекциях и лабораторных занятиях.

Самостоятельная работа студентов заключается в проработке конспекта лекций, изучении рекомендованной литературы, выполнении домашних и индивидуальных заданий.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронная версия учебного курса «Алгоритмы и структуры данных на Wolfram» в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы по темам дисциплины;
- представлены тексты лекций по темам дисциплины;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются для проведения лабораторных занятий:
— пакет Wolfram Mathematica;

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:
— программы Microsoft Office;
— Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:
Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) Основная литература:

1. Вольфрам Стивен «Элементарное введение в язык Wolfram Language» / [ресурсы сети Интернет]. URL: <https://itnan.ru/post.php?c=1&p=273601>
2. MATHEMATICA ПОДДЕРЖКА / [ресурсы сети Интернет]. URL: <https://support.wolfram.com/ru/>
3. StatProjectRu: Материалы по Wolfram Mathematica / [ресурсы сети Интернет]. URL: http://www.statproject.ru/load/spetsialnaja_literatura/materialy_po_wolfram_mathematica/37

б) Дополнительная литература:

1. Иллюстрированный самоучитель по Mathematica [ресурсы сети Интернет] / Режим доступа: <http://samoychiteli.ru/documentcontents22198.html>
2. Элементарное введение в Wolfram Language на русском [ресурсы сети Интернет] / Режим доступа: <http://www.itmathrepetitor.ru/yelementarnoe-vvedenie-v-wolfram-language-na-russko/>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

-учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;

- учебные аудитории для проведения практических работ, в том числе с использованием компьютерной техники;
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ЯрГУ.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических работ – списочному составу группы обучающихся.

Авторы:

Доцент кафедры ЦТиМО, к.т.н.

И.В.Апальков

Профессор кафедры
микроэлектроники и общей физики, д.ф.-м.н.

С.О.Ширяева

должность, ученая степень

подпись

И.О. Фамилия

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Алгоритмы и структуры данных на Wolfram»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы, используемые в процессе
текущего контроля успеваемости**

Задание № 1. «Арифметические операции».

Задание 1.1.

Вычислите значения следующих выражений:

сумма $123+987$; $12.682+873.119$;

разность $548-294$; $446.7321-29.013$;

умножение $35*721$; $35.0*721$; $57.29*48.117$;

деление $\frac{21}{35}$; $\frac{46}{13}$; $\frac{46.0}{13}$; $\frac{257.34}{868.014}$

возведение в степень 21^{35} ; $7.68^{12.3}$

Обратите внимание и осмыслите полученные результаты!

Задание 1.2.

Используя палитру или клавиатурный набор, введите следующие многоярусные выражения,

вычислите их значения,

осмыслите результат.

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{11}\right)^3 - 5(2+4) ; \quad \frac{25.5}{4} + \frac{(2+4)}{3^3} .$$

Задание 1.3.

Найдите значения следующих числовых выражений : $\frac{586}{46}$; 7^{25}

- точные,

- приближённые с точностью до 6-ти значащих цифр,

- приближённые с точностью до 25-ти значащих цифр.

(То есть каждое выражение должно быть вычислено три раза.)

Задание 1.4.

Найдите значение следующего выражения : $\frac{389.65}{4.7}$

- приближённое с точностью до 6-ти значащих цифр,

- приближённое с точностью до 16-ти значащих цифр.

Задание 1.5.

Вычислите числовые значения следующих выражений (со стандартной точностью - 6-ть значащих цифр): π^3 ; $35!$; $e^{4.7}$; $\ln(e^8)$; $\log_3(6561)$.

Вычислите числовое значение следующего выражения (с точностью до 30-ти значащих цифр): $\ln(2\pi)$.

Задание 1.6.

Найдите числовые значения тригонометрических функций (точные и приближенные):

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right); \sin\left(\frac{13\pi}{5}\right); \cos(30^\circ); \arccos\left(\frac{1}{2}\right); \arcsin(0.4); \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}\right); \operatorname{acrtg}(\sqrt{3}).$$

Задание 1.7.

Вычислите выражения, проанализируйте результат: $\sqrt{16}$; $\sqrt{x^2}$; $\sqrt{|x|^2}$.

Справка. Модуль вычисляет **абсолютное** значение выражения, попробуйте найти соответствующую функцию на палитре.

Задание № 2. «Операторы присваивания. Подстановки.»

Задание 2.1.

Для того, чтобы понять разницу в действии операторов присваивания, выполните следующие действия:

- с помощью оператора непосредственного присваивания (=) переменной x присвойте значение функции RandomReal[] (см. справку) , генерирующей псевдослучайные числа из диапазона от 0 до 1 ;
- с помощью оператора отложенного присваивания (:=) переменной y тоже присвойте значение функции, RandomReal[] , генерирующей псевдослучайные числа из диапазона от 0 до 1 ;
- выведите последовательно в одной входной строке (используя список) пять значений переменной x ;
- выведите последовательно в одной входной строке (используя список) пять значений переменной y ;
- сравните результаты, сделайте выводы;
- очистите значения переменных x и y .

Задание 2.2.

Используя оператор подстановки, для каждого из следующих двух выражений:

$$xe^x + \ln(x) - y; \quad x^2 + y^2 + \sin^2 x + \cos^2 x + 1.5$$

выполните по две подстановки:

- числовую - вместо переменных x и y подставить числа 1 и 2 ;
- символьную - вместо переменных x и y подставить символьные выражения $2a$ и $b + c$.

Задание 2.3.

Используя оператор подстановки,

- создайте единый список значений следующих функций: xe^{-x} ; x^2 ; $\sin(x)$; $\frac{2}{x^2 - 1}$

при следующих значениях переменной x : 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8 .

- представьте список в виде таблицы, в 1-ой строке которой должны быть представлены значения аргумента x ;
- подпишите строки таблицы, указав в качестве заголовков соответствующие функции.

Задание № 3. «Преобразование символьных выражений.»

Задание 3.1.

- В многочлене $(x + 1)^4 - x^4 - 2x - 1$ раскрыть скобки и привести подобные слагаемые;
- полученное выше выражение разложить на множители.

Задание 3.2.

- В многочлене $12y^2 + 6xy - 6xz - 12yz + 30y - 30z$

вынести за скобки числовой множитель (команда FactorTerms) ;

- в том же многочлене $12y^2 + 6xy - 6xz - 12yz + 30y - 30z$

вынести за скобки множитель, не зависящий от переменной x (команда FactorTerms) ;

Задание 3.3.

- В том же многочлене $12y^2 + 6xy - 6xz - 12yz + 30y - 30z$ сгруппировать слагаемые по степеням y;

- в том же многочлене $12y^2 + 6xy - 6xz - 12yz + 30y - 30z$ сгруппировать слагаемые по степеням y и z;

Задание 3.4.

- В рациональном выражении $\frac{(2x^3 + x(5x - 1) - 1)}{(8^3 - 12x^2 + 6x - 1)}$ сократить общие множители в числителе и знаменателе;

- В рациональном выражении $\frac{(x + 3)}{(2x - 1)} - \frac{(x^2 - 5)}{(4x^2 - 4x + 1)} - \frac{(2x^3 + x(5x - 1) - 1)}{(8x^3 - 12x^2 + 6x - 1)}$

привести дроби к общему знаменателю и сократить общие множители в числителе и знаменателе ;

- разложить то же рациональное выражение

$\frac{(x + 3)}{(2x - 1)} - \frac{(x^2 - 5)}{(4x^2 - 4x + 1)} - \frac{(2x^3 + x(5x - 1) - 1)}{(8x^3 - 12x^2 + 6x - 1)}$ на сумму простейших дробей.

Задание 3.5.

- Примените к тригонометрическому выражению $ctg x - tg x - 2tg(2x)$ следующие команды: TrigExpand , TrigFactor , TrigReduce и Simplify, сравните результаты;

- представьте выражение $sh x + ch x$ в экспоненциальном виде (команда TrigToExp);

- представьте выражение $ctg x - tg x - 2tg(2x)$ в экспоненциальном виде и приведите полученное выражение к наиболее простому виду (команды TrigToExp и Simplify);

- представьте выражение e^{ix} в тригонометрическом виде (команда ExpToTrig) - формула Эйлера;

- представьте выражение $\frac{1}{16}e^{-4ix}(1 + e^{2ix})^4$ в тригонометрическом виде и приведите полученное выражение к наиболее простому виду (команды ExpToTrig и Simplify);

Задание 3.6.

Преобразуйте следующие выражения, используя любые функции символьных преобразований и стремясь получить приведённый ответ:

$$\frac{x^4 - 6x^3 - 4x^2 - 18x - 21}{x^3 - 7x^2 + 3x - 21} \rightarrow 1 + x ;$$

$$\frac{1}{8}(\cos(4x) + 4\cos(2x) + 3) \rightarrow \cos^4 x.$$

Задание 3.7.

- Включите палитру команд символьных преобразований:

меню Palettes \rightarrow Other \rightarrow AlgebraicManipulation ;

- скопируйте во входную строку рациональное выражение из предыдущего

задания $\frac{x^4 - 6x^3 - 4x^2 - 18x - 21}{x^3 - 7x^2 + 3x - 21}$ и примените команду Factor двумя способами:

1) явно указав её во входной строке;

2) используя команду с палитры;

сравните результаты, сделайте выводы.

- В том же рациональном выражении $\frac{x^4 - 6x^3 - 4x^2 - 18x - 21}{x^3 - 7x^2 + 3x - 21}$ разложите на множители только числитель.

Задание № 4. «Операции математического анализа (часть 1).»

Задание 4.1.

Вычислить значения следующих сумм:

- с помощью команды Sum ,

$$\sum_{k=1}^n k! ; \sum_{k=0}^{\infty} a q^k ; \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^4} ; \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k k} ;$$

- с помощью значка Σ .

$$\sum_{k=1}^{n-1} \sin\left(\frac{\pi k}{n}\right) ; \sum_{k=1}^n \frac{k^2 + k - 1}{(k+2)!} ; \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)!} ; \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k}{(2k+1)!}$$

Задание 4.2.

Вычислить значение следующей бесконечной суммы: $\frac{x^3}{1!} + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^5}{3!} + \frac{x^6}{4!} + \dots$

Задание 4.3.

Вычислить значения следующих произведений:

с помощью команды Product

$$\prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}\right) ; \prod_{k=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{(2k-1)^2}\right) ;$$

с помощью значка Π

$$x \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{x^2}{k^2 \pi^2}\right) ; x \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{k^2 \pi^2}\right)$$

! Упростите ответ, полученный в последнем произведении. Поэкспериментируйте и добейтесь результата!

Задание 4.4.

Вычислить значение следующего бесконечного произведения:

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)(1+x^{16})\dots$$

Задание 4.5.

Получить списки значений (т.е. протабулировать) следующих функций при изменении аргумента x в пределах $x \in (1;5)$: $\frac{(x^2+1)}{x}$; xe^x ; $\frac{(x^2+y^2)}{2x}$

Задание 4.6.

Создать таблицу значений следующих функций: x^2 ; e^x ; $\ln x$ на интервале изменения аргумента $x \in (1;10)$.

! Таблица должна состоять из 4-х столбцов: в 1-ом столбце - значения аргумента x ; во 2-ом, 3-ем и 4-ом - значения табулируемых функций. !

Задание 4.7.

Создать таблицу значений следующих функций: x^2 ; \sqrt{x} и аргумента x в диапазоне его значений $x \in (5;9)$ с шагом, равным 0,5.

Результат представить в виде таблицы, состоящей из трёх строк.

Задание 4.8.

Создать таблицу значений функции $n!m!$ для значений аргументов: $1 \leq n \leq 5$, $1 \leq m \leq 7$.

! Обратите внимание, что это одна функция от двух аргументов !

Результат представить в виде таблицы, подписать строки и столбцы.

Задание № 5. «Операции математического анализа (часть2).»

Задание 5.1.

Вычислить пределы следующих функций: $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1-e^{-2t}}{\ln(1-3t)}$; $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1-a^n}{1-e^n}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^x}{1-e^{-x}}$;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1-x)^{\frac{1}{1-x}}; \lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{\ln(x-a+1)}; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{n^2-n^x}{x-2}.$$

Задание 5.2.

Вычислить односторонние пределы следующих функций:

$$\arctg \frac{1}{x} \text{ при } x \rightarrow 0; \quad \frac{x}{x-4} \text{ при } x \rightarrow 4; \quad \frac{\sin x}{|x|} \text{ при } x \rightarrow 0$$

1) при приближении к пределу слева;

2) при приближении к пределу справа;

Результат проиллюстрировать графически.

Задание 5.3.

Вычислить пределы следующих функций:

$$1) 2a \frac{(1-e^{-ax})}{(2-e^{-ax})} \text{ при } x \rightarrow \infty \text{ для положительных и отрицательных значений параметра } a;$$

- 2) $\frac{a^x}{x^a}$ при $x \rightarrow \infty$ для значений параметра a , превышающих единицу и для значений параметра a , лежащих в пределах от нуля до единицы.

Задание 5.4.

Используя функцию Series, получить общие формулы для разложения функции $f(x)$ до третьей степени аргумента

- 1) в ряд Макларена, т.е. окрестности нуля $x = 0$;
- 2) в ряд Тейлора в окрестности не нулевой точки $x = a$.

Задание 5.5.

- 1) Получить полиномы 7-го порядка, разложив в ряд следующие функции с сохранением 7-ой степени аргумента: $\frac{\sin x}{\cos x}$ и $sh(x)ch(x)$ в окрестности $x = 0$;

- 2) Разложить в ряд с сохранением 5-ой степени аргумента функцию $\ln x$ в окрестности $x = 0$ - объясните результат и в окрестности $x = 1$ - в полученном результате сгруппируйте слагаемые по степеням аргумента x .

Задание 5.6.

- 1) Разложить в ряд функцию $e^y \sin x$ в окрестности точки $x = 0$, $y = 0$ с точностью до 5-ой степени x и 3-ей степени y ;
- 2) оборвать ряд, получив полином 5-го порядка по x и 3-го по y ;
- 3) сгруппировать слагаемые по степеням x ;
- 4) сгруппировать слагаемые по степеням y .

Задание 5.7.

Вычислить частные производные по x двумя способами:

- 1) с помощью функции дифференцирования D для функций: $\ln\left(\frac{a}{x}\right)$; $sh(ax)$; $x!$;
- 2) с помощью оператора дифференцирования ∂ для функций:
 $ax^3 + bx - c$; $\frac{(x-1)}{(x+1)}$; $(\sin x + \cos x)^2$.

Задание 5.8.

Вычислить 2-мя способами (D и ∂) частные кратные производные

- 1) 7-го порядка по x от функции: $ax^7 + bx^5 - cx^3$;
- 2) 5-го порядка по y от функции: $\frac{y^2 - 1}{y^3 + 1}$;
- 3) смешанную производную 3-го порядка по x и 5-го порядка по y от функции: $sh(xy)$.

Задание 5.9.

Вычислить числовые значения функции $\sin^3 x + \cos x^2$, её первой и второй производных в точке $x = \frac{\pi}{3}$.

Задание № 6. «Операции математического анализа (часть3).»

Задание 6.1.

Вычислить неопределенные интегралы по переменной x от следующих функций:

задания пункта 1) сделать с помощью команды Integrate ,

задания пункта 2) сделать с помощью значка \int .

$$1) f(x) = \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} ; f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt[3]{\sin x - \cos x}} ; f(x) = \frac{1}{1-x^2} \ln \frac{(1+x)}{(1-x)} ;$$

$$2) f(x) = \sin x \ln(\operatorname{tg} x) ; f(x) = e^{2x} \sin^2 x ; f(x) = e^{ax} \cos(bx).$$

Указания:

1. Во втором задании пункта 1) получите общее решение (т.е. с константой интегрирования)
2. В третьем задании пункта 1) попробуйте упростить полученное значение.

Задание 6.2.

Вычислить неопределенный интеграл по переменной x от не аналитической функции

$$f(x) = x|x| \text{ разными способами:}$$

- 1) без каких либо предположений о переменной x ;
- 2) предполагая, что $x > 0$, используя команду Integrate ;
- 3) предполагая, что $x \leq 0$, используя значок \int .

Задание 6.3.

Вычислить следующие определенные интегралы :

$$1) \text{ с помощью команды Integrate от функции } f(x) = \arcsin\left(\sqrt{\frac{x}{1+x}}\right) \text{ в пределах от } 0 \text{ до } 3 ,$$

получить точное и приближённое значения;

$$2) \text{ с помощью команды Integrate от функции } f(x) = \frac{1}{\sin^4 x + \cos^4 x} \text{ в пределах от } 0 \text{ до}$$

2π , вычисления выполнить дважды:

- без указания каких-либо условий,

- с указанием условия, что переменная x принадлежит множеству вещественных чисел Reals ,

получить точное и приближённое значения;

$$3) \text{ с помощью значка } \int \text{ от функции } f(x) = |1-x| \text{ в пределах от } 0 \text{ до } 2 ;$$

$$4) \text{ с помощью значка } \int \text{ от функции } f(x) = (x \ln x)^2 \text{ в пределах от } 1 \text{ до } e , \text{ получить точное и приближённое значения;}$$

$$5) \text{ с помощью значка } \int \text{ от функции } f(x) = \frac{shx + chx}{e^{x^2}} \text{ в пределах от } 0 \text{ до } \infty ; \text{ получить}$$

точное и приближённое значения.

Задание 6.4.

Вычислить следующие определенные интегралы с дополнительными условиями:

1) с помощью значка \int от функции $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x \cos \alpha + 1}$ в пределах от -1 до 1 при условии, что $0 < \alpha < \pi$;

2) с помощью команды Integrate от функции $f(x) = \frac{e^x}{(a + e^x)^2}$ в пределах от $-\infty$ до ∞ ;

вычисления выполнить дважды:

- без указания каких-либо условий (проанализировать результат),
- с указанием условия, что параметр a - положителен;

3) любым способом от функции $f(x) = e^{-ax} \cos(bx)$ в пределах от 0 до ∞ ;

вычисления выполнить дважды:

- без указания каких-либо условий,
- с указанием условия, что параметр a - положителен, а параметр b принадлежит множеству вещественных чисел Reals.

Задание 6.5.

Попробовать вычислить аналитически следующие определенные интегралы:

от функции $f(x) = x^x e^x$ в пределах от 1 до 5 ;

от функции $f(x) = \sin(\sin x)$ в пределах от 1 до 2 ;

Найти численные приближённые значения этих интегралов двумя способами:

- 1) с использованием значка ,
- 2) с использованием команды интегрирования.

Задание 6.6.

Вычислить неопределённые кратные интегралы (кратные первообразные) :

1) используя значок интегрирования от функции $f(x) = (x \ln x)^2$ первообразную 3-его порядка ;

2) используя команду интегрирования от функции $f(x) = \sin x \sin 2x \sin 3x$ первообразную 5-го порядка .

Задание 6.7.

Вычислить кратные интегралы:

1) используя значок интегрирования от функции $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ двойной определённый

интеграл в пределах от 0 до 2 , получить приближённую оценку результата с точностью до 4-х значащих цифр;

2) используя команду интегрирования от функции $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$ тройной определённый

интеграл в пределах от $\ln 2$ до e^2 , получить приближённую оценку результата с точностью до 10-ти значащих цифр;

3) любым способом от функции $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ двойной определённый интеграл в пределах от a до b в предположении, что $a > 0$, $b > a$.

Задание 6.8.

Вычислить двумя способами, используя значок и команду интегрирования, двойной интеграл $\iint_G (x + y^2) dx dy$ по области G , ограниченной линиями $y = x$ и $y = x^2$.

Указание: свести двойной интеграл к повторному интегралу по формуле:

$$\iint_G f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x, y) dy$$

Задание № 7. «Списки, вектора, матрицы.»

Задание 7.1.

- 1) определить многоуровневый список: $v = \left\{ \{a, b\}, \left\{ \left\{ e^2, \sin x \right\}, y \right\} \right\}$;
- 2) обращаясь к элементам списка (т.е. используя имена этих элементов), составить выражение, которое в выходной строке примет вид: $\frac{\sin x}{a^b} - e^2 y$;
- 3) очистить имя v .

Задание 7.2.

1) определить два вектора $v1$ и $v2$ с компонентами (a, b, c, d, e, f) и $(3, 7, 11, 15, 19, 23)$ соответственно;

! для создания вектора $v2$ с числовыми компонентами воспользуйтесь функцией Range !

2) определить две матрицы $m1$ и $m2$ с элементами

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \text{ соответственно;}$$

3) выполнить следующие арифметические действия над векторами и матрицами:

- сложить вектор $v1$ с числом 3 и матрицу $m1$ с числом 7;
- вычесть из вектора $v1$ число 5, из матрицы $m1$ число 6;
- умножить вектор $v1$ и матрицу $m1$ на число 4;
- разделить вектор $v1$ и матрицу $m1$ на число 2;
- сложить два вектора $v1$ и $v2$ и две матрицы $m1$ и $m2$;
- вычесть из вектора $v1$ вектор $v2$ и из матрицы $m1$ матрицу $m2$;
- разделить вектор $v1$ на вектор $v2$ и матрицу $m1$ на матрицу $m2$;
- умножить вектор $v1$ на вектор $v2$ и матрицу $m1$ на матрицу $m2$;
- сделать вывод;
- очистить имена $v1$, $v2$, $m1$ и $m2$.

Задание 7.3.

1) определить два вектора $v1$ и $v2$ с компонентами $(1, 3, 5, 2, 6, 4)$ и $(2, 7, 5, 8, 1, 3)$ соответственно;

2) определить две матрицы $m1$ и $m2$ с элементами

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ соответственно;}$$

3) выполнить следующие действия:

- возвести в квадрат вектор v2 и матрицу m2;
- извлечь квадратный корень из вектора v1 и матрицы m1;
- возвести экспоненту в степень вектора v1;
- вычислить синус вектора v2;
- вычислить натуральный логарифм матрицы m1;
- вычислить гиперболический косинус матрицы m2.
- сделать вывод;
- очистить имена v1 , v2 , m1 и m2 .

Задание 7.4.

1) определить два вектора v1 и v2 с компонентами (a, b, c) и (x, y, z) соответственно;

2) выполнить:

- операцию почленного умножения вектора v1 и v2 ;
- операцию скалярного умножения вектора v1 и v2 (двумя способами: используя команду Dot и значок .);
- операцию векторного умножения вектора v1 и v2 (двумя способами: используя команду Cross и значок ×)
- сделать вывод;
- очистить имена v1 и v2 .

Задание 7.5.

1) определить две матрицы A и B с элементами

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix};$$

2) выполнить:

- операцию почленного умножения матрицы A на матрицу B ;
 - операцию матричного умножения матрицы A на матрицу B (двумя способами: используя команду Dot и значок .);
- !Используйте команду MatrixForm для правильного изображения результатов!

Задание 7.6.

1) используя функцию Range, создать вектор x , элементами которого являются последовательные вещественные числа, значения которых изменяются от 0 до 2π с шагом π/4 ;

2) определить вектор y , элементами которого являются значения функции синуса от элементов вектора x ;

3) объединить в единый двухуровневый список L1 вектора x и y , представить результат двумя способами: в виде списка и в виде таблицы (в таблице подписать строки);

4) создать двухуровневый список L2 , преобразовав список L1 так, чтобы элементами каждого из внутренних списков были координаты текущей точки x и y , представить результат двумя способами: в виде списка и в виде таблицы (в таблице подписать столбцы);

- 5) выделить из списка L2 координаты 6-ой точки;
6) используя графическую функцию ListPlot, изобразить в декартовых координатах точки, с координатами из списка L2 .

Задание 7.7.

- 1) Решить, используя команду LinearSolve , систему линейных уравнений
- $$1.5x_1 - 0.8x_2 + 4.25x_3 = 5.1$$
- $$1.2x_1 + 7.18x_2 - 3.2x_3 = 4.2$$
- $$0.5x_1 - 1.5x_2 + 7.1x_3 = -1.2$$
- 2) определить вектор решений x ;
3) используя матричное умножение, сделать проверку: умножить матрицу коэффициентов на вектор решений и получить вектор правых частей системы уравнений;
4) вычислить сумму решений системы уравнений, т.е. $x_1 + x_2 + x_3$.

Задание № 8. «Простейшее описание функций.»

Задание 8.1.

- 1) определить функции с именами F1 и F2 , вычисляющие третью степень своего аргумента:
- при определении функции F1 использовать знак непосредственного присваивания (=) ,
- при определении функции F2 использовать знак отложенного присваивания (:=) ;
2) применить функции F1 и F2 для возведения в куб следующих аргументов:
 $2, y, 3b, \sin(x)$;
3) вычислить 2-ую производную от функции F1 и третью первообразную для функции F2.
4) очистить имена F1 и F2.

Задание 8.2.

- 1) определить две функции с именами f1 и f2 , вычисляющие длину своего аргумента (воспользуйтесь встроенной функцией Length):
- при определении функции f1 использовать знак непосредственного присваивания (=) ,
- при определении функции f2 использовать знак отложенного присваивания (:=) ;
2) применить функции f1 и f2 для вычисления длины списка {8, 7, 6, 5, 4, 3} ;
объяснить результат.
3) очистить имена f1 и f2.

Задание 8.3.

- 1) используя знак непосредственного присваивания (=) ,
определить функцию двух переменных $G1(x, y) = e^{-3x} \cos(y^2)$;
2) используя знак непосредственного присваивания (=) определить функцию $G2(x, y)$,
являющуюся смешанной производной от функции $G1(x, y)$: 3-х кратной по переменной x и 5-ти кратной по переменной y ;
3) используя знак непосредственного присваивания (=) определить функцию $G3(x, y)$,
являющуюся смешанной первообразной для функции $G1(x, y)$:
однократной по переменной x и двукратной по переменной y ;
4) для каждой функции $G1(x, y)$, $G2(x, y)$, $G3(x, y)$ создать и снабдить заголовками таблицу её значений при изменении переменных с единичным шагом: x от 0 до 3; y от 0 до 5 .

- 5) заново переопределить функцию $G3(x, y)$, используя знак отложенного присваивания ($:=$) и ещё раз попытаться создать таблицу её значений.
- 6) очистить имена $G1, G2, G3$.

Задание № 9. «Описание сложных функций.»

Задание 9.1. Функции с условием на аргумент: функция Condition - оператор /;

- 1) создать функцию $G1(x) = x^2$, которая вычислялась бы, только если косинус ее аргумента имеет значение, большее $1/2$ (условие указать при описании аргумента);
- 2) создать функцию $G2(x) = x^2$, которая вычислялась бы, только если косинус ее аргумента имеет значение, большее $1/2$ (условие указать при описании “тела” функции);
- 3) протестировать функции, вычислив их значения для следующих аргументов: $\frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{3}{2}$;
- 4) вычислить косинус этих же аргументов, осознать результат, сравнив (визуально) полученные значения косинуса с $1/2$;
- 5) очистить имена $G1, G2$.

Задание 9.2. Функции с указанием типа аргумента.

- 1) создать функцию $g(x) = 3x^3 - tg(x)$, которая вычислялась бы, только если ее аргумент является целым числом;
- 2) протестировать функцию, вычислив ее значение для следующих значений аргумента: 2, 0.5, cos x, "текст", 15, осознать результат!;
- 3) очистить имя g .

Задание 9.3. Функции с комбинированным условием на аргумент.

- 1) создать функцию $U1(x) = \ln(x^2 - x)$, которая вычислялась бы, только если ее аргумент является списком (List), состоящим не более, чем из 4 элементов (условие указать при описании аргумента);
- 2) создать функцию $U2(x) = \ln(x^2 - x)$, которая вычислялась бы, только если ее аргумент является списком (List), состоящим не более, чем из 4 элементов (условие указать при описании тела функции);
- 3) протестировать функцию, вычислив ее значение для следующих аргументов: 2, {2}, {1, 2, a, 4}, {1, 2, a, 4, t}, 2, {2}, {1, 2, a, 4}, {1, 2, a, 4, t}, осознать результат!
- 4) очистить имена $U1, U2$.

Задание 9.4. Множественное задание функции.

- 1) используя указание типа аргумента, создать функцию $W(x)$, которая работает по-разному для аргументов разных типов:
если аргумент - список (тип List), функция $W(x)$ должна вычислять список значений квадратов синуса $\sin^2 x$ от соответствующих аргументов;
если аргумент - целое число (тип Integer), функция $W(x)$ должна возводить это число в куб и прибавлять к нему 10;

если аргумент - действительное число (тип Real) , функция $W(x)$ должна вычислять

арктангенс этого числа, делённый на само число $\frac{\arctg x}{x}$;

если аргумент - комплексное число (тип Complex) , функция $W(x)$ должна вычислять среднее значение для его реальной (Re) и мнимой (Im) части;

2) протестировать функцию, вычислив ее значение для следующих аргументов: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $\{a, b, c, d\}$; 3; 4.7; $1 + 2i$;

3) очистить имя W .

Задание 9.5. Множественное задание функции.

1) используя указание типа аргумента, создать функцию $H(x)$, которая работает по-разному для аргументов разных типов:

если аргумент - целое число (тип Integer) , функция $H(x)$ равна своему аргументу x ;

если аргумент - действительное число (тип Real) , функция $H(x)$ округляет аргумент до целого числа по правилам округления (воспользуйтесь функцией Round) ;

2) протестировать функцию, вычислив ее значение для следующих аргументов: 2, -5, 3.4, -1.7 ;

3) используя встроенную функцию Plot, построить график функции $H(x)$ на интервале $x \in [-3, 3]$;

3) очистить имя H .

Задание 9.6. Кусочные функции: функция Condition - оператор /;

1) используя встроенную функцию Condition в виде оператора (/;), создать кусочную функцию $w(x)$, имеющую значение x^2 при $0 \leq x \leq 5$,

значение $(x - 5)^2$ при $5 \leq x \leq 10$,

значение $(x - 10)^2$ при $10 \leq x \leq 15$

значение 0 при $x \geq 15$;

2) используя встроенную функцию Plot, построить график функции $w(x)$ на интервале $x \in [0, 20]$;

3) очистить имя w .

Задание 9.7. Кусочные функции: функция Piecewise

1) используя функцию Piecewise, создать кусочную функцию $Y(x)$, имеющую значение 0 при $x < -2$,

значение $x + 2$ при $-2 \leq x \leq 0$,

значение $-x + 2$ при $0 \leq x \leq 2$,

значение 0 при $x \geq 2$;

2) используя встроенную функцию Plot, построить график функции $Y(x)$ на интервале $x \in [-4, 4]$;

3) очистить имя Y .

Задание 9.8. Кусочные функции: функция Piecewise - оператор {

Сравнение действия функций Condition и Piecewise.

- 1) используя функцию Piecewise в операторном представлении $\{ \dots \}$, создать кусочную функцию $y1(x)$, имеющую значение 1 при $-4 \leq x \leq -2$, значение 2 при $-2 \leq x \leq 0$, значение 1 при $0 \leq x \leq 2$, значение 2 при $2 \leq x \leq 4$;
- 2) используя функцию Plot, построить график функции $y1(x)$ на интервале $x \in [-4.1, 4.1]$;
- 3) используя функцию Condition в операторном представлении $(\dots /;)$, создать кусочную функцию $y2(x)$, имеющую значение 1 при $-4 \leq x \leq -2$, значение 2 при $-2 \leq x \leq 0$, значение 1 при $0 \leq x \leq 2$, значение 2 при $2 \leq x \leq 4$;
- 4) используя функцию Plot, построить график функции $y2(x)$ на интервале $x \in [-4.1, 4.1]$, чтобы график правильно отображался, для функции Plot укажите дополнительную опцию $\text{PlotRange} \rightarrow \{0, 2\}$
- 5) сравнить результаты.

Задание № 10. «Графическая функция Plot и её опции.

Построение графиков функций, заданных явно в декартовой системе координат.»

Задание 10.1. Построение графика одной функций.

Построение графика нескольких функций в одних координатных осях.

- 1) представить в виде графика функцию $y(x) = x e^{-x}$ в диапазоне значений x от 0 до 5;
- 2) построить в одних координатных осях в диапазоне значений x от 0 до 10 графики следующих трёх функций:
 - кусочной функции $y1(x)$, имеющей значение 2 при $0 \leq x \leq 2$, значение $-x + 4$ при $2 \leq x \leq 4$, значение $2x - 8$ при $4 \leq x \leq 6$, значение $-x + 10$ при $6 \leq x \leq 8$, значение 2 при $8 \leq x \leq 10$,
 - функции $y2(x) = \frac{30}{10 + x^4}$;
 - функции $y3(x) = 10x e^{-x}$;

Задание 10.2. Задание области изображения на графике. Название графика и обозначение осей.

- 1) Построить график функции $y(x) = \ln(4 - 2x) + x^2 - 2$.
- 2) установить диапазон изображаемых значений по оси y от -0.7 до 0.5 (опция PlotRange);
- 3) установить название графика : “График функции $y(x) = \ln(4 - 2x) + x^2 - 2$ “ (опция PlotLabel);
- 4) установить обозначение по осям x и y соответственно (опция AxesLabel).

Задание 10.3. Стилль изображения осей.

1) Построить график функции $y(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-2x})(2 - x)}$:

2) установить нужный диапазон изображаемых значений по обеим осям (подобрать самостоятельно);

3) установить название графика : “Функция с разрывом $y(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-2x})(2 - x)}$ “ ;

4) установить обозначение по осям x и y соответственно;

5) установить размер шрифта по осям, равным 16-ти (опция AxesStyle, директива FontSize).

Задание 10.4. Изображение осей и рамки.

1) Построить график функции $y(x) = \frac{\sin x}{x}$ в диапазоне значений x от -3π до 3π .

2) убрать

- ось x , - ось y , - обе оси ; (опция Axes) сохранить все три картинки ;

2) установить

- рамку вокруг графика без осей;

- только левую и нижнюю стороны рамки и вертикальную ось

(опции Frame и Axes) сохранить обе картинки.

Примечание: подумайте, как можно все графики из этого пункта изобразить в виде таблички.

Задание 10.5. Задание стиля надписей на графике. Расстановка меток-делений на осях.

Задание стиль линии.

1) Построить в одних координатных осях графики функций $y_1(x) = \frac{\sin x}{x}$ и $y_2(x) = \cos x$

в диапазоне значений x от -3π до 3π .

2) установить тип базового шрифта Arial, размер, равным 16-ти

(опция BaseStyle, директивы FontFamily и FontSize) ;

3) установить разметку по осям: по горизонтальной оси с шагом π ;

по вертикальной оси с шагом 0.5 (опция Ticks) ;

4) увеличить толщину осей до 0.005 доли горизонтального размера графика

(опция AxesStyle, директива Thickness) ;

5) изобразить линию 1-го графика красным пунктиром, 2-го - синим штрихпунктиром

(опция PlotStyle, директивы RGBColor и Dashing).

Задание 10.6. (продолжение задания 10.5) Оформление рамки. Нанесение линий сетки.

1) для графика из предыдущей задачи убрать оси и оформить его в прямоугольной рамке (опция Frame);

2) явно указать диапазон области изображения: по горизонтали от -3π до 3π , по вертикали от -1 до 1 (опция PlotRange) ;

3) установить разметку:

по нижней стороне рамки с шагом π (вместо самой правой метки поставить обозначение x),

по левой стороне рамки с шагом 0.5 (вместо самой верхней метки поставить обозначение y)

(опция FrameTicks) ;

4) отобразить координатную сетку, линии сетки должны проходить через метки на осях (опция GridLines);

5) установить серый цвет фона (опция Background, директива GrayLevel).

Задание № 11. «Специальные виды двумерных графиков.»

Задание 11.1. Построение графиков точечных (табличных) функций.

1) представить в одних координатных осях графики следующих точечных функции, заданных списками своих значений :

$$\begin{array}{c|cccccccc} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ y & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array};$$

$$\begin{array}{c|ccccccccc} x & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ y & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 & 16 & 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccccccc} x & 0.05 & 1. & 1.5 & 2. & 2.5 & 3. & 3.5 \\ y = e^x & 1.1 & 1.65 & 2.72 & 4.48 & 7.39 & 12.18 & 20.09 & 33.12 \end{array};$$

- 2) используя опцию PlotRange, добиться изображения всех точек на графике ;
3) используя опцию PlotStyle и директиву PointSize, установить следующие относительные размеры изображаемых точек 0.015 , 0.02 , 0.025 для 1-го, 2-го, 3-его графиков соответственно ;
4) изучив по справке опцию Joined, соединить точки только первого графика сплошной линией;
5) изучив по справке опцию Filling, поэкспериментировать, устанавливая для неё различные значения, выбрать наиболее удачный вариант ;
6) используя опцию PlotMarkers, сменить маркеры для обозначения точек (обратите внимание, что директива PointSize при этом перестаёт действовать, зато маркеры видны на линии, их соединяющей). Увеличить размер маркеров до 15.

Задание 11.2. Построение графиков функций, заданных в полярной системе координат.

- 1) - построить график функции, заданной в полярных координатах $r = \sin \varphi$;
- используя графики синуса ($\sin \varphi$) и косинуса ($\cos \varphi$) в полярной системе координат, создать из пяти окружностей картинку, похожую на “Ромашку”, с четырьмя “лепестками” (снизу, сверху, слева, справа) и центральным кружком;
- отменить изображение осей;
2) представить отдельно в полярных координатах графики следующих функций:
- $r = 1 - \sin \varphi$ красным цветом;

- $r = e^{\cos \varphi} - 2 \cos(4\varphi) + \sin^5\left(\frac{2\varphi - \pi}{24}\right)$ пурпурным цветом;

- для обеих картинок отменить изображение осей;

- 3) - построить в одних координатных осях в полярных координатах графики следующих

функций: $r = -3\sqrt{\frac{x+3}{3-x}}$, $r = 3\sqrt{\frac{x+3}{3-x}}$, $r = e^{-2x}$, $r = 5\sin(5x+1)$ в пределах

$$x \in [-\pi; \pi];$$

- установить следующие цвета линий: красный, синий, зелёный, оранжевый;
- отменить изображение осей;
- установить изображение рамки;
- убрать разметку по её сторонам.

Задание 11.3. Построение графиков функций, заданных параметрически.

1) - построить график функции $y(x)$, заданной следующими параметрическими уравнениями: $x(t) = t^2$; $y(t) = \frac{2}{3}t(3 - t^2)$ при изменении параметра в пределах $t \in [-2; 2]$;

- подписать оси;

- установить размер шрифта для надписей по осям, равным 14;

2) - построить в одних координатных осях графики двух функций $y_1(x)$ и $y_2(x)$ заданных параметрически :

1-ая функция $x_1 = 3\cos^3 t$; $y_1 = 3\sin^3 t$;

2-ая функция $x_2 = 3\sin t$; $y_2 = 3\cos^2 t \frac{(2 + \cos t)}{(3 + \sin^2 t)}$ при изменении параметра в пределах

$t \in [0; 2\pi]$;

- изобразить 1-ую линию зелёным длинным пунктиром, 2-ую - розовой толстой линией;

- убрать оси.

Задание 11.4. Построение контурных графиков и графиков функций, заданных неявно .

1) - построить контурный график функции $f(x, y) = \cos x + \cos y$ в пределах изменения аргументов $x \in [0; 2\pi]$, $y \in [0; 2\pi]$;

- используя опцию ContourLabels, установить подписи значений функции $f(x, y)$ на контурных линиях;

- используя опцию Contours, увеличить число контурных линий до 15 - ти ;

2) - построить одну контурную линию для функции из предыдущего задания, на которой эта функция принимает значение, равное $f(x, y) = -\frac{1}{2}$;

- найти такую же линию на графике из предыдущего задания;

- используя опцию FrameLabel, установить обозначение сторон рамки;

- используя опцию PlotLabel, подписать график « $\cos x + \cos y = -\frac{1}{2}$ »;

- используя опцию FrameStyle, установить размер шрифта для надписей по осям, равным 14;

3) - построить в одних координатных осях графики двух функций, заданных неявно, т.е. уравнениями:

1-ая функция $|\sin x \sin y| = 1/2$;

2-ая функция $|\cos x \cos y| = 1/2$

в пределах изменения аргументов $x \in [0; 2\pi]$, $y \in [0; 2\pi]$;

- поэкспериментируйте, меняя значение константы и пределы изменения аргументов,

4) - построить график функции $y(x) = x^2 - 4x + 7$ в пределах изменения аргумента $x \in [0; 4]$,

- используя опцию AxesOrigin, установить пересечение осей в точке с координатами $(0, 0)$;

- сохранить построенный график в переменной с именем *gr1*;

для того, чтобы обозначить точку минимума графика, выполнить следующие действия:

- построить графики прямых линий $y = 3$ и $x = 2$,

- изобразить обе линии красным пунктиром,

- подобрать для каждого графика пределы изменения переменных x и y ,
- сохранить построенные графики в переменных с именами $gr2$ и $gr3$ соответственно;
- используя функцию Show, изобразить все графики вместе;
- установить диапазоны изображения от 0 до 4 по горизонтали и от 0 до 8 по вертикали;
- подписать оси;
- установить ручную разметку на осях 14-ым шрифтом.

Задание № 12. «Решение алгебраических и трансцендентных уравнений и неравенств.»

Задание 12.1. Решение уравнений в аналитическом виде.

- 1) найти аналитическое решение квадратного уравнения общего вида: $ax^2 + bx + c = 0$;
 - определить вектор решений XX ;
 - сделать проверку, подставив найденные решения в исходное уравнение;
 - вычислить и преобразовать следующее выражение: $a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 - найденные корни;
 сравнить результат с левой частью исходного уравнения;
- 2) найти точные решения следующих полиномиальных уравнений:

$$4x^3 + 6x^2 + 3x - 4 = 0;$$

$$2x^{20} + x^{12} = 0;$$

$$x^5 + x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x + 3 = 0;$$
 - получить приближенные значения этих корней с обычной точностью
 - получить приближенные значения этих корней с точностью 20-ть значащих цифр.
- 3) найти точные значения корней тригонометрического уравнения:

$$\sin 3x + \cos 3x = 0$$

Задание 12.2. Приближённое решение уравнений.

Используя функцию NSolve найти приближенные решения полиномиального уравнения с точностью до 10-ти значащих цифр: $x^5 + x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x + 3 = 0$

Задание 12.3. Численное решение уравнений.

Используя функцию FindRoot найти три корня трансцендентного уравнения: $\cos(\ln x) - \sin(x/2) = 0$, начальные приближения определить графически.

Задание 12.4. Решение неравенств.

- 1) используя команду Reduce, решить числовое неравенство: $x^2 - 6x + 5 < 0$;
- 2) найти решение неравенства, содержащего параметр $x^2 - bx + 5 < 0$;
 - осознать и объяснить результат;
 - в плоскости (x, b) построить график функции, заданной равенством $x^2 - bx + 5 = 0$,
 - диапазон для переменной x и параметра b подобрать самостоятельно, так чтобы были видны области решения неравенства;
 - используя опцию FrameLabel, подписать горизонтальную и вертикальную стороны рамки.

Задание 12.5. Решение систем уравнений в аналитическом виде.

- 1) найти аналитическое решение следующей системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x + ay = b; \\ x + by^2 = a + b; \end{cases}$$

сделать проверку;

2) найти точное решение следующей системы трансцендентных уравнений:

$$\begin{cases} \log_{\frac{2}{10}}(4x - 2y) = -1; \\ \ln(x + 2y) = 2; \end{cases};$$

- используя оператор подстановки, определить переменные xx и yy , присвоив им в качестве значений, полученные решения системы для переменных x и y соответственно;

- вычислить приближённое значение следующего выражения: $xx^2 + \sin(2yy)$.

Задание 12.6. Приближённое решение систем уравнений.

- найти приближённое решение следующей системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 2y + 3x^2 = 5; \\ x + 7y^2 = 7.5; \end{cases}$$

- определить вектора решений XX и YY ;

- вычислить выражение $e^{x_2} \cos y_4$, где x_2 y_4 - второй корень для x и четвертый - для y соответственно.

Задание 12.7. Численное решение систем уравнений.

- найти численное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} e^x + 2y \ln x - 3 = 0; \\ x^2 y - 3x + 5.4 = 0; \end{cases}$$

- начальное приближение определить графически;

Задание 12.8. Решение систем неравенств.

1) найти решение следующей системы неравенств:

$$\begin{cases} 5x + 12 \leq 3x + 20 \\ x < 2x + 3; \\ 2x + 7 \geq 0 \end{cases}$$

2) найти решение следующей системы неравенств:

$$\begin{cases} y > x^2 + 1 \\ y + x > 1 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}$$

- построить в одних координатных осях графики линий, заданных равенствами:

$$y = x^2 + 1; \quad y + x = 1; \quad x^2 + y^2 = 9;;$$

- включить изображение осей;

- объяснить на графике полученное решение для системы неравенств.

Задание № 13. «Решение дифференциальных уравнений.»

Задание 13.1. Общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

1) найти общее решение уравнения первого порядка:

$$y'(x) = 2 \ln x + x - 2$$

2) найти общие решения уравнений высокого порядка:

$$y'''(x) = 3x^2 - 2x + 1; \quad y'''(x) = y'(x) - 5y(x) + x^2 - 1.$$

Задание 13.2. Частное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши.

1) - найти частное решение дифференциального уравнения: $y''(x) = x e^{-x}$

при следующих начальных условиях: $y(0) = 1; y'(0) = 0;$

- определить функцию $Y(x)$, являющуюся решением данной задачи;

- построить график функции на интервале $x \in [-2, 2]$, подписать оси; нанести разметку по осям: по x от -2 до 2 с шагом 1; по y от -1 до 1.5 с шагом 0.5;

2) найти решение следующей задачи Коши: $y''(x) - 2\gamma y'(x) + \omega^2 y(x) = 0; y(0) = A; y'(0) = 0$, привести полученное решение к наиболее простому виду;

- определить функцию $Y(x)$, являющуюся решением уравнения,

- построить график функции на интервале $x \in [0, 5]$, подставив с помощью оператора подстановки /. вместо символьных параметров A, γ, ω числовые значения 1, 0.5, 5;

- подписать оси;

- нанести разметку по осям: по x от 0 до 5 с шагом 1; по y от -10 до 10 с шагом 5;

- установить размер надписей по осям, равный 14.

Задание 13.3. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

- найти численное решение дифференциального уравнения: $y''(x)y'(x) - x y(x) = 1$

при начальных условиях $y(0) = 1, y'(0) = 1;$

- определить функцию $Y(x)$, являющуюся решением данной задачи;

- создать таблицу значений полученной функции в диапазоне $x \in (0, 5)$ с шагом 0.5, подписать столбцы;

- построить график полученного решения на интервале $x \in (0, 5)$, подписать оси, нанести разметку по осям:

по x от 0 до 5 с шагом 1 ; по y от 0 до 40 с шагом 10;

Задание 13.4. Общее решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

- найти общее решение следующей системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x'(t) = y(t) + z(t) \\ y'(t) = x(t) + 3z(t) \\ z'(t) = x(t) + y(t) \end{cases}$$

Задание 13.5. Частное решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

- найти частное решение системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x'(t) = -a x(t) + m y(t) \\ y'(t) = a x(t) - m y(t) \end{cases}$$

со следующими начальными условиями: $x(0) = 1, y(0) = 0;$

- определить функции $X(t)$ и $Y(t)$, являющиеся решениями системы, используя оператор подстановки, подставить вместо символьных параметров ϕa и m числовые значения 2 и $1/4$;
- построить график полученных решений на интервале $t \in (0;1)$, подписать оси; нанести разметку по осям: по x от 0 до 1 с шагом 0.2 ; по y от 0 до 1 с шагом 0.2;
- изобразить обе линии чёрным цветом, график для функции $X(t)$ - тонкой линией, для функции $Y(t)$ - толстой линией;
- используя опцию PlotLegends, подписать линии; установить размер надписей по осям, равный 14.

Задание 13.6. Численное решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

- найти численное решение системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x'(t) = y(t)z(t) + 1 \\ y'(t) = x(t)z(t) - 1 \\ z'(t) = x(t)y(t) + 1 \end{cases}$$

со следующими начальными условиями: $x(0) = 1$, $y(0) = 0$, $z(0) = 0$ в диапазоне $t \in (0;10)$;

- определить функции $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$, являющиеся решениями системы,
- создать таблицу значений этих функций в диапазоне $t \in (0;10)$ с шагом 1, подписать столбцы;
- построить график полученных решений на интервале $t \in (0;4)$, подписать оси; нанести разметку по осям: по x от 0 до 4 с шагом 1 ; по y от 0 до 4 с шагом 1;
- используя директиву Dashing, изобразить график для функции $Y(t)$ - пунктирной линией, для функции $Z(t)$ - штрих-пунктирной линией;
- используя опцию PlotLegends, подписать линии;
- установить размер надписей по осям, равный 14.

Задание № 14. «Создание динамических объектов.»

Движение тела, брошенного под углом к горизонту в поле силы тяжести с учётом силы сопротивления.

Формулировка задачи.

Тело массой m бросили с начальной скоростью V_0 под углом α к горизонту в однородном поле тяжести с напряжённостью \vec{g} . Коэффициент сопротивления воздуха β .

1. Получить зависимость координат тела x и y от времени t .
2. Построить траекторию движения тела.
3. Графически исследовать влияние начальной скорости V_0 и угла α на траекторию полёта.

Теория.

Запишем второй закон Ньютона для движущегося тела в виде: $m \vec{a}(t) = m \vec{g} - \beta \vec{V}(t)$.

Учтём, что скорость $\vec{V}(t)$ и ускорение $\vec{a}(t)$ являются первой и второй производными по времени t от радиус-вектора $\vec{r}(t)$: $\vec{V}(t) = \vec{r}'(t)$, $\vec{a}(t) = \vec{r}''(t)$ и перепишем закон движения тела: $m \vec{r}''(t) = m \vec{g} - \beta \vec{r}'(t) \Rightarrow m \vec{r}''(t) + \beta \vec{r}'(t) - m \vec{g} = 0$;

Полученное векторное уравнение проектируем на оси OX и OY , учитывая, что проекциями радиус-вектора на эти оси являются координаты x и y движущегося тела.

В результате получим два дифференциальных уравнения для горизонтальной x и вертикальной y координат тела: $m x''(t) + \beta x'(t) = 0$; $m y''(t) + \beta y'(t) + m g = 0$.

Порядок действий.

1. Решить уравнения для координат x и y ,

задав для каждого уравнения по два начальных условия:

- координаты точки вылета тела $(0,0)$, т.е. $x(0) = 0$ и $y(0) = 0$;

- и проекции начальной скорости V_0 на оси OX и OY , т.е. $x'(0) = V_0 \cos \alpha$ и $y'(0) = V_0 \sin \alpha$;

Указание !

Воспользуйтесь для решения дифференциальных уравнений функцией `DSolveValue`, которая отличается от `DSolve` тем, что ответ выдаётся не в виде правил подстановки, а сразу в виде функции.

Поэтому, чтобы определить функцию-решение, достаточно дать ей имя.

Пример. $X[t_]=DSolveValue[\{x''[t]+\omega^2 x[t]==0, x[0]==3, x'[0]==6\}, x[t], t]$

2. Определить X и Y как функции аргумента t , являющиеся решениями соответствующих уравнений.

3. Задать, определив соответствующие переменные:

- ускорение свободного падения $g = 9.8$;

- массу тела $m = 0.1$;

- коэффициент сопротивления воздуха $\beta = 0.1$;

- начальную скорость $V_0 = 10$;

- угол вылета к горизонту $\alpha = \pi/4$.

4. Построить траекторию движения тела в координатах x и y при изменении времени полёта t в пределах $t \in (0, 2.5)$.

- установить область изображения $(0,5)$ - по горизонтали и $(0, 2)$ - по вертикали ;

- подписать оси ;

- установить разметку (деления) на осях через 1 - по горизонтали и через 0.5 - по вертикали ;

- изобразить линию траектории чёрным цветом ;

- увеличить размер шрифта по осям до 16 .

5. Знакомимся с панелью для рисования.

Созданный график можно дорисовывать, используя панель инструментов для рисования.

- включить панель для рисования: меню Graphics \rightarrow пункт Drawing Tools ;

- войти в режим редактирования графика, дважды щёлкнуть по нему, при этом окружающая его рамка станет серой ;

- от точки максимума траектории провести красные пунктирные линии:

вертикальную вниз к оси OX и горизонтальную влево к оси OY ;

- поставить символ h (высота) рядом с вертикальной линией,

установить размер символа равным 18;

Указание !

1. Вертикальные и горизонтальные линии удобно рисовать, удерживая клавишу Shift .

2. Установить стиль линии можно в разделе Stroke палитры Drawing Tools .

3. Установить стиль текста можно в разделе Text палитры Drawing Tools .

6. Используя функцию Manipulate создать динамически изменяемую картинку.

- динамическим параметром сделать максимальное значение переменной t - времени полёта, т.е. t_{\max} ;

- пределы изменения параметра t_{\max} установить в диапазоне от 0.01 до 2.5 ;

- установить начальное значение параметра t_{\max} равным 0.01 и дать ему название "время полёта" ;
- 7. Изучить влияние начальной скорости.
 - сбросить значение переменной V_0 ,
 - либо командой Clear , либо оператором сброса (=.) ;
 - определить функции $X1$ и $Y1$ как функции двух переменных: t и V_0 , присвоив им значения функций $X(t)$ и $Y(t)$ соответственно;
 - скопировать всю функцию Manipulate из предыдущего задания, заменив функции $X(t)$ и $Y(t)$ на $X1(t, V_0)$ и $Y1(t, V_0)$;
 - добавить ещё один динамический параметр - начальную скорость V_0 , установив пределы изменения от 1 до 15 с начальным значением, равным 5 и названием "начальная скорость" ;
- 8. Изучить влияние угла вылета.
 - сбросить значение переменной α ,
 - либо командой Clear , либо оператором сброса (=.) ;
 - определить функции $X2$ и $Y2$ как функции трёх переменных t , V_0 и α , присвоив им значения функций $X(t)$ и $Y(t)$ соответственно ;
 - скопировать всю функцию Manipulate из предыдущего задания, заменив функции $X1(t, V_0)$ и $Y1(t, V_0)$ на $X2(t, V_0, \alpha)$ и $Y2(t, V_0, \alpha)$;
 - добавить ещё один динамический параметр - угол вылета α , установив три возможных значения $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$ с начальным значением, равным $\pi/4$ и названием "угол вылета";
 - используя опцию ControlType , установить для трёх элементов управления: t_{\max} , V_0 и α следующие типы : Manipulator, Manipulator и RadioButton .

Замечание.

Тип управляющего элемента Manipulator устанавливается по умолчанию для динамического параметра с непрерывным изменением в заданном диапазоне. Поэтому для управляющих элементов t_{\max} и V_0 ничего не изменится, а для элемента α панель управления будет выглядеть иначе.

Критерии оценивания ответов на вопросы при защите работы

Показатели	На «Зачтено»	На «Не зачтено»
Формулы, команды, вычисления	Применяются необходимые в условиях поставленной задачи команды без синтаксических ошибок; вычисления выполнены в полном объёме и представлены в соответствующем заданию формате.	Используются неприменимые в условиях поставленной задачи команды; в базовых выражениях допущены ошибки; вычисления отсутствуют или выполнены некорректно.
Графики	Построенная зависимость имеет верный вид, по осям указаны аргумент и имя функции со своими единицами, есть шкалы на осях, нанесены контрольные метки, соответствующие заданию.	Вид зависимостей неверный, соответствующее заданию оформление графиков отсутствует.
Объяснения (ответы на смысловые вопросы)	Даны развёрнутые, корректные ответы на все вопросы; правильно интерпретируются результаты вычислений	Объяснение отсутствует.

Шкала оценивания:

0 баллов – «не зачтено»;

1 балл – «зачтено»;

Суммируются баллы за каждую лабораторную работу.

Допуск к зачёту осуществляется по количеству набранных баллов:

менее 60% от максимально возможного количества баллов – к зачёту не допускается;

60-80% от максимально возможного количества баллов – помимо основного зачётного

задания выполняются дополнительные задания по пропущенным темам;

80-99% от максимально возможного количества баллов – основное зачётное задание;

100% от максимально возможного количества баллов – проставляется зачёт автоматом.

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Список заданий к зачету

Зачет выставляется по результатам выполнения заданий **в процессе текущей аттестации**, а также **выполнения зачётного задания**.

Зачетное задание. Исследование функции.

1. Задать функцию $f(x)$ для своего варианта.
2. Решив уравнение $f(x) = 0$, вычислить координаты точек пересечения графика функции с осью абсцисс. Используя оператор подстановки, присвоить переменным x_1, x_2, \dots найденные значения координат 1-ой, 2-ой и т.д. точек пересечения.
3. Вычислив производную $f'(x)$ и приравняв её нулю, решить уравнение $f'(x) = 0$, определив тем самым положение особых точек функции $f(x)$: точек экстремумов и точек перегиба.

Справка: В особых точках 1-ая производная обращается в ноль.

Используя оператор подстановки, создать список `xxextr` - список координат найденных особых точек функции $f(x)$.

4. Используя оператор подстановки, вычислить значение 2-ой производной от функций $f(x)$ в особых точках. Определить вид особых точек - точка минимума, точка максимум или точка перегиба.

Справка: Если 2-ая производная в особой точке отрицательна - это максимум, если положительна - минимум, если равна нулю - это точка перегиба.

Используя оператор подстановки, найти значения функции $f(x)$ в особых точках.

5. Построить график функции:

- подобрать оптимальную область изображения графика;
- подписать оси координат;
- нанести разметку по осям;
- установить толщину осей, равную двум пикселям;
- установить размер шрифта - 16, название шрифта - Courier, начертание - толстый - Bold;
- изобразить график черной толстой линией, относительную толщину линии установить равной 0.009;
- нанести сетку синими линиями.

6. Обозначить точки экстремумов красным пунктиром.

Указания:

- для построения пунктирных линий, параллельных осям координат, воспользоваться функцией ContourPlot;
- для объединения графиков воспользоваться функцией Show.

7. С помощью интеграла от модуля заданной функции $f(x)$ вычислить площадь области под (или над) кривой, расположенной между двумя точками пересечения графика с осью абсцисс, т.е. точками x_1 и x_2 .

8. Создать таблицу значений функции $f(x)$ на интервале изменения переменной x , расположенном между двумя точками пересечения графика с осью абсцисс x_1 и x_2 .

Оформить таблицу.

9. Сформулировать ответ в текстовой строке ниже графика, в котором указать особые точки, их тип, значение функции в этих точках и вычисленную площадь области под (или над) кривой.

Варианты заданий

Вариант 1. $f(x) = x^4 + 2x^3 - 1$;

Вариант 2. $f(x) = x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 3x - 4$;

Вариант 3. $f(x) = \ln(4 - 2x) + x^3 - 1$;

Вариант 4. $f(x) = 2^x(3^x - 9x + 1) - 4x \cdot 3^x + 36x^2 - 4x + 10$;

Вариант 5. $f(x) = e^x(x - 3) - 6x^2 + 10x + 7$;

Вариант 6. $f(x) = (x^4 + 2x^3 - 1)(x - \ln(7 - 4x) - 2)$;

Вариант 7. $f(x) = x \cdot \ln x \cdot e^{-x} - \frac{1}{10}$;

Вариант 8. $f(x) = x^x + x^{-5x} - 2$;

Вариант 9. $f(x) = 5 + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x^2} + x^2 + \frac{1}{x^3} + x^3$;

Вариант 10. $f(x) = 2x^5 - 20x - 5$;

Вариант 11. $f(x) = x^{2x}(\ln x - 1) + 2$;

Вариант 12. $f(x) = e^{-2x}(x + 2) + \frac{6}{x} - x$;

Критерии оценивания ответов на вопросы при защите зачётной работы

Показатели	На «Зачтено»	На «Не зачтено»
Формулы, команды, вычисления	Применяются необходимые в условиях поставленной задачи команды без синтаксических ошибок; вычисления выполнены в полном объёме и представлены в соответствующем заданию формате.	Используются неприменимые в условиях поставленной задачи команды; в базовых выражениях допущены ошибки; вычисления отсутствуют или выполнены некорректно.
Графики	Построенная зависимость имеет верный вид, по осям указаны аргумент и имя функции со своими единицами, есть шкалы на осях, нанесены контрольные метки, соответствующие заданию.	Вид зависимостей неверный, соответствующее заданию оформление графиков отсутствует.
Объяснения (ответы на смысловые вопросы)	Даны развёрнутые, корректные ответы на все вопросы; правильно интерпретируются результаты вычислений	Объяснение отсутствует.

**Приложение №2 к рабочей программе дисциплины
«Алгоритмы и структуры
данных на Wolfram»**

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой усвоения учебного материала по дисциплине **«Алгоритмы и структуры данных на Wolfram»** является практическая работа студента, причем в достаточно большом объеме. По всем темам предусмотрены задания самостоятельной работы, на которых происходит закрепление изученного материала и отработка навыков работы с компьютером и операционной системой.

Освоить вопросы дисциплины **«Алгоритмы и структуры данных на Wolfram»** самостоятельно студенту достаточно сложно. Посещение всех предусмотренных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных самостоятельных занятий в течении 2 семестров сдать зачеты практически невозможно