

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра алгебры и математической логики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



П.Н.Нестеров

«18» мая 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
«Теория групп»

Направление подготовки
01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль)
«Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры алгебры и математической логики
от «16» апреля 2021 года, протокол № 8

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины Целью изучения дисциплины «Теория групп» является знакомство с основными направлениями одной из основополагающих дисциплин современной алгебры и ее приложений. Материал охватывает как основные конструкции и направления в теории конечных групп, так и конструкции и теоремы, используемые в теории бесконечных групп, известные как комбинаторная теория групп.

2. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры

Дисциплина «Теория групп» является дисциплиной по выбору вариативной части. Данная дисциплина направлена на освоение алгоритмов и основных конструкций, используемых в теории групп.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине – знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций и обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения программы аспирантуры, и критерии их оценивания

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Профессиональные компетенции:

- готовность к исследованию в области алгебраической геометрии, алгебраической и аналитической теории чисел, геометрии чисел, групп и алгебр Ли (ПК-2);

Код компетенции	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения		
		Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
ПК-2	ЗНАТЬ: Основные теоремы теории групп, методы изучения конечных и бесконечных групп. Главные классы групп и примеры. Связи групп и графов. Деревья. Действия групп на множестве. Способы задания групп. Расширения, произведения и другие конструкции групп. Применения групп	Основные идеи, применяющиеся при изучении групп, но не все знания достаточно детализированы. Некоторые трудности при определении групп лиева типа. Основные концепции правильно излагаются.	Сформированные, но содержащие некоторые пробелы знания основных понятий, моделей применяемых в теории групп, главные классы групп и их примеры и приложения групп. Основные конструкции, применяемые в группах.	Сформированные, знания основных понятий, моделей применяемых в теории групп, различные способы задания групп и применяемых конструкций. Основные приложения групп и продвинутые методы изучения (элементы теории представлений).
	УМЕТЬ: использовать положения теории и основные теоремы для извлечения информации о группе. Находить нормальные подгруппы группы и гомоморфные образы, использовать различные способы задания группы	В целом успешное, но не систематическое использование теории для извлечения информации о группе. Находить нормальные подгруппы и гомоморфные образы, использовать различные способы задания группы	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в теории для извлечения информации о группе. Находить нормальные подгруппы группы и гомоморфные образы, использовать различные способы задания	Хорошее умение использовать положения и методы теории для получения информации о группе. Находить нормальные под-группы группы и гомоморфные образы, использовать различные способы задания.

	ВЛАДЕТЬ: навыками анализа и конструирования подгрупп с заданными свойствами с помощью различных операций над группами. Способами задания описания группы с помощью его сведения к произведениям разного рода или через определяющие соотношения..	В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа и конструирования подгрупп с заданными свойствами с помощью различных операций над группами. Способами задания описания группы с помощью его сведения к определяющим соотношениям.	Успешное, но содействующее отдельные пробелы в применении навыков анализа и. подгрупп с заданными свойствами с помощью различных операций над группами. Способами задания описания группы с помощью его сведения к определяющим соотношениям..	Успешное и систематическое применение анализа подгрупп с заданными свойствами с помощью различных операций над группами. Способами задания описания группы с помощью его сведения к произведениям разного рода или через определяющие соотношения....
--	--	---	--	---

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 акад. часов
Дисциплина изучается в течение третьего и четвертого семестров. Формой итоговой аттестации по дисциплине в четвертом семестре является зачет.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий и их трудоемкость (в академических часах)					Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практические	лабораторные	консультации	самостоятельная работа	
1	Введение в теорию конечных групп. Теорема Лагранжа, Теоремы о гомоморфизмах. Действие группы на множестве. Нормализатор и централизатор. Теоремы Силова. Прямые произведения групп.	3	5				13	
2.	Простые группы расширения групп. Группа A_5 Группы Матье, системы Штейнера. Группы и теория кодирования. Теория расширений. Графы Кэли и автоморфизмы деревьев.	3	5				13	
	Всего за 3 семестр		10				26	
3	Комбинаторная теория групп. Свободные группы. Фундаментальная группа графа. Задание группы порождающими и определяющими соотношениями. Преобразование Титце. Деревья и свободные группы.	4	8			2	62	

	Свободное произведение с объединением. Деревья и HNN-расширения. Хопфовы и финитно аппроксимируемые группы							
	Всего за 4 семестр	4	8			2	62	Зачет
	Всего		18			2	88	

Содержание разделов дисциплины:

Тема № 1: Введение в теорию конечных групп. Теорема Лагранжа, Теоремы о гомоморфизмах. Действие группы на множестве. Нормализатор и централизатор. Теоремы Силова. Прямые произведения групп.

Тема № 2: Простые группы и расширения групп. Группа A_5 Группы группы Матье, системы Штейнера. Применения групп к теории кодирования. Теория расширений. Графы Кэли и автоморфизмы деревьев.

Тема № 3: Комбинаторная теория групп. Свободные группы. Фундаментальная группа графа. Задание группы порождающими и определяющими соотношениями. Преобразование Титце. Деревья и свободные группы. Свободное произведение с объединением. Деревья и HNN-расширения. Хопфовы и финитно аппроксимируемые группы

5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное

изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов. Академическая лекция, как правило, состоит из трех частей: вступления (введения), изложения и заключения:

- *вступление* (введение) определяет тему, план и цель лекции. Оно призвано заинтересовать и настроить аудиторию, сообщить, в чём заключается предмет лекции и (или) её актуальность, основная идея (проблема, центральный вопрос), связь с предыдущими и последующими занятиями, поставить её основные вопросы. Введение должно быть кратким и целенаправленным.

- *изложение* является основной частью лекции, в которой реализуется научное содержание темы, ставятся все узловые вопросы, приводится вся система доказательств с использованием наиболее целесообразных методических приемов. Каждое теоретическое положение должно быть обосновано и доказано, приводимые формулировки и определения должны быть четкими, насыщенными глубоким содержанием.

- *заключение* обобщает в кратких формулировках основные идеи лекции, логически ее завершая. В заключении могут даваться рекомендации о порядке дальнейшего изучения основных вопросов лекции самостоятельно по указанной литературе.

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине (или ее разделе) и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Обучающиеся знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки специалиста. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются

методические и организационные особенности работы в рамках курса, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

-- программное обеспечение для создания и демонстрации презентаций, иллюстраций и других учебных материалов:

- Microsoft Windows (в составе Microsoft Imagine Premium Electronic Software Delivery).
- Microsoft OfficeSTD 2013 RUS OLP NL Acdmс 021-10232 Microsoft Open License №0005279522
- MikTeX (свободно распространяемое ПО);
- GAP (GNU GPL).

-- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ -- Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ - NEXТ" (АБИС "БУКИ - NEXТ""БУКИ - NEXТ").

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Винберг Э.Б. М., Курс алгебры. М., "Факториал Пресс", 2001.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть 3. Основные структуры алгебры. М.: Физматлит, 2000.
3. Ленг С. Алгебра. М., Мир, 1968.
4. Белоногов В.А. Задачник по теории групп. М.Наука, 2000. – 239 с.
5. Богопольский О.В. Введение в теорию групп, Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002, 148 с.

б) дополнительная литература

6. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. М.: Наука, 1976.
7. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. М.: Наука, 1983.
8. Джекобсон Н. Алгебры Ли. М., Мир, 1964.
9. Кондратьев А.С. Группы и алгебры Ли, Екатеринбург: УрО РАН, 2009
10. Магнус В., Каррас А., Солитэр Д. Комбинаторная теория групп. М: «Наука». 1974

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ
2. Электронная библиотека ЯрГУ: <http://www.lib.uniyar.ac.ru/>
3. <http://mech.math.msu.su/department/>

(http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php).

4. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://www.edu.ru> раздел Учебно-методическая библиотека) или по прямой ссылке (<http://www.edu.ru/library>).
5. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online" (www.biblioclub.ru).
6. [http:// www.tc26.ru](http://www.tc26.ru)
7. [http:// www.nist.gov/manuscript-publicftion-search.cfm?pub_id=919061](http://www.nist.gov/manuscript-publicftion-search.cfm?pub_id=919061)
6. <http://habrahabr.ru/post/210684/>
8. http://www.nist.gov/customcf/get_pdf.cfm?pub_id=919061
9. <http://www.streebog.info/news/opredeleny-pobediteli-konkursa-po-issledovaniyu-khesh-funksii-stribog/>

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа; групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор(ы) :

Заведующий кафедрой алгебры и математической логики
профессор, д.ф-м.н. Казарин Л.С

**Оценочные средства
для проведения текущей и/или промежуточной аттестации аспирантов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,
характеризующих этапы формирования компетенций**

1.1 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов к зачету:

1. Действие группы на множестве стабилизатор и орбита.
2. Теоремы о гомоморфизмах групп.
3. Нормализатор и централизатор.
4. Теоремы Силова.
5. Прямые произведения групп.
6. Автоморфизмы и полупрямые произведения.
7. Голоморф.
8. Сплетения и расширения групп.
9. Группы Матье и знакопеременные группы.
10. Системы Штейнера.
11. Применения групп в теории кодирования.
12. Группы и алгебры Ли.
13. Проблема классификации конечных простых групп.
14. Группы и графы.
15. Граф Кэли.
16. Свободная группа.
17. Расширения групп.
18. Фундаментальная группа графа.
19. Задание группы образующими и соотношения.
20. Преобразования Титце. Деревья и свободные группы.
21. Деревья и HNN-расширения.
22. Хопфовы и финитно аппроксимируемые группы.

**Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины
«Теория групп»**

Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины

**Учебно-методическое обеспечение
самостоятельной работы аспирантов по дисциплине**

В качестве учебно-методического обеспечения рекомендуется использовать литературу, указанную в разделе № 7 данной рабочей программы.

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»,
рекомендованных к использованию при освоении дисциплины**

Электронные ресурсы ЯрГУ (<http://lib.uniyar.ac.ru>)

1. Библиографические записи всех видов документов, составляющих фонд библиотеки, на русском и иностранных языках и поступивших позже 1995 года:

http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php (в открытом доступе)

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ:

http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

3. Электронная картотека «Книгообеспеченность»:

http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php

4. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека Online»:

www.biblioclub.ru

5. Проект MAPC: <http://mars.arbicon.ru>.

6. Электронно-библиотечная система «Лань»: <http://e.lanbook.com/>

7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru: <http://elibrary.ru>

8. Англоязычные библиотеки в сети университета:

а) MathSciNet: <http://www.ams.org/snhtml/annser.csv> - с платформы издателя

<http://search.ebscohost.com/> - с платформы Ebscohost

б) Web of Science: <http://webofscience.com>

в) Scopus: <http://www.scopus.com>

г) Science The American Association for the Advancement of Science:

<http://www.sciencemag.org>

д) Ресурсы Springer

SpringerJournals: <http://link.springer.com/>

SpringerProtocols: <http://www.springerprotocols.com/>

SpringerMaterials: <http://materials.springer.com/>

SpringerReference: <http://link.springer.com>

zbMATH: <http://zbmath.org/>