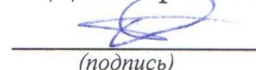


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета


(подпись)

И.С. Огнев

23 мая 2023 года

Рабочая программа дисциплины
«Теория групп Ли»

Направление подготовки
03.04.02 Физика

Направленность (профиль)
«Теоретическая физика»

Форма обучения
очная

Программа одобрена
на заседании кафедры
от «17» апреля 2023 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК
физического факультета
протокол № 5 от « 25» апреля 2023 года

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Теория групп Ли» обеспечивает приобретение студентами знаний и умений для решения задач теоретической физики с использованием методов теории непрерывных групп Ли.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория групп Ли» является дисциплиной по выбору вариативной части Блока 1.

Для освоения данной дисциплиной студенты должны иметь подготовку по математике в объеме университетского курса и знать основы теории групп, квантовой механики и теории поля.

Дисциплина «Теория групп Ли» является составной частью системы спецкурсов магистерской программы «Теоретическая физика» и представляет собой компактное введение в теорию групп Ли, рассчитанное на подготовку физиков–теоретиков, специализирующихся в области квантовой теории поля и физики элементарных частиц.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
ПК-1 Способен осуществлять научно-исследовательскую деятельность по решению комплексных фундаментальных задач физики	ИД-ОПК-1_1 Знает теоретические методы проведения и анализа научных исследований	Уметь: <ul style="list-style-type: none">- Применять общие методы теории групп Ли в физике элементарных частиц.
	ИД-ПК-1_2 Знает современные теории и модели физики	Знать: <ul style="list-style-type: none">- Основные понятия и определения теории групп Ли- Классификацию групп Ли и общие свойства компактных групп Ли.

		Владеть навыками: - работы с генераторами и представлениями групп Ли, наиболее используемыми в физике элементарных частиц.
--	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	С е м ес т р	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)					Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)		
			Контактная работа							
			ле кц ии	пра кти чес кие	се м ин ар ы	бо ро т о р н ые	ис сл е д о ва те л ь н ые	ат та с т а ц и о н н ые ис п ы т а н ия	сам осто ятел ьная раб ота	
1	Группы Ли.	2	6	6		1		20	Задания для самостоятельной работы	
2	Алгебры Ли.	2	8	8		2		20	Задания для самостоятельной работы,	
3	Краткий обзор классических групп Ли	2	6	6		1		20	Задания для самостоятельной работы	
		2					0,5	3,7	Зачет	
	Всего за 2 семестр		20	20		4	0,3	63,7		
	Всего		20	20		4	0,3	63,7		

Содержание разделов дисциплины:

1. Группы Ли.

Понятие группы Ли. Однопараметрические подгруппы и генераторы. Канонические параметры и экспоненцирование.

Коммутатор генераторов и структурные константы группы Ли. Понятие алгебры Ли группы Ли.

Построение группы Ли по ее структурным константам. Уравнения Маурера-Картана.

Инвариантное интегрирование в группе Ли. Понятие компактной группы Ли.

Соотношения ортогональности и теорема об унитарности представлений для компактной группы Ли.

Представления группы Ли. Генераторы представления и их свойства (коммутатор, экспоненцирование, эрмитовость генераторов унитарных представлений).

Группы Ли преобразований. Инфинитезимальные преобразования и генераторные функции. Нелинейные реализации групп.

2. Алгебры Ли.

Группа Ли и ее алгебра Ли. Подалгебра, инвариантная подалгебра. Алгебры Ли простые и полупростые.

Линейные представления группы Ли и алгебры Ли. Присоединенное представление.

Инвариантная билинейная форма. Форма Киллинга. Критерий Картана полупростоты алгебры Ли.

Единственность инвариантной билинейной формы в простой алгебре Ли.

Положительная определенность инвариантной билинейной формы в алгебре Ли компактной группы Ли.

Структура алгебры Ли компактной группы. Разложение алгебры Ли компактной группы в ортогональную сумму простых компактных подалгебр. Структура компактной группы Ли.

Классификация простых компактных алгебр Ли. Четыре серии классических групп и пять исключительных групп.

Некоторые свойства алгебр Ли простых компактных групп (полная антисимметричность структурных констант, операторы Казимира в фундаментальном и присоединенном представлениях, C_A - и C_F - константы, шпуры генераторов и их произведений).

3. Краткий обзор классических групп Ли.

Группы унитарных матриц $U(n)$ и $SU(n)$. Генераторы групп $U(n)$ и $SU(n)$, f - и d -константы, λ - матрицы, соотношения полноты λ -матриц группы $SU(n)$.

Группы $SU(2)$, $SU(3)$ и $SU(4)$. Матрицы Паули и их свойства. Матрицы Гелл-Манна и их свойства. Свойства λ -матриц группы $SU(4)$.

Неприводимые представления групп $SU(n)$.

Ортогональные и симплектические матрицы. Группы ортогональных матриц $O(n)$ и $SO(n)$, их инварианты и генераторы.

Симплектические группы, их инварианты и генераторы.

5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные

направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный учебный курс «Теория групп Ли» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины и рекомендации по их выполнению;
- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
- представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения занятий и консультаций по дисциплине в случае проведения их в дистанционном формате;
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

Для формирования электронного учебного курса «Электродинамика» используется система управления электронными курсами LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Смирнов А. Д. Введение в теорию групп Ли: учеб. пособие для студентов, обучающихся в магистратуре по направлению Физика. / А. Д. Смирнов; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова, Науч.-метод совет ун-та - Ярославль: ЯрГУ, 2014. - 91 с.
2. Барут А. Теория представлений групп и ее приложения: в 2 т.. Т. 1. / А. Барут, Р. Рончка; пер. с англ - М.: Мир, 1980. - 455 с.
3. Барут А. Теория представлений групп и ее приложения: в 2 т.. Т. 2. / А. Барут, Р. Рончка; пер. с англ - М.: Мир, 1980. - 395 с.

б) дополнительная литература

1. Желобенко Д. П. Компактные группы Ли и их представления. / Д. П. Желобенко - 2-е изд., доп. - М.: МЦНМО, 2007. - 552 с.
2. Понтрягин Л. С. Непрерывные группы. / Л. С.Понтрягин - 4-е изд. - М.: Наука, 1984. - 520с.
3. Курош А. Г. Теория групп. / А. Г. Курош - М.: Физматлит, 2011. - 805 с.
4. Ли С. Теория групп преобразований: в 3 ч / С. Ли. Ч. 1. / при содействии Ф. Энгеля; пер. с нем. Л. А. Фрай; под ред. А. В. Болсинова - Б.м.: Б.и., 2011. - 693 с.
5. Смирнов, А. Д., Введение в теорию групп Ли [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов, обучающихся в магистратуре по направлению Физика / А. Д. Смирнов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2014, 91с
6. Джекобсон Н. Алгебры Ли. / Н. Джекобсон; пер. с англ. А. Б. Жижченко; под ред. А. И. Кострикина - М.: Мир, 1964. - 355 с.
7. Наймарк М. А. Теория представлений групп. / М. А. Наймарк - 2-е изд. - М.: Физматлит, 2010. - 572 с.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий;
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Профессор кафедры
теоретической физики, д.ф.-м.н.

должность, ученая степень

А. Д. Смирнов

подпись

И.О. Фамилия

Приложение №1 к рабочей программе дисциплины «Теория групп Ли»

Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов по дисциплине

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1.1 Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации

Задания для самостоятельной работы

Задания по теме № 1 «Группы Ли»: задачи и упражнения из приложения к учебному пособию А.Д. Смирнов. Введение в теорию групп Ли. [Ярославль: ЯрГУ, 2014. 92 с.](#)

Задания по теме № 2 «Алгебры Ли»: задачи и упражнения из приложения к учебному пособию А. Д. Смирнов. Введение в теорию групп Ли. [Ярославль: ЯрГУ, 2014. 92 с.](#)

Задания по теме № 3 «Краткий обзор классических групп Ли»: задачи и упражнения из приложения к учебному пособию А. Д. Смирнов. Введение в теорию групп Ли. [Ярославль: ЯрГУ, 2014. 92 с.](#)

1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов к зачету

1. Понятие группы Ли. Однопараметрические подгруппы и генераторы. Канонические параметры и экспоненцирование.
2. Коммутатор генераторов и структурные константы группы Ли. Понятие алгебры Ли группы Ли.
3. Связь между группой Ли и ее алгеброй Ли. Построение группы Ли по ее структурным константам. Уравнения Маурера-Картана.
4. Инвариантное интегрирование в группе Ли. Понятие компактной группы Ли.
5. Соотношения ортогональности и теорема об унитарности представлений для компактной группы Ли.
6. Представления группы Ли. Генераторы представления и их свойства (коммутатор, экспоненцирование, эрмитовость генераторов унитарных представлений).
7. Группы Ли преобразований. Инфинитезимальные преобразования и генераторные функции. Нелинейные реализации групп.
8. Группа Ли и ее алгебра Ли. Подалгебра, инвариантная подалгебра. Алгебры Ли простые и полупростые.
9. Линейные представления группы Ли и алгебры Ли. Присоединенное представление.
10. Инвариантная билинейная форма. Форма Киллинга. Критерий Картана полупростоты алгебры Ли.
11. Единственность инвариантной билинейной формы в простой алгебре Ли.
12. Положительная определенность инвариантной билинейной формы в алгебре Ли компактной группы Ли.
13. Структура алгебры Ли компактной группы. Разложение алгебры Ли компактной группы в ортогональную сумму простых компактных подалгебр. Структура компактной группы Ли.
14. Классификация простых компактных алгебр Ли. Четыре серии классических групп и пять исключительных групп.
15. Некоторые свойства алгебр Ли простых компактных групп (полная антисимметричность структурных констант, операторы Казимира в фундаментальном и присоединенном представлениях, C_A - и C_F -константы, шпуры генераторов и их произведений).
16. Группы унитарных матриц $U(n)$ и $SU(n)$. Генераторы групп $U(n)$ и $SU(n)$, f - и d -константы, λ -матрицы, соотношения полноты λ -матриц группы $SU(n)$.
17. Группы $SU(2)$, $SU(3)$ и $SU(4)$. Матрицы Паули и их свойства. Матрицы Гелл-Манна и их свойства. Свойства λ -матриц группы $SU(4)$.
18. Ортогональные и симплектические матрицы. Группы ортогональных матриц $O(n)$ и $SO(n)$, их инварианты и генераторы.
19. Симплектические группы, их инварианты и генераторы.

Зачет выставляется по результату собеседования по списку вопросов во время сдачи зачета с учетом самостоятельной работы студента в течение семестра.

Правила выставления оценки на экзамене.

В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса. На подготовку к ответу дается не менее 1 часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Оценка «Отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом квантовой механики;

осуществляет межпредметные связи; умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию квантовой механики

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагаются в терминах квантовой механики, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теория групп Ли»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Теория групп Ли» являются лекции. По ряду тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем его применения для решения задач и выполнения упражнений.

Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы теории групп Ли. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала и приобретенных практических навыков в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в течение семестра изучения дисциплины. Также (при необходимости) проводятся консультации по вопросам, вызывающим затруднения при их усвоении.

В конце семестра изучения дисциплины студенты сдают Экзамен. Экзамен проводится по теории с учетом результатов выполнения выданных заранее самостоятельных расчетных заданий.

Ввиду определенной специфичности излагаемого материала (высокая степень формализации, повышенные требования к логичности рассуждений и доказательств) освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Теория групп Ли», самостоятельно студенту достаточно сложно. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без регулярных занятий в течение семестра усвоить материал данной дисциплины студенту весьма затруднительно.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Для самостоятельной работы рекомендуется использовать учебную литературу:

а) основная литература

1. А.Д. Смирнов. Введение в теорию групп Ли: [учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2014. 92 с.](#)

б) дополнительная литература

1. А. Барут, Р. Рончка. Теория представлений групп и её приложения. М.: Мир, 1980. Ч.1. 455 с.
2. А. Барут, Р. Рончка. Теория представлений групп и её приложения. М.: Мир, 1980. Ч.2. 395 с.
3. П. Желобенко. Компактные группы Ли и их представления. М.: Наука, 1970. 664 с.
4. Л. С. Понтрягин. Непрерывные группы. М.: Наука, 1973. 519 с.
5. Н. Джекобсон. Алгебры Ли. М.: Мир, 1964. 358 с.
6. М. А. Наймарк. Теория представлений групп. М.: Наука, 1976. 560 с.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов.