


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра теоретической информатики

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ИВТ  
 Д.Ю. Чалый  
« 18 » мая 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
«Дискретная математика»

**Направление подготовки**  
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

**Профиль**  
«Информатика и компьютерные науки»

**Квалификация выпускника**  
Бакалавр

**Форма обучения**  
очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 27 апреля 2021 г.,  
протокол № 9

Программа одобрена НМК  
факультета ИВТ  
протокол № 7 от  
17 мая 2021 г.

Ярославль  
2021

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «Дискретная математика» являются:

- 1) овладение базовыми языками математики и информатики: языком множеств, математической логики, графов и алгоритмов, которые используются во всех дисциплинах теоретической информатики и информационных технологий;
- 2) умение вести математическое доказательство утверждений (в частности, для множеств, комбинаторики, булевых функций, графов, алгоритмов);
- 3) умение вести разработку алгоритмов;
- 4) умение решать базовые комбинаторные задачи, оптимальные задачи на графах.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Дискретная математика» относится к базовой части ОП бакалавриата.

Дисциплина Дискретная математика входит в ядро профессиональной подготовки бакалавров по направлению «Фундаментальная информатика и информационные технологии», является базовой для многих основных и специальных дисциплин этого направления:

1. На раздел «Элементы теории множеств» опираются все дисциплины математического, естественнонаучного и общепрофессионального циклов.
2. На раздел «Элементы комбинаторики» опирается дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика».
3. На раздел «Булевы функции» опирается дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов».
4. На раздел «Элементы теории графов» опирается дисциплина «Теория графов».
5. На раздел «Алгоритмы» опирается дисциплина «Алгоритмы и анализ сложности».

Предшествующих дисциплине «Дискретная математика» других дисциплин направления нет. От выпускника школы требуется наличие логического мышления.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		

<p>ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Умеет решать стандартные математические задачи</p>	<p>Знать:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) алгебру операций над множествами;</li> <li>2) комбинаторные модели (перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторения элементов) и 2 комбинаторных правила (сложения и умножения);</li> <li>3) формулу включений и исключений для объединения множеств;</li> <li>4) алгебру операций над высказываниями;</li> <li>5) теорему о связи формул алгебры множеств и алгебры высказываний;</li> <li>6) теорему о представлении булевой</li> </ol>
--	---	---

		<p>функции в виде ДНФ и КНФ;</p> <p>7) полноту и замкнутость простейших систем булевых функций;</p> <p>8) алгоритмические способы представления графов;</p> <p>9) изоморфизм и планарность графов;</p> <p>10) операции над графами;</p> <p>11) деревья и их приложения (синтаксическое дерево и поисковое дерево);</p> <p>12) транспортные сети и задачи о наибольшем потоке и о назначениях;</p> <p>13) машины Тьюринга;</p> <p>14) отношения на множествах и мощность множеств.</p> <p>Уметь:</p> <p>1) преобразовывать формулы для множеств; проводить логическое доказательство утверждений для множеств; строить диаграммы Венна для множеств; записывать формулы для множеств через подмножества универсального множества; выводить формулы для количества элементов подмножества через количество элементов других исходных подмножеств;</p> <p>2) определять основные комбинаторные модели для комбинаций или их подмножеств; использовать правила умножения, сложения, а также формулу включений и исключений для решения более сложных комбинаторных задач;</p>
--	--	---

		<p>3) определять основные комбинаторные модели для комбинаций или их подмножеств; использовать правила умножения, сложения, а также формулу включений и исключений для решения более сложных комбинаторных задач;</p> <p>4) преобразовывать формулы для высказываний; сводить доказательство утверждений для множеств к проверке истинности формул для высказываний; строить ДНФ и КНФ для булевых функций; проверять полноту и замкнутость систем булевых функций; сводить доказательство утверждений для множеств к проверке истинности формул для высказываний;</p> <p>5) строить ДНФ и КНФ для булевых функций; проверять полноту и замкнутость систем булевых функций;</p> <p>Владеть:</p> <p>1) понятиями множество, комбинаторная модель, высказывание, булева функция, ДНФ, КНФ, полнота и замкнутость системы булевых функций, граф и его части, особые графы (полные, двудольные, деревья, сети);</p> <p>2) методами сведения доказательства утверждений для множеств к проверке истинности булевых функций;</p> <p>3) алгоритмами проверки на компьютере истинности утверждений для множеств и для высказываний;</p>
--	--	---

		4) методами сведения транспортной задачи и задачи о назначениях к задаче о наибольшем потоке; 5) методами разработки и тестирования алгоритмов. ●
--	--	---

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зач. ед., 252 акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Сем ест р	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости
			Контактная работа						Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лек ции	пра кти ческ ие	лаб орат орн ые	кон сул ьтац ии	атте стац ион ные исп ыта ния	самос тоят ельная работ а	
1.	Элементы теории множеств	1	88	66		2		20	Индивидуальное задание № 1 (срок 3 неделя)
2.	Элементы комбинаторики	1	12	6		2		20	Индивидуальные задания №2,3 (срок 5 и 7 недели)
3.	Булевы функции	1	12	6		2		15	Индивидуальные задания №4,5 (срок 9 и 11 недели)
4.	Решение задач	1	4	18		1		20	Коллоквиум (контрольная работа – 14 неделя)
5	Всего за 1 семестр	1	36	36		7		65	Зачет (письменная и устная часть – 16 и 18 недели)
6.	Алгоритмы (машины Тьюринга)	2	2	6		2		7	Индивидуальная работа № 9 (срок 3 неделя)
7.	Элементы теории графов (определения, изоморфизм, планарность)	2	2	6		1		4	Индивидуальная работа № 6 (срок 5 неделя)

8.	Элементы теории графов (маршруты)	2	2	6		1		4	Индивидуальная работа № 7 (срок 7 неделя)
9.	Элементы теории графов (деревья, сети, задача о наибольшем потоке)	2	2	10		1		4	Индивидуальная работа № 8 (срок 9 неделя)
10.	Отношения множеств. Мощность множеств	2	2	6		2		7	Индивидуальная работа № 10 (срок 12 неделя)
11.	Решение задач	2	6	18				7	Коллоквиум (контрольная работа – 14 неделя)
	<b>Всего за 2 семестр</b>		<b>16</b>	<b>52</b>		<b>7</b>	<b>36</b>	<b>33</b>	<b>Экзамен</b>
	<b>Всего</b>		<b>52</b>	<b>88</b>		<b>14</b>	<b>36</b>	<b>98</b>	

### Содержание разделов дисциплины:

#### Раздел 1. Элементы теории множеств

Определение множества. Отношения между множествами. Операции над множествами. Алгебра множеств. Методика доказательства утверждений для множеств. Формула включений и исключений. Диаграммы Венна. Прямое произведение множеств. Теорема о числе элементов прямого произведения. Бинарные отношения множеств. Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Частичный и линейный порядок. Метод математической индукции. Мощность множеств. Счетные множества. Мощность множества подмножеств конечного и счетного множества. Порядковые числа.

#### Раздел 2. Элементы комбинаторики

Предмет «Комбинаторика» и комбинаторные модели. Комбинаторное правило умножения. Комбинаторное правило сложения. Перестановки без повторения. Размещения без повторения. Сочетания без повторения. Размещения с повторением. Перестановки с повторением. Сочетания с повторением. Бином Ньютона и полиномиальная теорема. Решение более сложных комбинаторных задач. Использование формулы включений и исключений при решении комбинаторных задач.

#### Раздел 3. Булевы функции

Булевы функции. Высказывания и операции над ними. Формулы высказываний и их выполнимость. Равносильность (эквивалентность) формул высказываний. Связь алгебры множеств и алгебры высказываний. Двойственные булевы функции и принцип двойственности. Реализация булевых функций формулой. Полнота системы булевых функций. Замкнутые классы булевых функций и теорема Поста.

#### Раздел 4. Алгоритмы

Проблема определения алгоритма. Машины Тьюринга. Описание машины Тьюринга. Тезис Тьюринга.

#### Раздел 5. Элементы теории графов

Определения графов. Изоморфизм и алгоритмические способы задания графа. Операции над графами. Методика установления изоморфизма графов. Примеры задач на изоморфизм графов с их решениями. Планарность графа. Примеры задач на планарность графа с их решениями. Маршруты в графах. Задача о кратчайшем маршруте. Пример задачи на нахождение кратчайшего маршрута в графе и ее решение. Эйлеровы маршруты. Примеры задач на нахождение эйлерова маршрута в графе и их решений. Деревья; определение деревьев и их свойства. Способы задания деревьев. Приложения деревьев; дерево

выражений; поисковое дерево. Задача о кратчайшем остовном дереве. Транспортные сети и задача о наибольшем потоке. Приложения задачи о наибольшем потоке; транспортная задача; задача о назначениях. Алгоритм Форда–Фалкерсона решения задачи о наибольшем потоке.

## **Раздел 6. Отношения на множествах. Мощность множеств**

Отношения на множествах и их свойства. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентных множеств и фактор множество. Отношение порядка. Максимальные, минимальный элементы и наибольший, наименьший элементы. Мощность множества. Счетные множества. Счетность множеств целых чисел и рациональных чисел. Счетность множеств конечного объединения счетных множеств и счетного объединения конечных множеств. Несчетные множества. Теорема Кантора о несчетности континуума. Теорема о большей мощности множества подмножеств любого множества. Бесконечный ряд кардинальных чисел.

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В основу образовательной технологии по дисциплине «Дискретная математика» помимо традиционных форм лекций и практических занятий положена новая форма, состоящая в выполнении студентом индивидуальных заданий по темам дисциплины. Каждое задание содержит от 2 до 4 задач, которые должны быть письменно решены со всеми требуемыми заданием доказательствами. Ошибки выполнения задач задания отмечаются подробно преподавателем, ведущим практические занятия. После исправления ошибок задание сдается вновь преподавателю на проверку. Только тогда, когда все задачи задания будут зачтены, студент получает зачет по всему заданию. Всего имеется 10 индивидуальных заданий по дисциплине. Студенты, сдавшие все индивидуальные задания досрочно, получают бонус в виде автоматического зачета или минимальной контрольной работы, результаты которой могут быть засчитаны в качестве досрочного экзамена. Студенты, сдавшие все задания в срок, получают разрешение на выполнение контрольной работы, результаты которой также могут быть засчитаны в качестве письменной части досрочного экзамена. Студенты, сдавшие индивидуальное задание с опозданием более, чем на 2 недели, получают дополнительный вариант этого задания. Такой подход стимулирует постоянную работу студентов в течение семестра и активизирует усвоение материала. Аттестация по дисциплине включает в качестве первого этапа сдачу всех индивидуальных заданий. Второй и третий этап аттестации, состоят из письменной части, выборочно проверяющей знания по отдельным темам, и устной части, выборочно проверяющей знания по остальным темам дисциплины.

Экзамен состоит из 3 частей:

- 1) полная сдача всех индивидуальных заданий,
- 2) письменная часть экзамена, которая включает в себя выполнение 3 выборочных задач по темам *Множества, Комбинаторика и Алгоритмы*;
- 3) устная часть экзамена, которая включает в себя выборочный вопрос-задачу по комбинации тем (множества, комбинаторика, булевы функции, графы, отношения на множествах).

Консультации – групповые занятия, являющиеся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты в решении задач, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы, обсуждаются результаты решения заданий, выполненных студентами самостоятельно. Помимо групповых консультаций еженедельно проводятся индивидуальные консультации, на которых преподаватель обсуждает со студентом

трудности, возникшие у студента при выполнении индивидуальных заданий, и дает рекомендации студенту.

Эта технология позволяет проводить индивидуальное обучение студентов и дает хорошие результаты для приобретения студентами заявленных компетенций. Она дополняется обсуждением общих (типичных) ошибок на практических и лекционных занятиях.

## **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются регулярно обновляемые электронные учебно-методические пособия по темам дисциплины (см. в следующем разделе).

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

а) основная:

1. Рублев, В. С., Множества : (индивидуальная работа №1 по дисциплине "Дискретная математика") : учебно-методическое пособие / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2018, 53с
2. Рублев, В. С., Множества [Электронный ресурс] : (индивидуальная работа №1 по дисциплине "Дискретная математика") : учебно-методическое пособие / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2018, 53с
3. Рублев, В. С., Элементы комбинаторики : (индивидуальные работы №2 и 3 по дисциплине "Дискретная математика") : учебно-методическое пособие / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2018, 103с
4. Рублев, В. С., Элементы комбинаторики [Электронный ресурс] : (индивидуальные работы №2 и 3 по дисциплине "Дискретная математика") : учебно-методическое пособие / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2018, 103с
5. Рублев, В. С., Булевы функции (индивидуальные работы № 4 и 5 по дисциплине "Дискретная математика") : учебно-методическое пособие / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2018, 56с
6. Рублев, В. С., Булевы функции [Электронный ресурс] (индивидуальные работы № 4 и 5 по дисциплине "Дискретная математика") : учебно-методическое пособие / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2018, 56с
7. Рублев, В. С., Множества. Отношения на множествах и мощность множества : учебно-метод. пособие для студентов, обучающихся по направлению Фундаментальная информатика и информационные технологии / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2015, 44с
8. Рублев, В. С., Множества. Отношения на множествах и мощность множества [Электронный ресурс] : учебно-метод. пособие для студентов, обучающихся по направлению Фундаментальная информатика и информационные технологии / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2015, 44с

б) дополнительная:

1. Рублев, В. С., Алгоритмы. Машины Тьюринга, проверка истинности булевых функций, эффективная реализация множеств на компьютере : (индивидуальная работа №10 по дисциплине "Основы дискретной математики") : метод. указания / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 43с
2. Рублев, В. С., Алгоритмы. Машины Тьюринга, проверка истинности булевых функций, эффективная реализация множеств на компьютере [Электронный ресурс] :

- (индивидуальная работа №10 по дисциплине "Основы дискретной математики") : метод. указания / В. С. Рублев ; Яросл.го, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 43с
3. Рублев, В. С., Элементы теории графов. Деревья, сети : (индивидуальные работы № 8 и 9 по дисциплине "Основы дискретной математики") : метод. указания / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 79с
4. Рублев, В. С., Элементы теории графов. Деревья, сети [Электронный ресурс] : (индивидуальные работы № 8 и 9 по дисциплине "Основы дискретной математики") : метод. указания / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 79с
5. Рублев, В. С., Элементы теории графов. Изоморфизм, планарность, маршруты в графах : (индивидуальные работы № 6 и 7 по дисциплине "Основы дискретной математики") : метод. указания / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 83с
6. Рублев, В. С., Элементы теории графов. Изоморфизм, планарность, маршруты в графах [Электронный ресурс] : (индивидуальные работы № 6 и 7 по дисциплине "Основы дискретной математики") : метод. указания / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 83с
7. Белов, Ю. А., Элементы теории множеств и математической логики : учеб. пособие для вузов / Ю. А. Белов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2002, 58с

## **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, хранящиеся на электронных носителях и обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочим программам дисциплин.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

### **Автор :**

Доцент кафедры

теоретической информатики, к.ф.-м.н. А.В. Смирнов

## Приложение №1 к рабочей программе дисциплины «Дискретная математика»

### 1. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов по дисциплине

Текущий контроль успеваемости студентов организован в виде 10 индивидуальных заданий (2-4 задачи), которые должен выполнить в письменной форме каждый студент (по 5 в каждом семестре). В предыдущем разделе описана технология индивидуального обучения студентов при помощи таких заданий. Требования к задачам индивидуальных заданий и примеры задач следующие:

#### I. Множества

1. Ввести обозначения множеств утверждения 1-й задачи и упростить их формулы по мере возможности, используя алгебру множеств. Провести доказательство утверждения задачи, разделив его на отдельные части. Построить диаграммы Венна для множеств, входящих в утверждение задачи, для случаев выполнения условий утверждения и каждого случая невыполнения условий. Разные множества выделить цветом и штриховкой с пояснениями. Построить примеры с множествами из натуральных чисел для случаев выполнения условий утверждения и каждого случая невыполнения условий, определив все множества примера.

Пример задачи:

$$X_1 \cap X_2 \cap X_3 = \emptyset \text{ и } X_1 \cup X_2 \cup X_3 = U \Leftrightarrow (X_2 \setminus X_3) \cup (X_1 \setminus X_2) = X_1 \cup \overline{X_3}$$

2. Ввести обозначения исходных множеств, заданных во 2-й задаче, и вывести формулу для искомого в задаче множества через исходные множества. Построить диаграмму Венна для всех указанных в задаче множеств и выделить их штриховкой, цветом с пояснениями. Основываясь на формуле включений и исключений для множеств, вывести формулу для числа элементов искомого множества и найти это число.

Пример задачи:

*В летний период транспортом пользовалось 90% населения. Причем 55% населения передвигалось поездом, 20% –самолетом, 40% –автобусом, поездом и самолетом –10%, всеми тремя видами –5%. Какой процент населения пользовался не менее чем двумя видами транспорта, один из которых автобус?*

#### II. Простые комбинаторные модели (без повторения элементов)

1. Для каждой из первых трех задач определить одну из комбинаторных моделей, соответствующую этой задаче (перестановки без повторений, сочетания без повторений, размещения без повторений; любая из них, возможно, в сочетании с правилами умножения или сложения), обосновав выбор модели (установлением взаимно-однозначного соответствия между множеством комбинаций задачи и множеством комбинаций модели) и правила умножения или сложения (если требуется), а затем решить, используя формулу для числа комбинаций соответствующей модели.

2. Дать развернутый ответ на вопрос, объяснив заданную модель (или правило) и вывод формулы для числа комбинаций, определяемых этой моделью (или правилом). Привести пример использования модели из решения других задач этого задания.

Примеры задач:

- 1) *Сколько существует 3-значных чисел, цифры каждого из которых различны, отличны от 0 и делятся на 3?*
- 2) *Сколько существует 4-значных чисел, цифры каждого из которых возрастают?*
- 3) *Сколько существует 2-значных чисел с различными четными цифрами?*
- 4) *Комбинаторное правило сложения.*

### **III. Простые комбинаторные модели (с повторением элементов)**

1. Для каждой из первых трех задач определить одну из комбинаторных моделей, соответствующую этой задаче (перестановки с повторениями, сочетания с повторениями, размещения с повторениями; любая из них, возможно, в сочетании с правилами умножения или сложения), обосновав выбор модели (установлением взаимнооднозначного соответствия между множеством комбинаций задачи и множеством комбинаций модели) и правила умножения или сложения (если требуется), а затем решить, используя формулу для числа комбинаций соответствующей модели.

2. Дать развернутый ответ на вопрос, объяснив заданную модель (или формулу) и вывод формулы (для числа комбинаций), определяемых этой моделью (или вопросом). Привести пример использования модели (формулы) из решения других задач этого задания. Примеры задач:

1) Сколько существует 5-значных чисел с цифрами, кратными 3 и идущими в неубывающем порядке?

2) Сколько существует чисел, состоящих из цифр, каждая из которых степень 2 и повторяется равное показателю число раз?

3) Сколько существует 6-значных чисел, у которых не более 2 цифр являются кубами чисел?

4) Задача о размещениях с повторениями.

### **IV. Булева алгебра и сложная комбинаторная задача**

1. Решить задачу 1 задания 1 путем сведения к проверке истинности формулы алгебры высказываний. Обосновать сведение к формуле алгебры высказываний ссылками на теорему и следствия для каждой ее части.

2. Решить комбинаторную задачу "Сколько чисел с заданным числом знаков можно составить из цифр заданного числа?". Обосновать подробно весь ход решения.

### **V. Булевы функции и сложная комбинаторная задача**

1. Булеву функцию, полученную в ходе решения задачи 1 задания 4 для равенства множеств, представить в следующих формах (с обоснованием выводом и проверкой таблицей истинности): СДНФ; СКНФ; полином Жегалкина; формулу, содержащую только штрих Шеффера.

2. Для заданных систем булевых функций решить вопрос о полноте и замкнутости этих систем (с обоснованием).

Пример задачи:

$$\{\overline{x} \rightarrow y, 0, \overline{y}\}$$

Решить комбинаторную задачу "Каким числом способов можно вынуть заданное число карт с заданными свойствами из полной колоды в 52 карты?". Обосновать подробно весь ход решения.

### **VI. Алгоритмы и машина Тьюринга**

1. Для функции 2-й задачи задания 9 построить машину Тьюринга (МТ):

а) проанализировать функцию задания и построить полный набор тестов;

б) разработать неформальное пошаговое описание алгоритма функции задания с детализацией сложных шагов;

в) тестировать алгоритм начиная с детализации и заканчивая общим алгоритмом;

г) построить функциональную таблицу МТ, отражающую каждый шаг нижнего уровня алгоритма;

д) прокрутить каждый тест на разработанной МТ, подписывая состояние МТ под рассматриваемым символом строки.

### **VII. Изоморфизм и планарность графов**

1. Определить является ли граф, заданный матрицей смежности вершин, *планарным*. В случае планарности построить реализацию графа на плоскости без пересечения ребер. В

случае *непланарности* найти часть графа (указав удаляемые при этом вершины или ребра), которая является гомеоморфной  $K_5$  или  $K_{3,3}$ .

Пример задачи:

010 011 000  
100 000 111  
000 101 001  
001 000 111  
100 000 100  
101 000 010  
010 110 010  
010 101 100  
011 100 000

2. Определить, являются ли *изоморфными* 2 графа, один из которых взят из задачи 1, а второй задан списком ребер. В случае *изоморфности* графов построить *изоморфизм* – взаимно-однозначное соответствие вершин первого и второго графов, сохраняющее смежность вершин.

Пример задачи:

{1,3}, {1,4}, {1,8}, {2,4}, {2,7}, {2,8}, {3,5}, {3,7}, {4,5}, {4,6}, {5,8}, {6,7}, {6,8}

### ***VIII. Маршруты в графах***

1. Для графа, заданного списком ребер с их длинами, найти кратчайший маршрут из первой вершины графа (с номером 1) в последнюю вершину (с наибольшим номером):

а) описать алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего маршрута в графе с пояснением всех вводимых в алгоритме обозначений;

б) свести выполнение алгоритма для заданного графа в таблицу;

с) построить реализацию графа с указанием длин ребер и выделением жирными ребрами найденного кратчайшего маршрута.

Пример задачи:

(( {1,3}, 4), ({1,4}, 3), ({1,6}, 2), ({2,3}, 2), ({2,4}, 3), ({2,6}, 4), ({2,7}, 3), ({2,8}, 6), ({3,4}, 1), ({3,6}, 1), ({4,7}, 6), ({5,2}, 2), ({5,6}, 2), ({5,8}, 7), ({7,8}, 2) )

2. Для графа (или орграфа), заданного матрицей смежности вершин, найти эйлеров маршрут (цикл, контур, цепь, путь):

а) анализировать граф на существование Эйлерова маршрута (цикла, контура, цепи, пути), сформулировав соответствующий критерий существования;

б) описать алгоритм нахождения Эйлерова маршрута (цикла или контура, цепи, пути);

с) свести выполнение алгоритма для заданного графа в таблицу;

д) выпisać полученный маршрут в качестве результата.

Пример задачи:

0 0 -1 0 1 0 0 0  
0 0 0 0 0 1 0 -1  
1 0 0 0 1 -1 -1 0  
0 0 0 0 1 0 -1 -1  
-1 0 -1 0 0 0 1 1  
0 -1 1 -1 0 0 0 1  
0 0 1 0 -1 0 0 0  
0 1 0 1 -1 -1 0 0

### ***IX. Кратчайшее дерево. Транспортная задача и задача о назначениях***

1. Для графа задачи 1 задания 7, найти кратчайшее остовное дерево:

а) описать алгоритм Краскала нахождения кратчайшего остовного дерева с пояснением всех вводимых в алгоритме обозначений;

б) свести выполнение алгоритма для заданного графа в таблицу;

с) построить реализацию графа с указанием длин ребер и выделением жирными ребрами найденного кратчайшего остовного дерева;

d) построить таблицу списка отцов, сыновей и братьев для описания полученного дерева и проверить полученное описание построением по нему дерева.

2. Решить транспортную задачу, заданную матрицей производительностей продукта в пунктах производства, спроса продукта в пунктах потребления и способностей транспортных перевозок:

a) указать условия, при которых весь производимый продукт может удовлетворить весь спрос продукта и перевозки могут быть осуществлены; построить транспортную сеть для указанной транспортной задачи;

b) описать сведение транспортной задачи к задаче о наибольшем потоке;

c) описать алгоритм решения задачи о наибольшем потоке;

d) свести выполнение алгоритма для заданной задачи в таблицы;

e) по решению задачи о наибольшем потоке получить матрицу перевозок -- решение транспортной задачи.

Пример задачи:

	15	12	11
10	2	5	4
9	5	2	3
11	4	6	2
8	5	1	3

3. Решить задачу о назначениях, заданную булевой матрицей размерности  $n \times m$  возможностей  $n$  работников для  $m$  работ:

a) указать условия, при которых может существовать решение задачи о назначениях; построить транспортную сеть для указанной задачи о назначениях;

b) описать сведение задачи о назначениях к задаче о наибольшем потоке;

c) описать алгоритм решения задачи о наибольшем потоке для задачи о назначениях;

d) свести выполнение алгоритма для заданной задачи в таблицы;

e) если наибольший поток удовлетворяет условиям существования решения задачи о назначениях, то по решению задачи о наибольшем потоке *получить матрицу назначений*; в противном случае *найти узкое место*, которое не позволяет решить задачу о назначениях.

Пример задачи:

0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0

## **X. Отношения на множествах. Мощность множеств**

1. Отношение эквивалентности

a) описать свойства, которым определяется (отношение эквивалентности  $R$ ) для элементов произвольного множества  $X$ ;

b) для заданного множества  $A$  установить, является ли каждое из заданных отношений  $R_1, R_2$  отношением эквивалентности, проверяя выполнение каждого из свойств такого отношения (обоснование);

c) для множества и заданного отношения, являющегося отношением эквивалентности, описать классы эквивалентности и фактор-множество (наиболее простой формулой для множества), а также изобразить их графически (с координатными осями и координатной сеткой) разными цветами.

2. Отношение порядка

a) описать свойства отношения частичного порядка и линейного порядка для произвольного множества  $X$ ;

b) для множества  $B$ , являющегося частью множества  $A$  из задачи 1 при заданных ограничениях  $G$ , установить, является ли каждое из заданных отношений  $R_1, R_2$

отношением порядка (частичного или линейного), проверяя выполнение каждого из свойств такого отношения (обоснование);

с) для множества  $B$  и каждого заданного отношения, являющегося отношением порядка, описать наибольший (наименьший) элемент и максимальные (минимальные) элементы этого множества (те, которые есть), строго обосновав выполнение определения, и указать их на графике (с координатной сеткой) черным цветом наибольший элемент, зеленым -- наименьший, синим -- остальные максимальные и желтым -- остальные минимальные элементы, а также пометить их надписями: *max* -- максимальный, *min* -- минимальный, *sup* -- наибольший, *inf* -- наименьший, указав их координаты в дискретном случае.

### 3. Мощность множеств

Для множеств  $A$  и  $B$  предыдущих двух задач установить их мощность. При этом для счетного множества установить конкретные функции взаимно-однозначного соответствия с множеством натуральных чисел, а для множества мощности континуум установить взаимно-однозначное соответствие с отрезком  $[0; 1]$ .

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обеспечивается методическими указаниями, приведенными в перечне основной литературы по дисциплине. В каждом указанном учебно-методическом пособии приведены примеры решения соответствующих заданий и методические рекомендации для их выполнения.

Задание письменного зачета содержит 3 задачи:

1. Задача аналогичная задаче 1 задания 1.
2. Комбинаторная задача на использование комбинаторных моделей и правил, повышенной сложности (подобно задачам заданий 4 и 5).
3. Задача, аналогичная задаче 2 задания 5.

Задание устной части зачета содержит вопрос, связанный с умением использовать определения из комбинации разных тем.

Для получения зачета все индивидуальные задания должны быть зачтены и в зачетной работе должно быть решено большинство задач и получен ответ на устный вопрос.

Экзаменационное задание содержит 3 задачи:

1. Задача аналогичная задаче 1 задания 1.
2. Комбинаторная задача повышенной сложности.
3. Задача, аналогичная задаче 2 задания 9

Задание устной части экзамена содержит вопрос, связанный с умением использовать определения из комбинации разных тем всего курса.

Для получения зачета все индивидуальные задания должны быть зачтены и в зачетной работе должно быть решено большинство задач и получен ответ на устный вопрос.

Кроме того перед условием каждой задаче может быть вопрос по теории (подчеркнутый текст задачи). Этот материал должен быть подробно и полно освещен и проиллюстрирован на примере решения задачи. Задача получает оценку 5, если она решена правильно и содержит полный ответ по теории с иллюстрацией на примере задачи. Задача получает оценку 4, если она решена правильно, но ответ по теории недостаточно полно иллюстрирован на примере задачи. Задача получает оценку 3, если она решена правильно, но практически отсутствует ответ по теории. Экзаменационная работа оценивается на 5, если все задачи решены не менее, чем на 4, и не менее половины задач оценены на 5. Экзаменационная работа оценивается на 4, если все задачи решены не менее, чем на 3, и не менее половины задач оценены не менее, чем на 4. Экзаменационная работа оценивается на 3, если не менее половины задач оценены на 3. Кроме того для получения такой оценки требуется правильный ответ на устный вопрос.

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1. Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

*Пороговый уровень* - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

*Продвинутый уровень* - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

*Высокий уровень* - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

## 2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Общепрофессиональные компетенции						

ОП К-1	Индивидуальная работа № 1 Зачет. Коллоквиумы. Экзамен.	1	<p>Знать:</p> <p>1) алгебру операций над множествами;</p> <p>2) формулу включений и исключений для объединения множеств.</p> <p>Уметь:</p> <p>1) преобразовывать формулы для множеств; проводить логическое доказательство утверждений для множеств; строить диаграммы Венна для множеств; записывать формулы для множеств через подмножества универсального множества; выводить формулы для количества элементов подмножества через количество элементов других исходных подмножеств.</p> <p>Владеть:</p> <p>1) понятиями множество.</p>	<p>Знать:</p> <p>1) алгебру операций над множествами;</p> <p>2) формулу включений и исключений для объединения множеств.</p>	<p>Уметь:</p> <p>1) преобразовывать формулы для множеств; проводить логическое доказательство утверждений для множеств; строить диаграммы Венна для множеств; записывать формулы для множеств через подмножества универсального множества; выводить формулы для количества элементов подмножества через количество элементов других исходных подмножеств.</p>	<p>Владеть:</p> <p>1) понятиями множество, комбинаторная модель, высказывание, булева функция, ДНФ, КНФ, полнота и замкнутость системы булевых функций, граф и его части, особые графы (полные, двудольные, деревья, сети).</p>
-----------	--	---	---	--	---	---

	Индивидуальные работы №2-5 Зачет. Коллоквиумы. Экзамен.	2	<p>Знать</p> <p>1) комбинаторные модели (перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторения элементов) и 2 комбинаторных правила (сложения и умножения).</p> <p>Уметь:</p> <p>1) определять основные комбинаторные модели для комбинаций или их подмножеств; использовать правила умножения, сложения, а также формулу включений и исключений для решения более сложных комбинаторных задач;</p> <p>Владеть:</p> <p>1) Понятием комбинаторная модель.</p>	<p>Знать</p> <p>1) комбинаторные модели (перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без повторения элементов) и 2 комбинаторных правила (сложения и умножения).</p>	<p>Уметь:</p> <p>1) определять основные комбинаторные модели для комбинаций или их подмножеств; использовать правила умножения, сложения, а также формулу включений и исключений для решения более сложных комбинаторных задач;</p>	<p>Владеть:</p> <p>1) Понятием комбинаторная модель.</p>
--	--	---	--	---	---	--

	<p>Индивидуальные работы №4-5 Зачет. Коллоквиумы. Экзамен.</p>	3	<p>Знать: 1) алгебру операций над высказываниями; 2) теорему о связи формул алгебры множеств и алгебры высказываний; 3) теорему о представлении булевой функции в виде ДНФ и КНФ; 4) полноту и замкнутость простейших систем булевых функций; Уметь: 1) преобразовывать формулы для высказываний; сводить доказательство утверждений для множеств к проверке истинности формул для высказываний; 2) строить ДНФ и КНФ для булевых функций; проверять полноту и замкнутость систем булевых функций; Владеть: 1) понятиями высказывание, булева</p>	<p>Знать: 1) алгебру операций над высказываниями; 2) теорему о связи формул алгебры множеств и алгебры высказываний; 3) теорему о представлении булевой функции в виде ДНФ и КНФ; 4) полноту и замкнутость простейших систем булевых функций;</p>	<p>Уметь: 1) преобразовывать формулы для высказываний; сводить доказательство утверждений для множеств к проверке истинности формул для высказываний; 2) строить ДНФ и КНФ для булевых функций; проверять полноту и замкнутость систем булевых функций;</p>	<p>Владеть: 1) понятиями высказывание, булева функция, ДНФ, КНФ, полнота и замкнутость системы булевых функций. 2) методами сведения доказательства утверждений для множеств к проверке истинности булевых функций; 3) алгоритмами проверки на компьютере истинности утверждений для множеств и для высказываний.</p>
--	--	---	---	---	---	---

			<p>функция, ДНФ, КНФ, полнота и замкнутость системы булевых функций.</p> <p>2) методами сведения доказательства утверждений для множеств к проверке истинности булевых функций;</p> <p>3) алгоритмами проверки на компьютере истинности утверждений для множеств и для высказываний.</p>			
	<p>Индивидуальная работа № 9</p> <p>Коллоквиумы.</p> <p>Экзамен.</p>	4	<p>Знать:</p> <p>1) машины Тьюринга;</p> <p>Уметь:</p> <p>1) Вести пошаговое построение алгоритма с детализацией его шагов;</p> <p>Владеть:</p> <p>1) методами разработки и тестирования алгоритмов.</p>	<p>Знать:</p> <p>1) машины Тьюринга.</p>	<p>Уметь:</p> <p>1) Вести пошаговое построение алгоритма с детализацией его шагов.</p>	<p>Владеть:</p> <p>1) методами разработки и тестирования алгоритмов.</p>

	Индивидуальная работа № 6 Экзамен.	6	Знать: 1) алгоритмические способы представления графов; 2) изоморфизм и планарность графов; Уметь: 1) Производить операции над графами. Владеть: 1) понятиями граф и его части, особые графы (полные, двудольные).	Знать: 1) алгоритмические способы представления графов; 2) изоморфизм и планарность графов.	Уметь: 1) Производить операции над графами.	Владеть: понятиями граф и его части, особые графы (полные, двудольные).
	Индивидуальная работа № 7 Экзамен.	7	Знать: 1) маршруты в графах; 2) маршруты кратчайшие и эйлеровы; Уметь: 1) находить кратчайшие и эйлеровы маршруты; Владеть: 1) понятиями маршрут (кратчайший, эйлеров, гамильтонов).	Знать: 1) маршруты в графах; 2) маршруты кратчайшие и эйлеровы.	Уметь: 1) находить кратчайшие и эйлеровы маршруты.	Владеть: 1) понятиями маршрут (кратчайший, эйлеров, гамильтонов).

	Индивидуальная работа № 8 Экзамен.	8	<p>Знать:</p> <p>1) деревья и их приложения (синтаксическое дерево и поисковое дерево);</p> <p>2) транспортные сети и задачи о наибольшем потоке и о назначениях;</p> <p>Уметь:</p> <p>1) находить кратчайшее остовное дерево;</p> <p>2) решать транспортную задачу и задачу о назначениях;</p> <p>Владеть:</p> <p>1) понятием сетей.</p>	<p>Знать:</p> <p>1) деревья и их приложения (синтаксическое дерево и поисковое дерево);</p> <p>2) транспортные сети и задачи о наибольшем потоке и о назначениях.</p>	<p>Уметь:</p> <p>1) находить кратчайшее остовное дерево;</p> <p>2) решать транспортную задачу и задачу о назначениях.</p>	<p>Владеть:</p> <p>1) понятием сетей.</p>
--	--	---	---	---	---	---

	Индивидуальная работа № 10 Экзамен.	10	<p>Знать:</p> <p>1) отношения на мно-жествах и мощность множеств;</p> <p>Уметь:</p> <p>1) проверять правиль-ность отношней эк-вивалентности и по-рядка;</p> <p>2) находить с обоснова-нием минимальные, максимальные, наи-меньшие и наибольш-ие точки для задан-ного множества с от-ношением порядка;</p> <p>Владеть:</p> <p>1) понятиями фактор-множество, мощ-ность множества, счетные и несчетные множества.</p>	<p>Знать:</p> <p>1) отношения на мно-жествах и мощность множеств.</p>	<p>Уметь:</p> <p>1) проверять правиль-ность отношней эк-вивалентности и по-рядка;</p> <p>2) находить с обоснова-нием минимальные, максимальные, наи-меньшие и наибольш-ие точки для задан-ного множества с от-ношением порядка.</p>	<p>Владеть:</p> <p>1) понятиями фактор-множество, мощ-ность множества, счетные и несчетные множества.</p>
--	---	----	---	---	---	---

Шкала оценивания успеваемости. Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине «Дискретная математика» осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

### **2.3 Шкала оценивания успеваемости текущего контроля и промежуточной аттестации**

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Текущий контроль проводится в виде индивидуальных заданий (самостоятельные работы) и коллоквиумов.. Критериями оценивания степени овладения умениями и навыками, полученными в результате освоения данной дисциплины, являются следующие критерии.

*Для текущего контроля индивидуальных работ следующие оценки по 6-бальной системе:*

0 – студент не приступал к выполнению индивидуальных заданий, либо решения всех задач, которые выполнял студент, имеют существенные ошибки;

1 – студент решил некоторые задачи, но не выполнил полностью ни одно из индивидуальных заданий;

2 – студент выполнил полностью менее половины индивидуальных заданий, срок по которым наступил;

3 – студент выполнил полностью более половины индивидуальных заданий, срок по которым наступил, но не все;

4 -- студент выполнил все индивидуальные задания, срок по которым уже наступил;

5 – студент выполнил досрочно все индивидуальные задания, срок по которым уже наступил.

Для коллоквиумов, письменной части зачета или экзамена за каждую задачу с теоретическим вопросом (подчеркнутый текст задачи) оценка выставляется по 4-бальной системе:

5 – задача решена правильно, теоретический материал освещен правильно, полностью и по ходу решения задачи;

4 – задача решена правильно и полностью, но теоретический материал не освещен по ходу решения задачи;

3 – задача решена не полностью, но существенная часть решена правильно;

2 – решение задачи содержит существенные ошибки.

Для коллоквиумов, письменной части зачета или экзамена оценка выставляется по 4-бальной системе:

5 – все задачи решены не менее, чем на 4, и большинство задач решено на 5;

4 – все задачи решены не менее, чем на 3, и большинство задач решено не менее, чем на 4;

3 – большинство задач решено не менее, чем на 3;

2 – большинство задач содержит существенные ошибки, то есть имеет оценку 2.

## 2.4 Пример задания письменной части экзамена (коллоквиума, зачета)

1. Провести доказательство утверждения задачи для произвольных подмножеств  $X_1, X_2, X_3$  непустого множества  $U$  с использованием алгебры множеств и вывода:

$$\overline{X_2 \setminus X_3} = \overline{(X_1 \setminus X_2) \cup (X_3 \setminus X_1)} \leftrightarrow \overline{X_3} \subseteq \overline{X_1} \subseteq \overline{X_2} \subseteq \overline{X_3}$$

2. Решить комбинаторную задачу с обоснованием решения:

*Сколько существует натуральных чисел, троичный  $3n$ -разрядный код которых начинается с единицы и содержит поровну нулей, единиц и двоек?*

3. Разработать машину Тьюринга (полный набор тестов, идеи алгоритма, неформальное пошаговое описание алгоритма с детализацией шагов, прокрутка тестов для частей алгоритма и всего алгоритма, функциональная таблица МТ с комментариями) для следующей задачи:

*Преобразовать троичный код произвольной длины в троичную цифру, которая наиболее часто встречается в коде (при неоднозначности взять наименьшую цифру).*

## 2.5 Пример задания устной части экзамена (коллоквиума, зачета)

*Дано  $n$ -элементное множество  $A$ . Рассматриваются множество  $B$  всех двухэлементных подмножеств  $A$  и множество  $C$ , каждый элемент которого является пересечением 2 любых подмножеств – элементов множества  $B$ . Сколько элементов имеет дополнение множества  $C$  до множества всех подмножеств множества  $A$ ?*

## Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Дискретная математика»

### 1. Методические указания для преподавателя

2. В начале курса ориентировать студентов на самостоятельную работу с использованием в качестве учебного пособия разработанных 7 методических указаний по индивидуальной работе, на контроль такой работы и льготы за успешную работу. Рекомендуются студентам, наиболее успешно освоившим материал курса (сдавшим все индивидуальные работы досрочно), выставить высшие экзаменационные оценки после небольшого устного опроса по понятиям курса, а студентов, регулярно выполняющим домашние задания и выполнившим в срок все индивидуальные задания, допустить к работе коллоквиума в конце курса, по которой за успешное ее выполнение и ответ на устный вопрос по понятиям курса разрешить выставление зачета или досрочной экзаменационной оценки при согласии студента.
3. На каждом занятии определять домашнее задание для контроля усвоения материала, состоящее в выполнении упражнений.
4. Контролировать в начале каждого занятия выполнение домашнего задания каждым студентом, отмечая результаты контроля и обсуждая неверные ответы и решения, а также лучшие способы решения упражнений. Только после этого переходить к новому лекционному материалу.
5. Проводить индивидуальные консультации со студентами, у которых возникают трудности в освоении материала.
6. Контрольную работу (коллоквиум) проводить по программе экзамена и повесить на 0,5 балла результат тем студентам, которые в течение курса выполнили все индивидуальные задания в срок.
7. Допускать ко второму и третьему этапам зачета/экзамена только студентов, выполнивших первый этап – сдачу всех индивидуальных заданий семестра.
8. В программу письменной части экзамена включать 3 задачи, по одной к каждой теме курса. Каждая задача должна содержать задачу и теоретический вопрос, как правило, связанный с задачей. Результат задания может быть засчитан, если только студент решил задачу (в основном решение правильно и обосновано). Зачет студент получает, если на письменной части зачета он решил не менее 2-х задач и подтвердил свои знания на устной части зачета. На экзамене оценка «5» выставляется студенту, если он каждое задание сделал не менее чем на «4» и не менее половины заданий выполнил на «5». Оценка «4» выставляется студенту, если он каждое задание сделал не менее чем на «3» и не менее половины заданий выполнил на «4» или выше. Оценка «3» выставляется студенту, если он не менее половины заданий выполнил на «3». Оценка «2» выставляется студенту, если он не выполнил большинство заданий. Эта оценка может быть скорректирована на устной части экзамена, как в сторону повышения, так и в сторону понижения. Но оценка 2 по письменной части экзамена корректировке не подлежит.

### **2. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно»,

«неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

### **Приложение №3 к рабочей программе дисциплины «Дискретная математика»**

#### **Методические указания для студента**

1. Ориентироваться на самостоятельную работу в освоении материала курса.
2. Рекомендуются знакомиться с материалом разделов по соответствующим методическим указаниям до их чтения лектором с целью лучшего понимания лекций. В случае трудности с пониманием некоторого материала следует усилить внимание при слушании лекции и, при необходимости, задать лектору вопросы.
3. После ознакомления с материалом постараться сначала самостоятельно решить приведенные примеры. При возникновении трудностей разобрать решение примера по материалу методических указаний. При непонимании материала или решения примеров задать на лекции вопросы по этому материалу или примерам.
4. Не откладывать выполнение задач каждого индивидуального задания, стремясь сдать их досрочно. Перед выполнением задания внимательно изучить методические рекомендации по заданию в соответствующих учебно-методических пособиях.
5. При получении замечаний от преподавателя по выполнению той или иной задачи индивидуального задания внимательно отнестись к ним и постараться понять, что требуется сделать. Перечитать соответствующий материал методических указаний по индивидуальному заданию.
6. В случае возникновения трудностей в понимании материала того или иного материала методического указания следует обратиться за консультацией к преподавателю, ведущему курс.

#### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу. Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной

литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Главной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") [www.informika.ru](http://www.informika.ru).

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- [Электронная библиотека](#) – является крупнейшим в российском сегменте Интернета хранилищем полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно-методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно-методической деятельности.

- Интегральный [каталог](#) образовательных интернет-ресурсов содержит представленные в стандартизированной форме метаданные внешних ресурсов, а также содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- Избранное. В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- [Библиотеки вузов](#). Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет ([http://lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ

([http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

3. Электронная картотека [«Книгообеспеченность»](#)

([http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии

книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека [«Книгообеспеченность»](#) доступна в сети университета и через Личный кабинет.

### **Задания для самопроверки (тестовые вопросы)**

1. Сколько у 10-элементного множества подмножеств с нечетным количеством элементов, меньшим 5?
2. Является ли правильным вывод  $x \in A \wedge x \in B \rightarrow x \in (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \setminus C$ ?
3. Есть ли лишние посылки у вывода  $x \in A \wedge x \in B \rightarrow x \in A \cap B$ ?
4. Есть ли лишние посылки у вывода  $x \in A \wedge x \in B \rightarrow x \in A \cup B$ ?
5. Сколько есть различных линейных монотонных булевых функций 3 аргументов?
6. Сколько слагаемых имеет формула включений и исключений для объединения 5 подмножеств?
7. Сколько существует различных (попарно неизоморфных) двудольных графов с 5 вершинами без изолированных вершин?