


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан физического факультета



(подпись)

И.С.Огнев

« 23 » мая 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**«Теоретическая механика»**

Направление подготовки  
11.03.04 Электроника и наноэлектроника

Направленность (профиль)  
«Интегральная электроника и наноэлектроника»

Форма обучения  
очная

Программа одобрена  
на заседании кафедры  
от «17» апреля 2023 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
физического факультета  
протокол № 5 от « 25 » апреля 2023года

Ярославль

### **1. Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Теоретическая механика» являются основные физические принципы и методы аналитической механики. Знание аналитической механики вырабатывает у студентов навыки моделирования физических явлений и аналитического решения возникающих при этом задач.

### **2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата**

Дисциплина «Теоретическая механика» относится к обязательной части образовательной программы и входит в модуль «Теоретическая физика».

Для освоения данной дисциплиной студенты должны владеть математическим аппаратом векторного и тензорного анализа, линейной алгебры, дифференциального исчисления, уметь решать основные типы дифференциальных уравнений.

Полученные в курсе «Теоретическая механика» знания необходимы для изучения последующих дисциплин модуля «Теоретическая физика», а также для продолжения обучения в магистратуре по направлению подготовки 03.04.02 Физика.

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
ОПК-1 Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности.	ИД-ОПК-1_1 Знает фундаментальные законы природы и основные физические и математические законы.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- законы изменения и сохранения импульса, кинетического момента и энергии и их связь со свойствами пространства-времени и с симметрией силовых полей.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать широкий класс задач о движении свободных и ограниченных механических систем.</li> </ul> <p><b>Владеть навыками:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решения обыкновенных дифференциальных уравнений (уравнения Ньютона, Лагранжа-Эйлера, Гамильтона).</li> </ul>
	ИД-ОПК-1.2 Способен применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера.	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вариационные принципы механики;</li> <li>- методы Лагранжа, Гамильтона и Гамильтона-Якоби.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- пользоваться законами сохранения при решении задач о движении механических систем.</li> </ul>
	ИД-ОПК-1.3 Демонстрирует навыки использования знаний физики и математики при решении практических задач.	<p><b>Владеть навыками:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использования вариационного исчисления в приложении к вариационным методам механики (принцип минимального действия, принцип Мопертюи);</li> <li>- использования методов разделения переменных в уравнениях в частных производных (уравнения Гамильтона-Якоби).</li> </ul>

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную ра- боту студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего кон- троля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Основные понятия и за- коны классической ме- ханики	4	8	4		1		3	Задания для самостоя- тельной работы.
2	Законы изменения и со- хранения импульса, мо- мента импульса и энер- гии.	4	7	4		1		2	Задания для самостоя- тельной работы, Контрольная работа №1.
	в том числе с ЭО и ДОТ							1	
3	Движение относительно неинерциальных систем отсчета.	4	4	4				1	Задания для самостоя- тельной работы.
4	Уравнение Лагранжа.	4	10	6		1		2	Задание для самостоя- тельной работы.
	в том числе с ЭО и ДОТ							1	
5	Задача двух тел и теория рассеяния частиц	4	8	4				2	Контрольная работа №2
6	Линейные колебания.	4	4	4		1		2	Задания для самостоя- тельной работы.
7	Уравнения Гамильтона и вариационные принци- пы.	4	6	6		1		2	Задания для самостоя- тельной работы
	в том числе с ЭО и ДОТ								
8	Динамика твердого тела.	4	4	2				2	
						2	0,5	33,5	Экзамен
	Всего за 4 семестр		51	34		7	0,5	51,5	
	в том числе с ЭО и ДОТ							2	
	Всего		51	34		7	0,5	51,5	
	в том числе с ЭО и ДОТ							2	

## **Содержание разделов дисциплины:**

### **1. Основные понятия и законы классической механики.**

- 1.1. Теоретическая механика - введение и первая часть курса теоретической механики. Предмет изучения, пределы применимости классической механики и принцип соответствия. Понятие о материальной точке, пространстве, времени, системах отсчета и системах координат.
- 1.2. Кинематика точки. Радиус-вектор, скорость и ускорение точки в декартовой, цилиндрической, сферической и естественной системах координат.
- 1.3. Понятие о силе и массе. Инерциальные системы отсчета и закон Ньютона. Принцип относительности Галилея.
- 1.4. Решение уравнений движения и начальные условия (движение точки в заданных полях).

### **2. Законы изменения и сохранения импульса, момента импульса и энергии.**

- 2.1. Импульс и момент импульса материальной точки. Законы их изменения и сохранения. Центральные силы.
- 2.2. Энергия материальной точки. Силы потенциальные, гироскопические, диссипативные. Примеры.
- 2.3. Общие свойства движения материальной точки в центрально симметричном поле. Постановка задачи и получение уравнений движения и уравнения траектории из законов сохранения момента импульса и энергии. Область движения, условие падения на центр и замкнутость траектории.
- 2.4. Задача Кеплера. Постановка задачи и определение области движения с помощью эффективного потенциала. Получение уравнения траектории из законов сохранения моментов импульса и энергии и его анализ. Вычисление периода обращения. Законы Кеплера.
- 2.5. Импульс и момент импульса системы материальных точек. Законы их сохранения и изменения. Центр масс.
- 2.6. Энергия системы материальных точек. Закон ее изменения и сохранения. Связь законов сохранения с симметрией силовых полей и со свойствами пространства и времени.
- 2.7. Теорема о вирiale сил.

### **3. Движение относительно неинерциальной системы отсчета.**

- 3.1. Положение твердого тела в пространстве. Ортогональные преобразования и углы Эйлера. Теорема Эйлера.
- 3.2. Вектор малого поворота и угловая скорость. Кинематические соотношения Эйлера.
- 3.3. Относительное движение материальной точки. Положение, скорость и ускорение материальной точки относительно неинерциальной системы отсчета. Силы инерции. Выделенность инерциальных систем отсчета.
- 3.4. Законы изменения кинетического момента и кинетической энергии относительно поступательно движущейся системы центра масс.

### **4. Уравнение Лагранжа.**

- 4.1. Принцип наименьшего действия. Уравнение Лагранжа-Эйлера.
- 4.2. Обобщенный потенциал и обобщенные силы.
- 4.3. Механические системы со связями. Голономные и неголономные, стационарные и нестационарные связи. Понятие об обобщенных координатах и скоростях. Критерий независимости координат в случае наложения голономных связей. Число степеней

свободы.

4.4. Уравнение Лагранжа в независимых координатах. Обобщенный импульс и обобщенная энергия, законы изменения и сохранения. Циклические координаты.

## **5. Задача двух тел и теория рассеяния частиц.**

5.1 Задача двух тел в классической механике. Сведение задачи двух тел к эквивалентной задаче о движении одного тела в центрально-симметричном потенциальном поле. Общее решение задачи двух тел.

5.2 Упругое рассеяние двух частиц. Постановка задачи и ее решение в системе центра масс. Угол рассеяния в системе центра масс. Переход к лабораторной системе. Диаграмма скоростей.

5.3. Эффективное сечение рассеяния.

5.4. Рассеяние частиц с кулоновским взаимодействием. Формулы Резерфорда.

5.5. Рассеяние частиц «упругих шариков».

## **6. Линейные колебания.**

6.1. Собственные одномерные колебания и характерные черты линейной теории малых колебаний.

6.2 Собственные колебания с несколькими степенями свободы под действием потенциальных сил. Положения устойчивого равновесия. Достаточный признак устойчивости положения равновесия. Характеристическое уравнение и собственные частоты. Нормальные колебания.

6.3 Нормальные координаты. Энергия и функция Лагранжа в нормальных координатах.

6.4 Собственные колебания систем при наличии гироскопических и диссипативных сил.

6.5 Возбужденные колебания и резонанс в системах с одной и несколькими степенями свободы.

## **7. Уравнения Гамильтона и вариационные принципы.**

7.1 Канонические уравнения Гамильтона.

7.2 Фазовое пространство. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема ансамбля механических систем.

7.3 Скобки Пуассона. Теорема Пуассона.

7.4 Теорема Якоби. Метод разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби. Аналогия между движением материальной точки и волновым процессом.

7.5 Адиабатические инварианты (на примере математического маятника с медленно меняющейся длиной подвеса).

## **8. Динамика твердого тела.**

8.1 Импульс, момент импульса и кинетическая энергия твердого тела. Тензор инерции.

8.2 Преобразования тензора инерции при поворотах и трансляциях системы координат, главные оси и главные моменты инерции. Связь главных осей с симметрией тела.

8.3 Движение свободного симметричного волчка.

8.4 Уравнение движения твердого тела. Уравнение Эйлера. Движение тела с закрепленной точкой.

8.5 Плоско-параллельное движение твердого тела.

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

**Электронный учебный курс «Теоретическая механика» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ**, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
- представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

## **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Павленко, Ю. Г. Задачи по теоретической механике : учебное пособие : Для вузов. / Павленко Ю. Г. - 2-е изд. , перераб. и доп. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 536 с. - ISBN 5-9221-0302-4. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922103024.html>
2. Павленко, Ю. Г. Лекции по теоретической механике / Павленко Ю. Г. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 392 с. - ISBN 5-9221-0241-9. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102419.html>
3. Гвоздев А.А., Огнев И.С. Избранные задачи по курсу «Теоретическая механика». — Ярославль: ЯрГУ, 2005. — 44 с.  
<http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20051708.pdf> (электронный ресурс)

### **б) дополнительная литература**

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Том I. Механика : Учеб. пособ. : Для вузов. / Ландау Л. Д. , Лифшиц Е. М. - 5-е изд. , стереот. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 224 с. - ISBN 978-5-9221-0819-5. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922108195.html>
2. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Т. VII. Теория упругости : Учеб. пособ. : Для вузов. / Ландау Л. Д. , Лифшиц Е. М. - 5-е изд. , стереот. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 264 с. - ISBN 978-5-9221-0122-6. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922101226.html>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.



Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Доцент кафедры теоретической физики, к.ф.-м.н.

М. В. Мартынов

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Теоретическая механика»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Задания для самостоятельной работы**  
*(данные задания выполняются студентом самостоятельно  
и преподавателем в обязательном порядке не проверяются)*

**Задания по теме №1 «Основные понятия и законы классической механики»:**

1. Точка движется по плоской траектории с постоянной секторной скоростью, причём величина линейной скорости обратно пропорциональна её расстоянию  $\rho$  от начала координат. Найти уравнение траектории, закон движения  $\mathbf{r}(t)$  и ускорение точки  $\mathbf{w}$  как функцию  $\rho$ , если заданы начальные условия:  $\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0$  и  $\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0$ .
2. Точка движется в плоскости так, что её секторная скорость  $\sigma_z = k\rho^2/2$ , а угол между ускорением и радиус-вектором точки постоянен и равен  $45^\circ$ . Найти закон движения и уравнение траектории точки при следующих начальных условиях:  $\rho(0)=0$ ,  $\varphi(0)=0$ ,  $\dot{\rho}(0) = a$ .
3. Точка движется по сфере, причём в любой момент времени скорость точки образует постоянный угол  $\alpha$  с меридианом. Найти уравнение траектории точки.
4. Выразить радиус кривизны траектории  $R$  как функцию от мгновенных декартовых координат  $x(t)$  и  $y(t)$  плоскости  $xOy$ .
5. Точка движется по параболе  $y(x) = kx^2$  так, что её ускорение параллельно оси  $Oy$  и равно  $a$ . Определить компоненты  $w_\tau$  и  $w_n$  ускорения точки как функции времени.
6. Точка движется по спирали  $\rho = ae^\varphi$  так, что радиальная составляющая её ускорения равна нулю. Показать, что абсолютные величины скорости и ускорения точки пропорциональны  $\rho$ .

**Задания по теме №2 «Законы изменения и сохранения импульса, момента импульса и энергии»:**

1. Электрон движется в магнитном поле с напряжённостью  $\mathbf{H} = H_0 \mathbf{n}_z \cos(ay)$ . Найти закон движения и траекторию электрона, если в начальный момент времени:  $\mathbf{r}(0) = 0$  и  $\mathbf{v}(0) = v_0 \mathbf{n}_y$ .
2. Электронно-лучевая трубка помещена в однородное магнитное поле, напряжённость  $H$  которого перпендикулярна плоскости экрана. Электроны влетают в электронно-лучевую трубку из электронной пушки с составляющей скорости  $u$  вдоль оси трубки и составляющей скорости  $v_0$  перпендикулярно оси. При какой длине трубки  $L$  все электроны сфокусируются в одной точке экрана?

3. Тело движется в поле с потенциальной энергией:

$$U(x) \begin{cases} -k_0 x, & x < 0, \\ k_1 x^2, & x > 0. \end{cases}$$

Найти период колебаний тела, как целого.

4. Электрон (позитрон) вылетает из точки  $\mathbf{r}_0 = (0, 0, 0)$  с начальной скоростью  $\mathbf{v}_0$  в плоскости  $xOy$  под острым углом  $\alpha$  к оси  $Ox$  в область, заполненную однородным электрическим полем напряжённости  $\mathbf{E} = (E_0, 0, 0)$ . Найти траекторию движения электрона (позитрона).

5. Электрон (позитрон) вылетает из точки начала системы координат с начальной скоростью  $\mathbf{v}_0 = (v_0 \cos \alpha, v_0 \sin \alpha, 0)$  с острым углом  $\alpha$  в область, заполненную однородным магнитным полем напряжённости  $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ . Найти траекторию движения электрона (позитрона).

6. Определить угол наклона к горизонту, под которым должен вылететь снаряд из гаубицы с начальной скоростью  $v_0$ , чтобы пролететь максимальное расстояние. Учесть трение снаряда о воздух.

### Задания по теме №3 «Движение относительно неинерциальной системы отсчета»:

1. Тело, поднятое на высоту  $h$ , отпустили без начальной скорости. При условии  $h \ll R_\oplus$  (где  $R_\oplus$  - радиус Земли) найти направление и оценить величину отклонения тела от вертикали в момент падения на Землю.

2. Пуля выпущена из карабина вертикально вверх со скоростью  $v_0$ . Найти направление и оценить величину отклонения пули от вертикали в момент падения на Землю.

### Задания по теме №4 «Уравнение Лагранжа»:

1. Восстановить вид функции Лагранжа по известному закону одномерного движения материальной точки массы  $m$ :

$$x^2(t) = \frac{\alpha t^2}{x_0^2} + (x_0 + v_0 t)^2,$$

где  $x_0$  и  $v_0$  - начальные положение и скорость точки.

2. Точка массы  $m$  движется по гладкой поверхности конуса с углом  $2\alpha$  при вершине, ось конуса расположена вертикально. Найти функцию Лагранжа системы и первые интегралы движения.

3. Шарик со скоростью  $v_0$ , которая направлена горизонтально вдоль касательной к внутренней поверхности гладкой чаши-полусферы радиуса  $a$ . Найти такое соотношение начального положения и скорости шарика, при котором он лишь коснётся края чаши.

4. В горизонтально расположенной плоскости сделано маленькое отверстие, через которое продета нить длины  $l$ . На концах нити закреплены точки с массами  $m_1$  и  $m_2$ , причём точка массы  $m_1$  катается по плоскости без трения, а точка массы  $m_2$  совершает колебания. Найти функцию Лагранжа системы и первые интегралы движения.

### Задания по теме №6 «Линейные колебания»:

1. Плоским двойным математическим маятником называют два математических маятника, точка подвеса первого из которых жёстко закреплена, а точка подвеса второго свободно сочленена с концом первого. Считая, что длины и массы маятников одинаковы и равны  $l$  и  $m$ , соответственно, найти собственные частоты и нормальные координаты двойного математического маятника.

2. Найти собственные частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  и нормальные координаты  $\theta_1$  и  $\theta_2$  связанных математических маятников. Связанными называются два математических маятника, материальные точки которых скреплены пружиной. Считать точки подвеса маятников расположенными на одной высоте, их длины и массы равными  $l$  и  $m$ , соответственно. Коэффициент жёсткости пружины принять равным  $k$ .

3. Определить положение устойчивого равновесия маятника длины  $l$ , точка подвеса которого совершает вертикальные колебания с большой частотой  $\gamma \gg \omega_0 = \sqrt{g/l}$ .

### Задания по теме №7 «Уравнения Гамильтона и вариационные принципы»:

1. Найти функцию Гамильтона электрона в постоянном однородном магнитном поле в декартовых и цилиндрических координатах.
2. Найти уравнение движения электрона в постоянном однородном магнитном поле и его интегралы движения.
3. Найти фазовую траекторию одномерного осциллятора массы  $m$  и частоты  $\omega$  при начальных условиях  $x(0) = x_0$  и  $\dot{x}(0) = 0$ .
4. Найти действие для одномерного осциллятора массы  $m$  и частоты  $\omega$  при граничных условиях  $x(0) = x_1$  и  $x(\tau) = x_2$ .
5. Найти полный интеграл Якоби электрона в постоянном однородном магнитном поле в цилиндрических координатах. Получить закон его движения через полный интеграл Якоби.

### Задания по теме №8 «Динамика твёрдого тела»:

1. Определить главные моменты инерции:
  - однородного цилиндра массы  $M$ , радиуса  $R$ , высоты  $h$ ;
  - однородного кругового конуса массы  $M$ , радиуса основания  $R$ , высоты  $h$ .
2. Найти условие, при выполнении которого вращение тяжёлого симметричного волчка вокруг вертикальной оси будет устойчивым.
3. Найти кинетическую энергию вращения конуса в горизонтальной плоскости вокруг неподвижной вершины. Масса конуса  $M$ , радиус основания  $R$ , высота  $h$ .

## Контрольная работа №1

### Вариант 1.

#### Задача 1.

Точка движется по закону  $\vec{r}(t) = (a \cos(\omega t), b \sin(\omega t), 0)$ . Найти траекторию движения точки, ее скорость и ускорение в зависимости от времени, а также связь между ускорением и радиус-вектором.

#### Задача 2.

Шарик массы  $m$  падает на горизонтальную плоскость с высоты  $h$ . Начальная скорость шарика равна нулю. Движение происходит в среде с квадратичным по скорости сопротивлением. Найти высоту подъема шарика  $h_1$  после упругого удара о плоскость.

#### Задача 3.

Расстояние между катодом и анодом в плоском магнетроне равно  $d$ , разность потенциалов  $U$ , а напряженность магнитного поля  $\vec{H}$ . Электроны эммитируются с катода с нулевой начальной скоростью. При каком значении поля  $\vec{H}$  ток в магнетроне отсутствует?

### Вариант 2.

#### Задача 1.

Точка движется по эллипсу с полуосями  $a$  и  $b$  и постоянной секториальной скоростью  $\sigma_0$ . Найти ускорение точки как функцию координат.

#### Задача 2.

Тело движется в однородном поле тяжести Земли. Сила сопротивления среды пропорциональна квадрату скорости. В начальный момент времени тело находилось на высоте  $H$ , а его скорость равнялась нулю. Найти зависимость скорости от времени, скорости от высоты и высоты от времени.

**Задача 3.**

Найти закон движения заряда в магнитном поле  $\vec{H} = (0, 0, H_0 \cos \frac{y}{a})$ . Начальные условия в декартовых координатах имеют вид  $\vec{r}(0) = 0$ ;  $\vec{v}(0) = (0, \omega \cdot a, 0)$ ;  $\omega = eH_0/mc$ .

**Вариант 3.****Задача 1.**

Точка движется по эллипсу с полуосями  $a$  и  $b$  с постоянной по величине скоростью  $v_0$ . Определить ускорение и скорость точки как функции координат.

**Задача 2.**

Заряд  $e$  движется в поле с напряженностью  $\vec{E} = E_0 \vec{n}_x \sin(z/a)$  электрического ондулятора. В начальный момент времени  $\vec{r}(0) = 0$ ,  $\vec{v}(0) = v_0 \vec{n}_z$ . Найти закон движения заряда.

**Задача 3.**

Заряд  $e$  движется в однородном постоянном магнитном поле. Доказать, что для момента импульса  $\vec{M}$  заряда имеет место интеграл движения  $\vec{M}\vec{H} + \frac{e}{2c} [\vec{r} \times \vec{H}] = C$ .

**Вариант 4.****Задача 1.**

Точка движется по плоской траектории с постоянной секториальной скоростью, причем величина линейной скорости точки обратно пропорциональна ее расстоянию  $\rho$  от начала координат. Найти уравнение траектории, закон движения  $\vec{r}(t)$  и ускорение точки  $\vec{w}$  как функцию  $\rho$ , если заданы начальные условия:  $\vec{r}(0) = \vec{r}_0$  и  $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ .

**Задача 2.**

Электрон движется в магнитном поле с напряженностью  $\vec{H} = H_0 \vec{n}_z \cos(ay)$ . Найти закон движения и траекторию электрона, если в начальный момент времени:  $\vec{r}(0) = 0$  и  $\vec{v}(0) = \dot{y}_0 \vec{n}_y$ .

**Задача 3.**

Заряд  $e$  движется в поле магнитного монополя  $\vec{H} = g \frac{\vec{r}}{r^3}$ . Найти интеграл движения, следующий из закона изменения момента импульса заряда.

**Вариант 5.****Задача 1.**

Точка движется в плоскости так, что ее секториальная скорость  $\sigma_z = k\rho^2/2$ , а угол между ускорением и радиус-вектором точки постоянен и равен  $45^\circ$ . Найти закон движения и уравнение траектории точки при следующих начальных условиях:  $\rho(0) = 0$ ,  $\varphi(0) = 0$  и  $\dot{\rho}(0) = a$ .

**Задача 2.**

Электронно-лучевая трубка помещена в однородное магнитное поле, напряженность  $H$  которого перпендикулярна плоскости экрана. Электроны влетают в электронно-лучевую

трубку из электронной пушки с составляющей скорости  $u$  вдоль оси трубки и составляющей скорости  $v_0$  перпендикулярно оси. При какой длине трубки  $L$  все электроны сфокусируются в одной точке экрана?

**Задача 3.**

Найти собственную гравитационную энергию однородного шара массы  $M$  и радиуса  $a$ .

**Вариант 6.**

**Задача 1.**

Точка движется по сфере, причем в любой момент времени скорость точки образует постоянный угол  $\alpha$  с меридианом. Найти уравнение траектории точки.

**Задача 2.**

Тело движется в поле с потенциальной энергией:

$$U(x) = \begin{cases} -k_0 x, & x < 0, \\ k_1 x^2/2, & x > 0. \end{cases}$$

Найти период колебаний тела, как целого.

**Задача 3.**

Вывести выражения для первой и второй космических скоростей взлета со звезды (планеты) массы  $M$  и радиуса  $R$ .

**Вариант 7.**

**Задача 1.**

Выразить радиус кривизны траектории  $R$  как функцию от мгновенных декартовых координат  $x(t)$  и  $y(t)$  плоскости  $xOy$ .

**Задача 2.**

Электрон (позитрон) вылетает из точки  $\vec{r}_0 = (0,0,0)$  с начальной скоростью  $\vec{v}_0$  в плоскости  $xOy$  под острым углом  $\alpha$  к оси  $Ox$  в область, заполненную однородным электрическим полем напряженности  $\vec{E} = (0,0,0)$ . Найти траекторию движения электрона (позитрона).

**Задача 3.**

Тело брошено с поверхности Земли с начальной скоростью  $v_0 < \sqrt{gR}$ . При каком значении угла  $\beta$  между скоростью и касательной к Земле дальность полета максимальна?

**Вариант 8.**

**Задача 1.**

Точка движется по параболе  $y(x) = kx^2$  так, что ее ускорение параллельно оси  $Oy$  и равно  $a$ . Определить компоненты  $w_\tau$  и  $w_n$  ускорения точки как функции времени.

**Задача 2.**

Электрон (позитрон) вылетает из точки начала системы координат с начальной скоростью  $\vec{V}_0 = (V_0 \cos \alpha, V_0 \sin \alpha, 0)$  с острым углом  $\alpha$  в область, заполненную однородным магнитным полем напряженности  $\vec{H} = (0, 0, H)$ . Найти и изобразить траекторию движения электрона (позитрона).

**Задача 3.**

Точка массы  $m_1$  движется по горизонтальной, гладкой плоскости. Эта точка соединена со второй точкой массы  $m_2$  нерастяжимой нитью, продетой через отверстие в плоскости. Вторая точка может перемещаться в однородном поле тяжести только по вертикали. Найти область, в которой расположена траектория первой точки, если в начальный момент времени она находилась на расстоянии  $\rho_0$  от отверстия и имела скорость  $\rho_0 \omega_0$  направленную перпендикулярно радиус-вектору точки, проведенному от отверстия.

**Вариант 9.****Задача 1.**

Точка движется по спирали  $\rho = a \cdot e^{\varphi}$  так, что радиальная составляющая ее ускорения равна нулю. Показать, что абсолютные величины скорости и ускорения точки пропорциональны  $\rho$ .

**Задача 2.**

Определить угол наклона к горизонту, под которым должен вылететь снаряд из гаубицы с начальной скоростью  $V_0$ , чтобы пролететь максимальное расстояние. Учесть трение снаряда о воздух.

**Задача 3.**

Найти отклонение вертикально падающего тела, поднятого над поверхностью Земли на высоту  $h$ , от вертикали. То же для тела, брошенного вертикально вверх, после его падения на Землю.

**Вариант 10.****Задача 1.**

Точка движется по закону  $\vec{r}(t) = (a \cos(\omega t), b \sin(\omega t), 0)$ . Найти траекторию движения точки, ее скорость и ускорение в зависимости от времени, а также связь между ускорением и радиус-вектором.

**Задача 2.**

Шарик массы  $m$  падает на горизонтальную плоскость с высоты  $h$ . Начальная скорость шарика равна нулю. Движение происходит в среде с квадратичным по скорости сопротивлением. Найти высоту подъема шарика  $h_1$  после упругого удара о плоскость.

**Задача 3.**

Найти закон движения заряда в магнитном поле  $\vec{H} = (0, 0, H_0 \cos \frac{y}{a})$ . Начальные условия в декартовых координатах имеют вид  $\vec{r}(0) = 0$ ;  $\vec{v}(0) = (0, \omega \cdot a, 0)$ ;  $\omega = eH_0/mc$ .

## Вариант 11.

### Задача 1.

Точка движется по эллипсу с полуосями  $a$  и  $b$  и постоянной секториальной скоростью  $\sigma_0$ . Найти ускорение точки как функцию координат.

### Задача 2.

Тело движется в однородном поле тяжести Земли. Сила сопротивления среды пропорциональна квадрату скорости. В начальный момент времени тело находилось на высоте  $H$ , а его скорость равнялась нулю. Найти зависимость скорости от времени, скорости от высоты и высоты от времени.

### Задача 3.

Расстояние между катодом и анодом в плоском магнетроне равно  $d$ , разность потенциалов  $U$ , а напряженность магнитного поля  $\vec{H}$ . Электроны эммитируются с катода с нулевой начальной скоростью. При каком значении поля  $\vec{H}$  ток в магнетроне отсутствует?

## Вариант 12.

### Задача 1.

Точка движется по эллипсу с полуосями  $a$  и  $b$  с постоянной по величине скоростью  $v_0$ . Определить ускорение и скорость точки как функции координат.

### Задача 2.

Заряд  $e$  движется в поле с напряженностью  $\vec{E} = E_0 \vec{n}_x \sin(z/a)$  электрического ондулятора. В начальный момент времени  $\vec{r}(0) = 0$ ,  $\vec{v}(0) = v_0 \vec{n}_z$ . Найти закон движения заряда.

### Задача 3.

Заряд  $e$  движется в поле магнитного монополя  $\vec{H} = g \frac{\vec{r}}{r^3}$ . Найти интеграл движения, следующий из закона изменения момента импульса заряда.

## Вариант 13.

### Задача 1.

Точка движется по плоской траектории с постоянной секториальной скоростью, причем величина линейной скорости точки обратно пропорциональна ее расстоянию  $\rho$  от начала координат. Найти уравнение траектории, закон движения  $\vec{r}(t)$  и ускорение точки  $\vec{w}$  как функцию  $\rho$ , если заданы начальные условия:  $\vec{r}(0) = \vec{r}_0$  и  $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ .

### Задача 2.

Электрон движется в магнитном поле с напряженностью  $\vec{H} = H_0 \vec{n}_z \cos(ay)$ . Найти закон движения и траекторию электрона, если в начальный момент времени:  $\vec{r}(0) = 0$  и  $\vec{v}(0) = v_0 \vec{n}_y$ .

### Задача 3.

Заряд  $e$  движется в однородном постоянном магнитном поле. Доказать, что для момента импульса  $\vec{M}$  заряда имеет место интеграл движения  $\vec{M}\vec{H} + \frac{e}{2c} [\vec{r} \times \vec{H}] = C$ .



### Вариант 14.

#### Задача 1.

Точка движется в плоскости так, что ее секториальная скорость  $\sigma_z = k\rho^2/2$ , а угол между ускорением и радиус-вектором точки постоянен и равен  $45^\circ$ . Найти закон движения и уравнение траектории точки при следующих начальных условиях:  $\rho(0) = 0$ ,  $\varphi(0) = 0$  и  $\dot{\rho}(0) = a$ .

#### Задача 2.

Электронно-лучевая трубка помещена в однородное магнитное поле, напряженность  $H$  которого перпендикулярна плоскости экрана. Электроны влетают в электронно-лучевую трубку из электронной пушки с составляющей скорости  $u$  вдоль оси трубки и составляющей скорости  $v_0$  перпендикулярно оси. При какой длине трубки  $L$  все электроны сфокусируются в одной точке экрана?

#### Задача 3.

Вывести выражения для первой и второй космических скоростей взлета со звезды (планеты) массы  $M$  и радиуса  $R$ .

### Вариант 15.

#### Задача 1.

Точка движется по сфере, причем в любой момент времени скорость точки образует постоянный угол  $\alpha$  с меридианом. Найти уравнение траектории точки.

#### Задача 2.

Тело движется в поле с потенциальной энергией:

$$U(x) = \begin{cases} -k_0x, & x < 0, \\ k_1x^2/2, & x > 0. \end{cases}$$

Найти период колебаний тела, как целого.

#### Задача 3.

Найти собственную гравитационную энергию однородного шара массы  $M$  и радиуса  $a$ .

### Контрольная работа №2

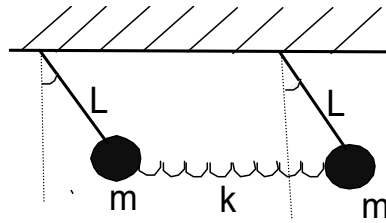
#### Билет 1

#### Задача 1.

Найти дифференциальное сечение рассеяния  $d\sigma = d\sigma(\theta)$  при рассеянии материальных точек на абсолютно твердом шаре радиуса  $R$  как функцию угла рассеяния.

#### Задача 2.

Найти нормальные координаты  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и соответствующие частоты нормальных колебаний  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  для указанной на рисунке системы.



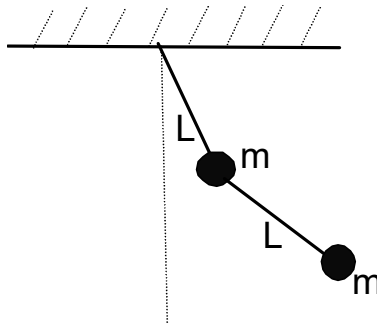
### Билет 2

#### Задача 1.

Рой метеоритов налетает на звезду массой  $M$ , радиуса  $R$  со скоростью  $v_0$ . Найти сечение захвата метеоритов звездой.

#### Задача 2.

Найти нормальные координаты  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и соответствующие частоты нормальных колебаний  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  для указанной на рисунке системы.



### Билет 3

#### Задача 1.

Тело падает с высоты  $h$  без начальной скорости вертикально вниз. Оценить величину отклонения от вертикали (и направление отклонения в точке падения на широте Ярославля -  $57^\circ$ ) при  $h = 1$  км.

#### Задача 2.

Электрон движется в постоянном магнитном поле напряженности  $\vec{H}$ . Найти функцию Лагранжа и интегралы движения.

### Билет 4.

#### Задача 1.

Пуля взлетает вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$ . Оценить величину и направление ее отклонения от вертикали в точке падения на широте Ярославля ( $57^\circ$ ) при  $v_0 = 700$  м/сек.

#### Задача 2.

Точка массы  $m$  движется по гладкой поверхности конуса с углом  $2\alpha$  при вершине, ось конуса расположена вертикально. Найти функцию Лагранжа и интегралы движения точки.

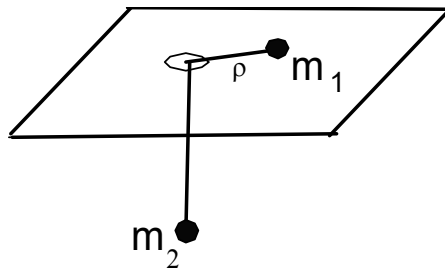
### Билет 5

#### Задача 1.

Найти сечение захвата пучка частиц с начальной скоростью  $v_0$  на потенциале  $U = -\alpha/r^2$  ( $\alpha > 0$ ).

#### Задача 2.

Точка  $m_1$  катается по горизонтальной плоскости без трения, точка  $m_2$  движется строго вертикально. Длина нити  $l$ .  $\rho_{min} \leq \rho \leq \rho_{max}$ . Найти  $\rho_{min}$ ,  $\rho_{max}$ , при начальных условиях:  $\rho(0) = \rho_0$ ,  $\dot{\rho}(0) = 0$ ,  $\dot{\phi}(0) = \omega$ .



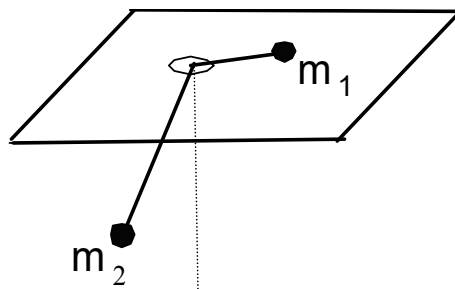
#### Билет 6.

##### Задача 1.

Найти сечение захвата пучка частиц с начальной скоростью  $v_0$  на потенциале  $U = -\alpha/r^3$  ( $\alpha > 0$ ).

##### Задача 2.

Точка  $m_1$  катается по горизонтальной плоскости без трения, точка  $m_2$  соединена с  $m_1$  нитью длины  $l$ . Найти функцию Лагранжа и интегралы движения системы.



#### Билет 7.

##### Задача 1.

Найти дифференциальное сечение рассеяния в поле  $U = \alpha/r$  ( $\alpha > 0$ ) пучка частиц с массами  $m$  и начальными скоростями  $v_0$ .

##### Задача 2.

Точка подвеса математического маятника колеблется по закону  $s(t)$  в вертикальном направлении. Найти функцию Лагранжа и уравнение движения.

##### Задача 3.

Колебательная система описывается функцией Лагранжа:

$$L = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{m \cdot \omega^2}{2}(x^2 + y^2) + \alpha xy$$

Найти нормальные координаты и соответствующие им частоты колебаний системы?

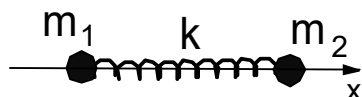
#### Билет 8

##### Задача 1.

Найти соотношение между углом рассеяния в системе центра инерции и углом рассеяния налетающей со скоростью  $v_0$  на мишень частицы ( $m_1 > m_2$ , где  $m_1$  - масса нелетающей частицы,  $m_2$  - масса частицы мишени).

**Задача 2.**

Найти функцию Лагранжа системы и первые интегралы движения:



**Задача 2.**

Точка подвеса математического маятника быстро осциллирует по горизонтали по закону  $s(t) = a \cdot \cos(\gamma t)$  ( $\gamma \gg \sqrt{g/l}$ ). Исследовать положения устойчивого равновесия маятника.

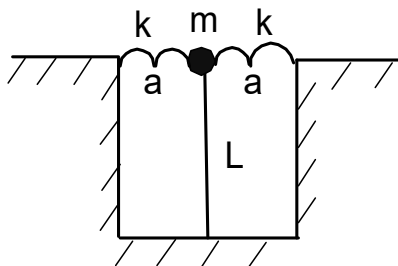
**Билет 9.**

**Задача 1.**

Точка подвеса математического маятника длины  $l$ , массы  $m$  колеблется по вертикали по закону  $s(t) = a \cdot \cos(\gamma t)$ . Исследовать возможность параметрического резонанса в системе.

**Задача 2.**

Найти собственную частоту колебания маятника:



**Билет 10.**

**Задача 1.**

Длина математического маятника массы  $m$  изменяется по закону  $l(t) = l_0 + a \cdot \cos(\gamma t)$ . Исследовать возможность параметрического резонанса в системе.

**Задача 2.**

Шарику сообщают скорость  $\vec{v}_0$  горизонтально, по касательной к внутренней поверхности полусферы радиуса  $R$ . Найти, при каком соотношении начального положения и начальной скорости шарик при движении лишь коснется края полусферы.

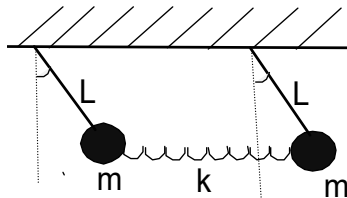
**Билет 11**

**Задача 1.**

Найти дифференциальное сечение рассеяния  $d\sigma = d\sigma(\theta)$  при рассеянии материальных точек на абсолютно твердом шаре радиуса  $R$  как функцию угла рассеяния.

**Задача 2.**

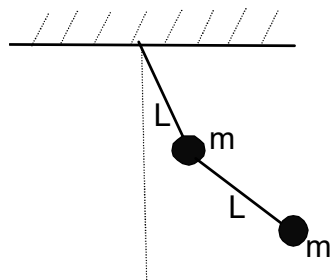
Найти нормальные координаты  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и соответствующие частоты нормальных колебаний  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  для указанной на рисунке системы.

**Билет 12****Задача 1.**

Рой метеоритов налетает на звезду массой  $M$ , радиуса  $R$  со скоростью  $v_0$ . Найти сечение захвата метеоритов звездой.

**Задача 2.**

Найти нормальные координаты  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  и соответствующие частоты нормальных колебаний  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  для указанной на рисунке системы.

**Билет 13****Задача 1.**

Тело падает с высоты  $h$  без начальной скорости вертикально вниз. Оценить величину отклонения от вертикали (и направление отклонения в точке падения на широте Ярославля -  $57^\circ$ ) при  $h = 1$  км.

**Задача 2.**

Электрон движется в постоянном магнитном поле напряженности  $\vec{H}$ . Найти функцию Лагранжа и интегралы движения.

**Билет 14.****Задача 1.**

Пуля взлетает вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0$ . Оценить величину и направление ее отклонения от вертикали в точке падения на широте Ярославля ( $57^\circ$ ) при  $v_0 = 700$  м/сек.

**Задача 2.**

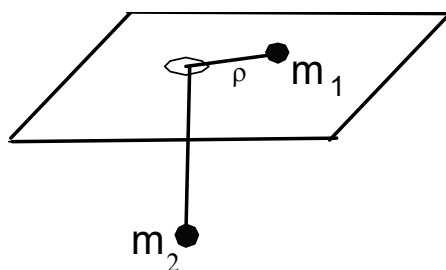
Точка массы  $m$  движется по гладкой поверхности конуса с углом  $2\alpha$  при вершине, ось конуса расположена вертикально. Найти функцию Лагранжа и интегралы движения точки.

**Билет 15****Задача 1.**

Найти сечение захвата пучка частиц с начальной скоростью  $v_0$  на потенциале  $U = -\alpha/r^2$  ( $\alpha > 0$ ).

**Задача 2.**

Точка  $m_1$  катается по горизонтальной плоскости без трения, точка  $m_2$  движется строго вертикально. Длина нити  $l$ .  $\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$ . Найти  $\rho_{\min}$ ,  $\rho_{\max}$ , при начальных условиях:  $\rho(0) = \rho_0$ ,  $\dot{\rho}(0) = 0$ ,  $\dot{\phi}(0) = \omega$ .

**Контрольная работа №3****Билет 1****Задача 1.**

Вычислить скобки Пуассона  $\{x^2, p_x\}$ .

**Задача 2.**

Найти решение уравнения Гамильтона-Якоби для электрона во внешнем магнитном поле (декартовы координаты).

**Задача 3.**

Найти дифференциальное сечение рассеяния  $d\sigma = d\sigma(\theta)$  при рассеянии материальных точек на абсолютно твердом шаре радиуса  $R$  как функцию угла рассеяния.

**Билет 2.****Задача 1.**

Вычислить скобки Пуассона  $\{x, p_x^2\}$ .

**Задача 2.**

Найти решение уравнения Гамильтона-Якоби для электрона во внешнем магнитном поле (цилиндрические координаты).

**Задача 3.**

Найти полное сечение рассеяния материальных точек на абсолютно твердом шаре радиуса  $R$ .

**Билет 3.**

**Задача 1.**

Вычислить скобки Пуассона  $\{p_x^2, M_y\}$ .

**Задача 2.**

Найти решение уравнения Гамильтона-Якоби для точки массой  $m$  в однородном гравитационном поле.

**Задача 3.**

Рой метеоритов налетает на звезду массой  $M$ , радиуса  $R$  со скоростью  $v_0$ . Найти сечение захвата метеоритов звездой.

**Билет 4.**

**Задача 1.**

Вычислить скобки Пуассона  $\{x^2, M_y\}$ .

**Задача 2.**

Найти механическое действие для осциллятора, проходящего через точки  $x(t_1) = x_1, x(t_2) = x_2$ .

**Задача 3.**

Найти дифференциальное сечение рассеяния  $d\sigma = d\sigma(\theta)$  при рассеянии материальных точек на абсолютно твердом шаре радиуса  $R$  как функцию угла рассеяния.

**Билет 5.**

**Задача 1.**

Вычислить скобки Пуассона  $\{M_x, M_y\}$ .

**Задача 2.**

Найти действие для заряда, движущегося в однородном магнитном поле ( $\vec{r}(t_1) = \vec{r}_1, \vec{r}(t_2) = \vec{r}_2$ ).

**Задача 3.**

Определить эффективное сечение захвата пучка частиц массы  $m$ , скорости  $v_0$  на потенциале  $U = -\alpha/r^2, \alpha > 0$ .

**Билет 6.**

**Задача 1.**

Вычислить скобки Пуассона  $\{M_x, M_z\}$ .

**Задача 2.**

Используя скобки Пуассона, показать, что импульс  $p_\alpha$  сохраняется, если  $H(q_1, \dots, q_s, p_1, \dots, p_s)$  не изменяется при сдвиге в пространстве ( $q_\alpha \rightarrow q_\alpha + a_\alpha$ ).

**Задача 3.**

Определить сечение захвата пучка частиц массы  $m$ , скорости  $v_0$  на потенциале  $U = -\alpha/r^3$ ,  $\alpha > 0$ .

**Билет 7.**

**Задача 1.**

Вычислить скобки Пуассона  $\{\vec{M}^2, M_z\}$ .

**Задача 2.**

Используя скобки Пуассона, показать, что момент системы сохраняется, если ее Гамильтониан  $H = \sum_{\alpha=1}^N \frac{\vec{p}_\alpha^2}{2m_\alpha} + U(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$  инвариантен относительно бесконечно малого поворота в пространстве.

**Задача 3.**

Определить сечение захвата пучка частиц массы  $m$ , скорости  $v_0$  на потенциале  $U = -\alpha/r^n$ ,  $\alpha > 0$ ,  $n > 2$ .

**Билет 8.**

**Задача 1.**

Вычислить скобки Пуассона  $\{H, M_z\}$ ,  $H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + U(\vec{r})$ .

**Задача 2.**

Используя скобки Пуассона, показать, что при движении в поле  $U(r)$  сохраняется момент импульса частицы.

**Задача 3.**

Изобразить диаграмму импульсов при упругом рассеянии частиц массы  $m_1$ , скорости  $v_1$  на неподвижной мишени (частицы массы  $m_2$ ),  $m_1 > m_2$ .

**Билет 9.**

**Задача 1.**

Вычислить скобки Пуассона  $\{H, \vec{M}^2\}$ ,  $H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + U(\vec{r})$ .

**Задача 2.**

Точка подвеса математического маятника колеблется по вертикали с частотой  $\gamma \gg \sqrt{\frac{g}{l}}$ .  
Найти положения устойчивого равновесия.

**Задача 3.**

Изобразить диаграмму импульсов при упругом рассеянии частиц массы  $m_1$ , скорости  $v_1$  на неподвижной мишени (частицы массы  $m_2$ ),  $m_1 < m_2$ ,  $m_1 = m_2$ .



## 1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

### Список вопросов к зачету

На зачете проверяется сформированность компетенции ОПК-1, (индикатор ИД-ОПК-1\_1).

1. Кинематика материальной точки. Радиус-вектор, скорость и ускорение в декартовой и сферической системах координат.
2. Кинематика материальной точки. Радиус-вектор, скорость и ускорение в цилиндрической и естественной системах координат.
3. Понятие о силе и массе. Инерциальные системы отсчета. Законы Ньютона. Преобразования Галилея и принцип относительности Галилея.
4. Импульс и момент импульса материальной точки. Законы изменения и сохранения.
5. Механическая энергия материальной точки. Закон изменения и сохранения полной механической энергии материальной точки.
6. Движение точки в поле центральных сил. Эффективный потенциал. Фinitное и бесконечное движение. Условие падения на центр.
7. Задача Кеплера. Постановка задачи и вывод уравнения траектории.
8. Задача Кеплера. Анализ уравнения траектории и вывод законов Кеплера.
9. Импульс и момент импульса системы материальных точек. Законы изменения и сохранения.
10. Механическая энергия системы материальных точек. Законы изменения и сохранения.
11. Задача двух тел.
12. Движение точки переменной массы. Уравнение Мещерского.
13. Дифференциальное и полное сечение упругого рассеяния. Физический смысл. Дифференциальное и полное сечение рассеяния точечных частиц на абсолютно твердом шаре.
14. Задача Резерфорда.
15. Кинематика твердого тела. Углы Эйлера. Матрица поворота.
16. Вектор бесконечно малого поворота. Угловая скорость твердого тела. Кинематические формулы Эйлера.

17. Скорость и ускорение материальной точки в неинерциальной системе отсчета. Силы инерции.
18. Функция Лагранжа. Механическое действие. Принцип наименьшего действия.
19. Уравнение Лагранжа-Эйлера для системы материальных точек при учете диссипации. Связь уравнений Лагранжа-Эйлера и II закона Ньютона.
20. Обобщенный потенциал. Обобщенные потенциальные силы. Потенциал заряда во внешнем электромагнитном поле.
21. Динамические системы с механическими связями. Обобщенные независимые координаты. Критерии независимости координат.
22. Уравнение Лагранжа-Эйлера в обобщенных независимых координатах. Общая структура кинетической энергии в обобщенных независимых координатах.
23. Обобщенный импульс и обобщенная энергия, законы изменения и сохранения. Циклические координаты.

#### **Список вопросов к экзамену:**

1. Кинематика материальной точки. Радиус-вектор, скорость и ускорение в декартовой и сферической системах координат.
2. Кинематика материальной точки. Радиус-вектор, скорость и ускорение в цилиндрической и естественной системах координат.
3. Понятие о силе и массе. Инерциальные системы отсчета. Законы Ньютона. Преобразования Галилея и принцип относительности Галилея.
4. Импульс и момент импульса материальной точки. Законы изменения и сохранения.
5. Механическая энергия материальной точки. Закон изменения и сохранения полной механической энергии материальной точки.
6. Движение точки в поле центральных сил. Эффективный потенциал. Финитное и инфинитное движение. Условие падения на центр.
7. Задача Кеплера. Постановка задачи и вывод уравнения траектории.
8. Задача Кеплера. Анализ уравнения траектории и вывод законов Кеплера.
9. Импульс и момент импульса системы материальных точек. Законы изменения и сохранения.
10. Механическая энергия системы материальных точек. Законы изменения и сохранения.

11. Задача двух тел.
12. Движение точки переменной массы. Уравнение Мещерского.
13. Дифференциальное и полное сечение упругого рассеяния. Физический смысл. Дифференциальное и полное сечение рассеяния точечных частиц на абсолютно твердом шаре.
14. Задача Резерфорда.
15. Кинематика твердого тела. Углы Эйлера. Матрица поворота.
16. Вектор бесконечно малого поворота. Угловая скорость твердого тела. Кинематические формулы Эйлера.
17. Скорость и ускорение материальной точки в неинерциальной системе отсчета. Силы инерции.
18. Функция Лагранжа. Механическое действие. Принцип наименьшего действия.
19. Уравнение Лагранжа-Эйлера для системы материальных точек при учете диссипации. Связь уравнений Лагранжа-Эйлера и II закона Ньютона.
20. Обобщенный потенциал. Обобщенные потенциальные силы. Потенциал заряда во внешнем электромагнитном поле.
21. Динамические системы с механическими связями. Обобщенные независимые координаты. Критерии независимости координат.
22. Уравнение Лагранжа-Эйлера в обобщенных независимых координатах. Общая структура кинетической энергии в обобщенных независимых координатах.
23. Обобщенный импульс и обобщенная энергия, законы изменения и сохранения. Циклические координаты.
24. Положение устойчивого равновесия механической системы, необходимое условие. Функция Лагранжа в приближении линейных колебаний.
25. Линейные одномерные колебания.
26. Линейные колебания механической системы в отсутствии диссипации. Собственные частоты.
27. Линейные колебания механической системы в отсутствии диссипации. Нормальные координаты.
28. Линейные колебания механической системы при наличии трения.
29. Вынужденные одномерные колебания. Резонанс.
30. Вынужденные колебания механической системы (качественная картина).

31. Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона. Понятие о фазовом пространстве.
32. Понятие о каноническом ансамбле. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема канонического ансамбля.
33. Скобки Пуассона, их свойства. Теорема Пуассона. Фундаментальные скобки Пуассона.
34. Действие, как функция от координат и времени. Уравнение Гамильтона-Якоби. Теорема Якоби.
35. Разделение переменных в уравнении Гамильтона-Якоби.
36. Уравнение движения твердого тела. Импульс, момент импульса и кинетическая энергия произвольно движущегося твердого тела.
37. Момент импульса и кинетическая энергия вращающегося твердого тела. Тензор инерции.
38. Главные оси и главные моменты тензора инерции и их связь с симметрией распределения массы тела.
39. Движение твердого тела с одной закрепленной точкой. Уравнения Эйлера.
40. Плоскопараллельное движение твердого тела. Физический маятник.

### **Правила выставления оценки на экзамене и зачете.**

В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса. На подготовку к ответу дается не менее 1 часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

**Оценка «Отлично»** выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом теоретической механики; осуществляет межпредметные связи; умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию теоретической механики

**Оценка «Хорошо»** выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несу-

щественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

**Оценка «Удовлетворительно»** выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагаются в терминах теоретической механики, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

**Оценка «Неудовлетворительно»** выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

## Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теоретическая механика»

### Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Дисциплина «Теоретическая механика» является первым из курсов теоретической физики. По этой причине на занятиях по данному курсу обучающиеся должны освоить основные понятия и методы, наиболее часто встречающиеся в задачах теоретической физики. В данном курсе студенты на практических занятиях подробно разбирают физические задачи, представляющие интерес как с концептуальной, так и с методической точки зрения. Упор следует сделать на логическую обоснованность и простоту выкладок.

Основной задачей студента является то, чтобы после изучения курса каждый студент должен четко усвоить не только основные понятия курса «Теоретическая механика», но и, в дополнение к нему должен владеть методами решения задач повышенного уровня сложности. К таким задачам относятся: задачи, решаемые по теории возмущения, рассеяние быстрых частиц, преобразования функции Лагранжа и другие. Освоение математических методов в рамках изучаемого курса невозможно без практических занятий и большого числа упражнений, значительная доля которых должна быть выполнена студентом самостоятельно.

Выполнение домашних заданий студентами находится под пристальным вниманием преподавателя, но нужно учесть, что один - два раза за семестр проводятся контрольные мероприятия, чтобы осуществлять мониторинг за успеваемостью студентов и выявлять отстающих. В конце семестра к зачетным мероприятиям допускаются только те обучающиеся, которые не имеют задолженностей и неисправленных неудовлетворительных отметок. Экзамен проводится в устной форме.

В качестве подготовки к контрольному мероприятию в конце семестра студентам предлагается самостоятельно разобрать большое количество упражнений на все изученные в рамках данного курса темы. Решение базовых задач должно происходить под контролем преподавателя на практических занятиях, основная же доля упражнений решается студентом самостоятельно в свободное время. Также в ходе подготовки к экзамену обучающийся должен выучить основные определения и термины по собственным записям, либо по учебной литературе как основной, так и дополнительной.

Лекционные занятия должны быть закреплены практическими занятиями, на которых студенты приобретают навык вычисления и анализа поставленной задачи и полученного результата.

### 1. Интегрирование уравнения движения систем с одной степенью свободы.

#### 1.1. Определить закон движения частицы в поле $U(x)$ .

**Рекомендации:** Изобразить заданный потенциал на доске. Определить точки поворота и области финитного и инфинитного движения. Интегрированием получить закон движения.

#### 1.2. Определить закон движения частицы на участке, не содержащем точек остановок, вызванный добавлением к полю $U(x)$ малой добавки $\delta U(x)$ . Исследовать применимость полученных результатов вблизи точки остановки.

**Рекомендации:** Рассказать о методе возмущений в задачах механики и особенностях его применения вблизи точек остановки.

**1.3.** Определить изменение периода финитного движения частицы, вызванное добавлением к полю  $U(x)$  малой добавки  $\delta U(x)$ .

*Рекомендации:* Используя результат предыдущей задачи, определить методом возмущений изменение периода финитного движения частицы.

## **2. Уравнения движения. Законы сохранения.**

**2.1** Частица в поле  $U(x) = -Fx$  за время  $\tau$  перемещается из точки  $x=0$  в точку  $x=a$ . Найти закон движения частицы, предполагая, что он имеет вид  $x(t) = At^2 + Bt + C$ , и подбирая параметры  $A, B, C$  так, чтобы действие имело наименьшее значение.

*Рекомендации:* Составить функцию Лагранжа и проинтегрировать действие с ней. Найти минимум получившегося выражения. Используя уравнение движения и начальные условия, найти параметры  $A, B, C$ .

**2.2.** С помощью непосредственных вычислений доказать ковариантность уравнений Лагранжа относительно преобразования координат  $q_i = q_i(Q_1, Q_2, \dots, Q_s, t)$  при  $i=1, \dots, s$ .

*Рекомендации:* Подставив соответствующее преобразование координат в уравнение Лагранжа и выполнить необходимое дифференцирование.

**2.3.** Найти законы преобразования энергии и обобщенных импульсов при преобразовании координат  $q_i = q_i(Q_1, Q_2, \dots, Q_s, t)$  при  $i=1, \dots, s$ .

*Рекомендации:* Подставив соответствующее преобразование координат в выражения для энергии и обобщенных импульсов и выполнить необходимое дифференцирование.

## **3. Малые колебания системы. Нормальные координаты.**

**3.1.** Частица массы  $m$ , несущая заряд  $q$ , может двигаться в поле тяжести по окружности радиуса  $R$ . В нижней части окружности закреплен заряд  $q$ . Найти положение равновесия и частоту малых колебаний.

*Рекомендации:* Записать уравнение движения. Получить из него частоту и положение равновесия.

**3.2.** Найти установившиеся малые колебания плоского маятника, точка которого совершает равномерное вращения с по окружности радиуса  $R$  с частотой  $\omega$ .

*Рекомендации:* Записать уравнение движения и решить его.

Найти закон движения осциллятора с трением, первоначально покоившегося, под действием силы  $F(t) = F \cos(\gamma t)$ .

*Рекомендации:* Записать уравнение движения и решить его.

**3.4** Три частицы массы  $m$ , связанные пружинками, двигаются по кольцу. Точка подвеса кольца неподвижна. Найти свободные колебания системы. Найти нормальные координаты и выразить через них функцию Лагранжа.

*Рекомендации:* Записать уравнение движения и решить его. Перейти к нормальным координатам и получить функцию Лагранжа.

**3.5** Найти нормальные координаты трех одинаковых частиц, связанных одинаковыми пружинами и могущих двигаться по кольцу.

*Рекомендации:* Записать функцию Лагранжа данной системы. Путем преобразования перейти к нормальным координатам.

## **4. Скобки Пуассона. Канонические преобразования.**

**4.1** Действие как функция координат. Полная вариация действия.

**Рекомендации:** Получить действие, как функцию координат и найти его полную вариацию.

**4.2** Уравнения Гамильтона.

**Рекомендации:** Рассказать о методике получения уравнений Гамильтона. Привести примеры.

**4.3** Канонические преобразования. Производящая функция.

**Рекомендации:** Рассказать о канонических преобразованиях и производящей функции, которой характеризуются эти преобразования в механике. Привести примеры.

**4.4** Скобки Пуассона

**Рекомендации:** Исходя из полной производной функции координат, импульсов и времени вывести выражение для скобок Пуассона. Отметить их связь с законами сохранения.

## **5 Рассеяние частиц.**

**5.1** Эффективное сечение рассеяния.

**Рекомендации:** Ввести понятие эффективного сечения. Привести примеры рассеяния частиц на абсолютно твердом шарике и в заданном потенциале.

**5.2.** Эффективное сечение для “падения” частиц в центр поля  $U(r)$

**Рекомендации:** Сформулировать условие «падения» частиц на центр поля и связать его с максимальным прицельным расстоянием. Получить соответствующее сечение.