

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

Рабочая программа дисциплины
Прикладные задачи теории аппроксимации

Направление подготовки (специальности)
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Математическое моделирование и численные методы»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 21.04.2025, протокол № 10

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 05.05.2025

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины (модуля) «Прикладные задачи теории аппроксимации» является ознакомление студентов с основными типами прикладных задач, решаемых с помощью теоретико-аппроксимационных методов (алгоритмов), конкретными примерами таких задач, а также формирование навыков и умений по решению этих задач. Кроме профессиональных, изучение дисциплины преследует и мировоззренческие цели, касающиеся формирования у студентов целостной научной картины мира.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
ПК-1 Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	И-ПК-1.1 Имеет способность проводить собственные научные исследования	Знать: современный математический аппарат. Уметь: понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.
	И-ПК-1.2 Имеет опыт самостоятельного получения новых научных и (или) прикладных результатов	Владеть: способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)		Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа		

			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Вводная лекция. Предмет и задачи прикладной теории аппроксимации. Основные исторические этапы и создатели теории аппроксимации и прикладной теории аппроксимации.	2	1	1				1	
2	Основные вопросы и некоторые результаты теории аппроксимации. Линейные методы приближения. Проектор. Неравенство Лебега.	2	2	2		1		4	
3	Интерполяция алгебраическими и тригонометрическими многочленами. Формулы Лагранжа. Одномерные интерполяционные проекторы и их оценки. Преимущества узлов Чебышёва.	2	2	2				4	
4	Задачи двумерной интерполяции алгебраическими многочленами. Аналоги формул Лагранжа. Норма проектора. Линейная и квадратичная интерполяция на квадрате. Оптимальный выбор узлов на плоском множестве. Интерполяция рациональными функциями и сплайнами. Параболические и кубические интерполяционные сплайны и их оценки. Методы кусочно-полиномиальной интерполяции функций двух и трех переменных.	2	2	2		1		4	
5	Интерполяция рациональными функциями и сплайнами. Параболические и	2	2	2				4	

	кубические интерполяционные сплайны и их оценки. Методы кусочно- полиномиальной интерполяции функций двух и трех переменных.								
6	Аппроксимация в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье. Равенство Парсеваля. Полные ортонормированные системы и их различные характеристики. Классические ортогональные системы.	2	2	2		1		4	
7	Ортогональные многочлены и их свойства. Пространство $L_2^w[a, b]$. Оценки функций и констант Лебега и сходимость рядов Фурье. Многочлены Якоби. Оценки константы Лебега для многочленов Чебышёва и Лежандра. Свойства рядов Чебышёва.	2	2	2				4	
8	Примеры конкретных задач прикладной теории аппроксимации (аппроксимация в задаче навигации; аппроксимация плоских кривых; поиск наилучшей траектории; приложения аппроксимации Паде и др.)	2	3	3		1		4	контрольная работа
							0,3	6,7	Зачет
	ИТОГО		16	16		4	0,3	35,7	

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»
<https://www.studentlibrary.ru>

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Колесников А. П. Теория приближений: Функциональные сплайны в топологических векторных пространствах. - М.: «ЛИБРОКОМ», 2015.
2. Масловская А. Г. Аппроксимация функций в задачах обработки экспериментальных данных. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2021.
https://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/11701.pdf

3. Б. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко Методы сплайн-функций – М.: Наука, 1980
<https://djvu.online/file/XIVPtgVyPGBE0?ysclid=llwdybtddk184369185>

б) дополнительная литература

1. Ахиезер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. - М.: Наука, 1965
2. Брудный Ю. А., Иродова И. П. Прикладная теория приближения. – Ярославль: ЯрГУ, 1986.
3. Невский М. В., Иродова И. П. Некоторые вопросы теории приближения функций. – Ярославль: ЯрГУ, 1999. <http://www.lib.uni Yar.ac.ru/edocs/iuni/19990230.pdf>
4. Даугавет И. К. Введение в теорию приближения функций. - Л.: Изд-во ЛГУ, 1977.
5. Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н. Сплаины в вычислительной математике. - М.: Наука, 1976.
6. Бердышев В. И., Петрак Л. В. Аппроксимация функций. Сжатие численной информации. Приложения. - Екатеринбург, 1999.
7. Брудный Ю. А. Теория приближения. – Ярославль: ЯрГУ, 1981.
8. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева. - М.: «Наука», 1983.
9. Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П. Аппроксимации Паде. - М.: Мир, 1986.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор(ы) :

доцент кафедры математического анализа
кандидат физ.-мат. наук

Глазков Д.В.

Приложение №1 к рабочей программе дисциплины «Прикладные задачи теории аппроксимации»

Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов по дисциплине

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации

Контроль качества подготовки осуществляется посредством выполнения контрольной работы, а также реферата (или доклада) по предложенной теме.

Пример контрольного задания

Найти норму интерполяционного проектора $P: C([0,1]^2) \rightarrow \Pi_{2,2}(R^2)$ по системе 9 узлов (x,y) , где $x,y=0,1/2$ или 1.

Пример экзаменационного билета

1. Одномерные интерполяционные проекторы и их оценки.
Преимущества использования узлов Чебышева.
2. Аппроксимация в гильбертовом пространстве.

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Экзамен возможен по итогам текущей аттестации (к.р.)

3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;

- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объёме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

3.2 Описание процедуры выставления оценки

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Прикладные задачи теории аппроксимации»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Форма изложения материала – лекции и практические занятия. Для лучшего понимания теории необходимо решение задач, в том числе самостоятельное для закрепления полученных навыков.

Рекомендуется проведение в течение семестра контрольных работ для понимания степени усвоения дисциплины студентами. По ее итогам проводится разбор наиболее типичных ошибок и при необходимости повторение наиболее трудного материала. Также возможно поощрение отличившихся студентов некоторыми послаблениями на зачете на усмотрение преподавателя.