

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Математические модели экономики**

Направление подготовки (специальности)  
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Математическое моделирование и численные методы»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 18.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Математические модели экономики» является изучение актуальных математических моделей экономики, овладение основными методами и способами построения математических моделей экономики, овладение современным математическим аппаратом, который используется при исследовании динамики экономических процессов.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Для её успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, функциональный анализ, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики. Знания и умения, полученные при изучении курса «Математические модели экономики», необходимы для решения прикладных задач и могут использоваться студентами в курсовых и дипломных работах.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
<b>ОПК-1</b> Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	<b>И-ОПК-1.1</b> Имеет знания в области постановки актуальных задач фундаментальной и прикладной математики	<b>Знать:</b> - основные понятия макроэкономики, базовые понятия математического моделирования экономических процессов. <b>Уметь:</b> - составлять и исследовать основополагающие математические модели экономики.
	<b>И-ОПК-1.2</b> Имеет представления об основных методах решения актуальных задач фундаментальной и прикладной математики	<b>Уметь:</b> - составлять и исследовать основополагающие математические модели экономики. <b>Владеть навыками:</b> - аппаратом теории динамических систем в прикладных вопросах.

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2** зачетные единицы, **72** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1.	Макроэкономика, микроэкономика. Основные понятия. Основные экономические показатели. Открытая и замкнутая экономика. Основные термины (ВВП, инвестиции, амортизация, добавленная стоимость).	1	1	1				2	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы
2.	Основные макроэкономические тождества. Номинальные и реальные показатели. Инфляция, дефляция.	1	1	1				2	
3.	Основные понятия теории динамических систем.	1	1	1				2	
4.	Теория экономических циклов. Модель делового цикла Кейнса.	1	1	1		1		1	
5.	Монетарные циклы в модели Тобина.	1	1	1				2	
6.	Некоторые модели, которые используются в экономике и экологии.	1	0,5	0,5				2	
7.	Экономические циклы и пространственные модели. Диффузия как фактор стабилизации в динамических системах. Влияние числа зависимых переменных на фактор стабилизации. Диффузионная неустойчивость.	1	1	1				2	
8.	Математические модели с запаздыванием.	1	0,5	0,5				2	

9.	Экономический хаос в детерминированных системах.	1	0,5	0,5				1	
10.	Некоторые иные математические модели (Линейное программирование, динамическое программирование и т.д.).	1	0,5	0,5		1		2	
						2	0,5	33,5	Экзамен
	<b>ИТОГО</b>		8	8		4	0,5	51,5	

## 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** — последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** — занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** — вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## 6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## 7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>

- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>

- Электронная библиотечная система «Консультант студента»  
<https://www.studentlibrary.ru>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. С. Ф. Серегина Макроэкономика: учебник для вузов — Москва: Издательство Юрайт, 2023. <https://urait.ru/viewer/makroekonomika-510575>
2. Глухов В. В. Экономика и менеджмент в инфокоммуникациях: учеб. пособие для вузов. / В. В. Глухов, Е. С. Балашова; УМО по образованию в обл. инфокоммуникационных технологий и систем связи - СПб.: Питер, 2012. - 267 с.
3. Пу Т. Нелинейная экономическая динамика. / Т.Пу; Пер.с англ - Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2000. - 198с.

### **б) дополнительная литература**

1. Колесов Ю.С. Популярная математическая физика. Текст лекций. – Ярославль: ЯрГУ, 2005. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20050292.pdf>
2. Кофман А., Фор Р. Займемся исследованием операции. - М.: Мир, 1966.
- Самарский А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. / А. А. Самарский, А. П. Михайлов - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2005. - 320 с.
4. Занг В. Б. Синергетическая экономика. - М.: Мир, 1995.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

### **Автор:**

профессор кафедры дифференциальных уравнений, д.ф.-м.н.

А.Н. Куликов

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Математические модели экономики»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации  
(проверка сформированности ОПК-1,  
(в части умения нахождения экстремали, умения исследования функционала)**

**Фронтальный опрос. Примеры вопросов.**

1. Чем отличается термин ВВП и ВНД.
2. Экономическое равновесие в терминах теории динамических систем. Устойчивость.
3. Примеры динамических систем, имеющих цикл.
4. Аттракторы в математической модели “Спрос-предложение” (модель рынка).
5. Пример математических моделей в экологии.
6. Диффузионная неустойчивость (на примере какой-либо динамической системы).
7. Математическая модель с запаздыванием. В чем проявляет себя эффект запаздывания.

**Правила выставления оценки за фронтальный опрос**

Оценка выставляется по следующему принципу:

- полностью и правильно раскрыта тема (сообщены основные понятия, концепции, связь с другими разделами естествознания) — 3 балла;
- тема раскрыта полностью, но отсутствуют нужные пояснения основных понятий, концепций (сообщены основные понятия, концепции, связь с другими разделами естествознания) — 2 балла;
- тема раскрыта формально — 1 балл.

**Контрольная работа**

1. При каких значениях параметров  $(\alpha, \beta, a)$  дифференциальное уравнение

$$\dot{x} = x^\alpha + ax^\beta$$

можно интерпретировать как модель "спрос-предложение".

2. При соответствующих их значениях исследовать вопрос об устойчивости состояния экономического равновесия.
3. При каких значениях  $\alpha, \beta, a$  данное уравнение имеет асимптотически устойчивое нулевое состояние равновесия.
4. Привести пример модели Кейнса. Найти состояния равновесия и дать анализ его устойчивости. При каких условиях в Вашем примере это система дифференциальных уравнений имеет цикл.
5. Привести линейный вариант системы "мультипликатор-акселератор". Каковы условия существования у нее периодических решений (в случае Вашего примера).
6. В чем суть эффекта запаздывания применительно к задачам макроэкономики.

## **Правила выставления оценки по результатам контрольной работы**

Оценка по результатам самостоятельной работы считается в баллах по следующему принципу:

- за каждое полностью правильно выполненное задание — 3 балла;
- при решении допущены незначительные ошибки — 2 балла;
- правильно выбран способ решения задания, но при его реализации допущены грубые ошибки — 1 балл.

## **2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

### **Вопросы к экзамену**

1. В модели динамики труда и капитала найти состояния равновесия и выделить условия возникновения экономических циклов.
2. Найти циклы в точечной модели «мультипликатор-акселератор».
3. Линейная пространственная модель «мультипликатор-акселератор». Условия устойчивости в случае характерных граничных условий.
4. Найти состояние равновесия в моделях Солоу и «спрос-предложение».
5. В линейной модели мультипликатор-акселератор с учетом диффузии решить одну из смешанных задач методов Фурье.

## **3. Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

**Приложение №2 к рабочей программе дисциплины  
«Математические модели экономики»**

**Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой занятий курса «Математические модели экономики» являются лекции, практические занятия.

Контроль качества подготовки осуществляется посредством фронтальных опросов на практических занятиях.

Курс заканчивается сдачей экзамена. Так как цель курса заключается в том, чтобы студенты научились на практике применять теоретические знания, полученные при изучении курса «Математические модели экономики». В процессе изучения курса студенты выступают на практических занятиях.