

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

Рабочая программа дисциплины
Динамическое программирование

Направление подготовки (специальности)
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Математическое моделирование и численные методы»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 18.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 05.05.2025

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Динамическое программирование» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует формированию мировоззрения математика-прикладника и обеспечивает приобретение специальных знаний.

Целью освоения дисциплины являются ознакомление магистров с основными положениями теории оптимального управления, основными методами анализа и синтеза непрерывных и дискретных систем управления, особенностями применения ЭВМ в системах управления. Задачами дисциплины являются приобретение магистрантами умений и навыков в постановке задач оптимального управления для реальных моделей, в целесообразном выборе методов исследования задач оптимального управления и использовании динамического программирования при решении задач оптимального управления.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

1. Численные методы;
2. Математический анализ
3. Алгебра.

Полученные в курсе знания и умения будут необходимы при изучении курсов математических дисциплин, исследующих те или иные математические структуры, при написании курсовых и дипломных работ.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	И-ОПК-1.1 Имеет знания в области постановки актуальных задач фундаментальной и прикладной математики	Знать: - основные методы теории оптимального управления, алгоритмы оптимального управления, - способы реализации оптимальных алгоритмов с помощью ЭВМ; Уметь: - формулировать оптимизационные задачи, - применять численные методы решения на ЭВМ
	И-ОПК-1.3 Обладает положительным опытом в решении задач	Владеть: - навыками применения методов решения задач с использованием динамического

	фундаментальной и (или) прикладной математики	программирования
--	--	------------------

4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **3** зачётных единиц, **108** акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекций	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Вводная лекция. Введение в теорию оптимального управления	2	1	1				10	
2	Вариационные методы в оптимальном управлении. Принцип максимума	2	2	2		1		11	
3	Автоматическое управление непрерывными линейными системами. Динамическое программирование.	2	2	2				11	
4	Элементы теории автоматического управления непрерывными нелинейными системами	2	2	2				11	
5	Интеллектуальные системы управления	2	1	1		1		11	
						2	0,5	33,5	Экзамен
	Всего		8	8		4	0,5	87,5	

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Вводная лекция. Введение в теорию оптимального управления.

Введение в теорию оптимизации и оптимального управления. Статическая и динамическая оптимизация. Основные отличительные особенности теории оптимального управления. Постановка задачи оптимального управления. Критерии оптимальности. Методы описания и решения. Виды ограничений.

Раздел 2. Вариационные методы в оптимальном управлении. Принцип максимума

Проблема управления. Понятие управляемого объекта. Дискретные и непрерывные процессы. Фазовые координаты и управляющие параметры. Постановка общей задачи оптимального управления. Формулировка принципа максимума. Задача быстродействия. Линейная задача оптимального быстродействия. Задачи оптимального управления.

Раздел 3. Автоматическое управление непрерывными линейными системами. Динамическое программирование.

Принцип оптимальности. Динамическое программирование для непрерывных систем. Уравнение Беллмана. Связь метода динамического программирования с принципом максимума.

Раздел 4. Элементы теории автоматического управления непрерывными нелинейными системами.

Виды и особенности нелинейных систем. Методы линеаризации. Методы припасовывания и точечного преобразования. Устойчивость нелинейных систем. Критерий абсолютной устойчивости.

Раздел 5. Интеллектуальные системы управления.

Эволюция систем автоматического и автоматизированного управления. Предпосылки создания интеллектуальных управляющих систем. Принципы организации интеллектуальных управляющих систем. Общая концептуальная структура интеллектуальной управляющей системы. Определение степени интеллектуальности. Интеллектуализация систем управления роботами. Экспертные системы для управления интеллектуальными роботами. Применение методов искусственного интеллекта и экспертных систем в АСУ.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- MikTeX (свободно распространяемое ПО).

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»
<https://www.studentlibrary.ru>

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Гюнтер Н. М. Курс вариационного исчисления – М.: Издательство «Лань», 2022.
<https://reader.lanbook.com/book/210236>
2. Ванько В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учебник для вузов. В. И. Ванько, О.В. Ермошина, Г.Н. Кувыркин. Под.ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М-во образования РФ - 2-е изд. - М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2001. - 487с.
3. С. М. Окулов Динамическое программирование - Москва: Лаборатория знаний, 2020 <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785001016830.html>
4. К. И. Лившиц, Ю. И. Параев. Теория управления: учебник — Санкт-Петербург: Лань, 2020. <https://e.lanbook.com/book/133923>

б) дополнительная литература

1. Дьяконов, В. П. MATLAB. Полный самоучитель / В. П. Дьяконов. - 2-е изд. - Москва : ДМК Пресс, 2023. - 769 с. Систем. требования: Adobe Reader XI либо Adobe Digital Editions 4.5 ; экран 10". - ISBN 978-5-89818-543-5. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785898185435.html>
2. Л. С. Понтягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. Математическая теория оптимальных процессов – М.: Изд-во «Наука», 1983.

3. Маталыцкий, М. А. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы : учеб. пособие / М. А. Маталыцкий, Г. А. Хацкевич - Минск : Выш. шк. , 2012. - 720 с. - ISBN 978-985-06-2105-4. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850621054.html>
4. Численные методы : учебник и практикум для вузов / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 421 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510769>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор(ы) :

профессор кафедры дифференциальных уравнений,
д.ф.-м.н.

Колесов А.Ю.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Динамическое программирование»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущей аттестации**

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

1. Вариационные методы в оптимальном управлении.
2. Принцип максимума.
3. Автоматическое управление непрерывными линейными системами.
4. Динамическое программирование.
5. Элементы теории автоматического управления непрерывными нелинейными системами.
6. Динамические системы с нетривиальным предельным объектом. Обзор.
7. Построение периодического решения предельного релейного уравнения.
8. Асимптотика решения сингулярно возмущенного уравнения.
9. Алгоритм доказательства существования и устойчивости периодического решения сингулярно возмущенного уравнения.
10. Свойства оператора последования Пуанкаре.
11. Построение решений с наперед заданным числом всплесков на периоде.

1. Пример задания по курсу

Рассмотрим релейное уравнение с двумя запаздываниями

$$\frac{dx}{dt} = R(x(t-1)) + G(x(t-h)), \quad (1.1)$$

в котором

$$R(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ -a, & x > 0, \end{cases} \quad G(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ b, & x > 0. \end{cases} \quad (1.2)$$

Задание: при $a = \frac{1}{3}$ и $b = -3$ (параметры определяются вариантом)

1. Найти величину запаздывания h , при котором периодическое решение уравнения (1.1) имеет $n = 2$ всплеска на периоде.
2. Построить график такого периодического решения.

Пример графика решения.

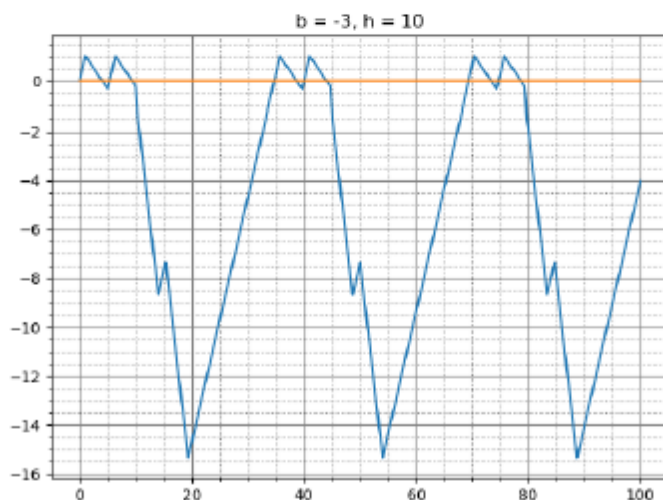


Рис. 1: $b = -3, h = 10$.

Задание

Рассматривается релейное уравнение с двумя запаздываниями

$$\frac{dx}{dt} = R(x(t-1)) + G(x(t-h)), \quad (1)$$

в котором

$$R(x) = \begin{cases} 1, x < 0 \\ -a, x > 0, \end{cases} \quad G(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ -b, x > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Варианты задания:

1. $a = \frac{1}{3}, a = \frac{1}{2}, a = 1, a = \frac{3}{2}, a = 2, a = 3;$

2. $n = 2, n = 3;$

3. $h = (n-1)T_0 + t_0 + 1, h = (n-1)T_0 + t_0 + 1.2, h = (n-1)T_0 + t_0 + 1.5.$

При заданных вариантах значений параметров

— найти оценку на величину b , при выполнении которой релейное уравнение (1) имеет цикл с n всплесками на периоде.

— период колебаний полученного цикла;

— при фиксированном значении b построить график такого периодического решения.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Динамическое программирование»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Форма изложения материала – лекции и практические занятия. Для лучшего понимания теории необходимо решение задач, в том числе самостоятельное для закрепления полученных навыков.

Рекомендуется проведение в течение семестра контрольной работы для понимания степени усвоения дисциплины студентами. По ее итогам проводится разбор наиболее типичных ошибок и при необходимости повторение наиболее трудного материала. Также возможно поощрение отличившихся студентов некоторыми послаблениями на экзамене на усмотрение преподавателя.