

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Хаотическая динамика

Направление подготовки (специальности)
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Математическое моделирование и численные методы»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 22.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 05.05.2025

1. Цели освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины «Хаотическая динамика» – дать студентам представление о хаотическом поведении нелинейных динамических систем, описываемых конечномерными нелинейными дифференциальными уравнениями. Задачами курса являются:

- познакомить студентов с физическими задачами, динамика которых демонстрирует хаотическое поведение траекторий;
- познакомить студентов с особенностями геометрии фазового пространства нелинейных динамических систем, моделируемых автономными системами дифференциальных уравнений;
- научить студентов методам исследования хаотического поведения траекторий отображений и систем нелинейных автономных дифференциальных уравнений;
- познакомить с основными способами обнаружения хаотического поведения траекторий динамических систем, методам статистического анализа поведения траекторий;
- научить студентов методам вычисления ляпуновских показателей траекторий и ляпуновской размерности притягивающих множеств;
- дать представление об отображении Пуанкаре и геометрических характеристиках притягивающих множеств.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины «Хаотическая динамика», используются студентами в процессе изучения специальных дисциплин, а также в ходе выполнения курсовых и выпускных квалификационных работ.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
ПК-1 Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива	И-ПК-1.1 Имеет способность проводить собственные научные исследования	Знать: основные понятия и результаты теории хаотических динамических систем Уметь: решать типовые вычислительные и аналитические задачи хаотических динамических систем Владеть навыками: самостоятельного изучения вопросов теории хаотических динамических систем, в частности, в области разработки

		алгоритмов нахождения решения таких задач
	И-ПК-1.2 Имеет опыт самостоятельного получения новых научных и (или) прикладных результатов	Знать: основные алгоритмические методы теории хаотических динамических систем Уметь: выделять составляющие задачи теории хаотических динамических систем в поставленных задачах Владеть навыками: численного решения нелинейных динамических систем
	И-ПК-1.3 Имеет опыт получения новых научных и (или) прикладных результатов в составе творческого коллектива	Уметь: пользоваться аналитическими методами теории хаотических динамических систем (разработка алгоритмов, графика, применение систем компьютерной математики и др.) Владеть: способностью совершенствовать свои знания, относящиеся к теории хаотических динамических систем

4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **4** зачётных единиц, **144** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Нелинейные динамические системы. Основные понятия. Фазовое пространство динамической системы. Качественное интегрирование динамических систем. Признаки хаотического поведения траекторий. Физические задачи, демонстрирующие	1	2	2		1		2	задания для самостоятельной работы, устный опрос

	хаотическое поведение траекторий.								
2	Классическая теория нелинейных колебаний. Локальная геометрическая теория динамики. Бифуркации.	1	1	1				4	задания для самостоятельной работы, устный опрос
3	Отображения и потоки. Отображение Энона и «подкова». Одномерные отображения.	1	1	1				4	задания для самостоятельной работы, устный опрос
4	Способы обнаружения хаотических колебаний. Дискретизация переменных в фазовом пространстве. Статистический анализ фазовых траекторий. Спектральная и автокорреляционная функции.	1	2	2		1		4	задания для самостоятельной работы, устный опрос
5	Геометрические характеристики притягивающих множеств. Кривая Коха. Канторово множество. Чертова лестница. Фрактальная размерность.	1	2	2				4	задания для самостоятельной работы, устный опрос
	Всего за семестр 36 акад. часов		8	8		2		18	
6	Меры фрактальной размерности. Поточечная размерность. Корреляционная размерность. Емкостная размерность. Информационная размерность.	2	2	2		1		11	задания для самостоятельной работы, устный опрос
7	Ляпуновские показатели и ляпуновская размерность. Способ вычисления ляпуновских показателей.	2	2	2				11	задания для самостоятельной работы, устный опрос
8	Отображение Пуанкаре. Вычисление размерности притягивающего множества по измерению временного ряда.	2	1	1				11	задания для самостоятельной работы, устный опрос
9	Бифуркация Андронова-Хопфа. Переход к хаосу через серию бифуркаций удвоения периода периодического решения.	2	2	2		1		11	задания для самостоятельной работы, устный опрос
10	Примеры систем с хаотическим поведением траекторий.	2	1	1				10	задания для самостоятельной работы, устный опрос
						2	0,5	33,5	Экзамен

	Всего за семестр 108 акад. часов		8	8		4	0,5	87,5	
	ИТОГО		16	16		6	0,5	105,5	

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- Network 15 Mathematica 11 Increment Standard Bundled List Price with Service;
- Network 15 Mathematica 11 Upgrade L3549-7407.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»
<https://www.studentlibrary.ru>

- Математические журналы базы Scopus
- Математические журналы базы Mathnet

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Ю. И. Неймарк, П. С. Ланда Стохастические и хаотические колебания – Москва: «Наука», 1987
<https://djvu.online/file/i0owQgmkWUUKW?ysclid=lm6bm2m0ux233338952>
2. С. Д. Глызин Численные методы анализа динамических систем: учебное пособие – Ярославль, ЯрГУ, 2002.

б) дополнительная литература

1. Методы качественной теории в нелинейной динамике / Л. П. Шильников, А. Л. Шильников, Д. В. Тураев, Л. Чуа. Ч. 1. / пер. с англ С. С. Пашкиной и др - Б.м.: Б.и., 2004. - 415 с.
2. Методы качественной теории в нелинейной динамике / Л. П. Шильников, А. Л. Шильников, Д. В. Тураев, Л. Чуа. Ч. 2. / пер. с англ. В. А. Осотовой; под науч. ред. Д. В. Тураева, А. Л. Шильникова - Б.м.: Б.и., 2009. - 546 с.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Профессор кафедры математического моделирования,
доктор физ.-мат. наук, профессор

Е. П. Кубышкин

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Хаотическая динамика»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной
аттестации**

Пример задания, предлагающегося на экзамене.

Способы обнаружения хаотических колебаний. Дискретизация переменных в фазовом пространстве. Статистический анализ фазовых траекторий. Спектральная и автокорреляционная функции.

Вопросы к экзамену

1. Нелинейные динамические системы. Основные понятия. Фазовое пространство динамической системы. Качественное интегрирование динамических систем. Признаки хаотического поведения траекторий. Физические задачи, демонстрирующие хаотическое поведение траекторий.
2. Классическая теория нелинейных колебаний. Локальная геометрическая теория динамики. Бифуркации.
3. Отображения и потоки. Отображение Энона и «подкова». Одномерные отображения.
4. Способы обнаружения хаотических колебаний. Дискретизация переменных в фазовом пространстве. Статистический анализ фазовых траекторий. Спектральная и автокорреляционная функции.
5. Геометрические характеристики притягивающих множеств. Кривая Коха. Канторово множество. Чертова лестница. Фрактальная размерность.
6. Меры фрактальной размерности. Поточечная размерность. Корреляционная размерность. Емкостная размерность. Информационная размерность.
7. Ляпуновские показатели и ляпуновская размерность. Способ вычисления ляпуновских показателей.
8. Отображение Пуанкаре. Вычисление размерности притягивающего множества по измерению временного ряда.
9. Бифуркация Андронова-Хопфа. Переход к хаосу через серию бифуркаций удвоения периода периодического решения.
10. Примеры систем с хаотическим поведением траекторий.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Хаотическая динамика»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Студентам предлагается изучить не только рекомендованную литературу, но и возможные дополнительные источники (например, научные статьи), на которые может указать преподаватель. Эта работа по большей части может выполняться студентами индивидуально, под руководством преподавателя.

Большую пользу принесет выступление на семинаре или студенческой (молодежной) конференции. Тема доклада для выступления вполне может быть связана с тематикой прикладного функционального анализа и смежными науками, в том числе, с компьютерной реализацией алгоритмов аппроксимации. Такой расширенный подход к освоению материала дисциплины может быть весьма полезен студентам.

Отметим, наконец, важность самостоятельной работы над математическими доказательствами. Именно доказательства, а не формулировки результатов, составляют суть математики. Доказательный стиль мышления выделяет математика из представителей многих других профессий, и именно доказательства наиболее полезны для повышения степени математизации мышления. Не следует думать, что, прослушав доказательство на лекции, вы его полностью поняли и усвоили. Попробуйте его воспроизвести - как правило, вы встретитесь со значительными трудностями. В этом нет ничего необычного.

По нашему мнению, даже в каждом простом на вид доказательстве закодированы те откровения, находки и открытия, которые были сделаны его автором много лет назад. И хотя они сглажены при изложении на лекции или на страницах учебника, они существуют и требуют осмысления. Каждый скачок в познании, сделанный давным-давно учёным-математиком должен иметь своё отражение в голове изучающего этот предмет много лет спустя. Поэтому математика трудна не только для творчества, но и для изучения. В известном смысле изучение математики само является творчеством, только творчеством для себя. Трудность математического знания имеет и другую сторону: математические истины устойчивы, непеременимы и даже вечны. Это очень привлекательное качество нашей науки.