

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Компьютерная алгебра

Направление подготовки (специальности)
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)
«Программирование, алгоритмы и анализ данных»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 21.04.2025, протокол № 10

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 05.05.2025

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Компьютерная алгебра» являются изучение систем компьютерной математики и их применения для решения типовых задач математического анализа и аналитической геометрии.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к обязательной части образовательной программы и входит в модуль «Математика I», подмодуль «Алгебра и теория чисел».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	И-ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: - наиболее известные системы компьютерной математики; - особенности этих систем и возможные области их применения. Уметь: - выбирать систему, подходящую для решения конкретных задач;
Универсальные компетенции		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	И-УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов	Уметь: - пользоваться справочными системами, литературой, технической документацией;

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2** зачетные единицы, **72** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1.	Системы компьютерной математики	3	2	2					
2.	Язык программирования Wolfram Language	3	4	4		1			
3.	Решение задач математического анализа	3	5	5		1.5		15	Задание для самостоятельной работы № 1
4.	Решение задач аналитической геометрии	3	5	5		1.5		15	Задание для самостоятельной работы № 2
							0,3	5,7	зачет
	ИТОГО		16	16		4	0,3	35,7	

Содержание разделов дисциплины:

1. Системы компьютерной математики.

- 1.1. Система Wolfram Mathematica.
- 1.2. Система Maxima.
- 1.3. Система GNU Octave.

2. Язык программирования Wolfram Language

- 2.1. Переменные, списки, векторы, матрицы.
- 2.2. Символьный и численный режимы вычислений.
- 2.2. Создание и применение правил.
- 2.3. Решение уравнений и систем уравнений.
- 2.3. Решение экстремальных задач.
- 2.3. Функции.

3. Решение задач математического анализа

- 3.1. Вычисление производных.
- 3.2. Вычисление неопределенных интегралов.
- 3.3. Символьное и численное вычисление определенных интегралов.
- 3.4. Задачи на максимум и минимум.
- 3.5. Построение графиков функций, кривых и поверхностей.

4. Решение задач аналитической геометрии.

- 4.1. Графическое представление объектов.
- 4.2. Решение типовых геометрических задач.
- 4.3. Вычисление площадей и объемов.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»
<https://www.studentlibrary.ru>

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Климов В. С., Ухалов А. Ю. Решение задач математического анализа с использованием систем компьютерной математики. Ярославль. ЯрГУ, 2014. <http://www.lib.uniylar.ac.ru/edocs/iuni/20140206.pdf>
2. Ухалов А. Ю. Практикум по Wolfram Mathematica [Электронный ресурс]: практикум. / А. Ю. Ухалов; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова - Ярославль: ЯрГУ, 2020. - 40 с. <http://www.lib.uniylar.ac.ru/edocs/iuni/20200205.pdf>

б) дополнительная литература

1. Седов Е. С. Основы работы в системе компьютерной алгебры Mathematica - Москва: Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ", 2016. https://www.studentlibrary.ru/ru/doc/intuit_210-SCN0000/000.html

в) ресурсы сети «Интернет» (при необходимости)

- <https://reference.wolfram.com/language/?source=nav>
<https://maxima.sourceforge.io/ru/>
<https://www.gnu.org/software/octave/>

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Доцент кафедры математического анализа, к.ф.-м.н.

А. Ю. Ухалов

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Компьютерная алгебра»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе
текущего контроля успеваемости**

Пример задания для самостоятельной работы № 1

Вариант 1

1. Вычислить интеграл

$$\int \frac{dx}{(1+x^2)^7}.$$

2. С помощью дифференцирования проверить правильность решения задачи 1.

3. Построить график функции

$$y = \frac{dx}{(1+x^2)^7},$$

график ее производной и график одной из ее первообразных.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностью, полученной при вращении линии $x^2 - xy + y^2 = 1$ вокруг оси OX . Построить изображение рассматриваемой поверхности.

4. Вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^7}$$

в символьном и в численном режимах. Сравнить полученные результаты.

5. Найти экстремумы функции $f(x, y) = x^2 + y^2$ при условии $x + y = 1$ в численном и символьном режимах. Сравнить полученные результаты. Построить графическое изображение поверхностей $f(x, y) = x^2 + y^2$ и $x + y = 1$. Отметить на рисунке точками экстремальные значения.

Пример задания для самостоятельной работы № 2

Вариант 1

1) Найти угол между прямыми

$$\begin{cases} y - z - 10 = 0, \\ x - 3y + z + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x - y - z - 1 = 0, \\ x - y + 2z + 1 = 0. \end{cases}$$

Построить изображение прямых.

2) Через точку $(0, 0, 0)$ провести плоскость, параллельную прямым

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3} \quad \text{и} \quad \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{6}.$$

Построить изображение прямых, точки и плоскости.

3) 1. Через точку $P = (5, -7)$ провести касательную к параболе $y^2 = 8x$.

Построить изображение параболы, точки и касательных прямых.

4) Написать программы, решающие задачи 1), 2) и 3) в общем виде.

Правила выставления оценки по результатам самостоятельной работы

Правила выставления оценки по результатам самостоятельной работы:

Оценка по результатам самостоятельной работы считается в баллах по каждому заданию по следующему принципу:

- Задание выполнено. Студент может изменить входные параметры задачи и программа продолжает корректно работать – 10 баллов;
- Задание выполнено. Программа работает на частных примерах, но при попытке изменить параметры задачи возникают ошибки, требующие устранения – 5 баллов;
- При выполнении задания допущены принципиальные ошибки, свидетельствующие о неверном понимании алгоритма решения или принципов работы системы – 2 балла;
- Задание не выполнено – 0 баллов.

Требования для получения зачета

По результатам выполнения самостоятельных работ № 1 и № 2 проводится собеседование. Для получения зачета студент должен набрать в общей сложности не менее 10 баллов и ответить на вопросы по средствам системы, примененным для решения задач.

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Компьютерная алгебра»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

При изложении курса основное внимание уделяется системе Wolfram Mathematica и языку Wolfram Language. Эта система в настоящее время является одной из самых популярных систем компьютерной математики. Эта система развивалась в течении примерно 30 лет. Система является коммерческой и достаточно дорогой. В то же время существует возможность пользоваться этой системой бесплатно с помощью облачных технологий.

Бесплатно зарегистрировавшись на сайте <https://www.wolframcloud.com/> можно выполнять все примеры, приводимые в курсе, а также выполнять поставленные задания. Ограничения бесплатной версии несущественны для рассматриваемых задач.

Существуют бесплатные аналогичные программы Maxima, Octave и другие. Их использование во многом аналогично. При желании студент может (по согласованию с преподавателем) выбрать одну из таких систем и самостоятельно изучить средства, необходимые для выполнения задания для самостоятельной работы.

Значительная часть курса отведена на самостоятельную работу студента. Предполагается, что к моменту изучения курса обучающимся накоплен значительный опыт программирования и освоения различных программных продуктов. Профессиональная деятельность в области компьютерных технологий предполагает способность постоянно осваивать новые средства решения задач и переучиваться. Одной из задач курса является развитие соответствующих навыков.

В конце курса студенты сдают зачет. Зачет проводится в форме собеседования по выполненным заданиям для самостоятельной работы.