

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Дополнительные главы численных методов**

Направление подготовки (специальности)  
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)  
«Программирование, алгоритмы и анализ данных»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 22.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Дополнительные главы численных методов» является изучение основных приемов и методик разработки и применения на практике методов решения на ЭВМ различных математических задач, возникающих как в теории, так и в приложениях к физике, механике, химии и т.п. Курс сопровождается как лекционными занятиями по численным методам (где рассматриваются конкретные приемы по построению численных методов), так и практикумом на ЭВМ (где студенты обязаны решить определенное количество задач на ЭВМ, используя известные методы). В результате выпускник должен уметь решать на ЭВМ определенный набор задач с использованием изученных методов и понимать, какие численные методы лежат в основе программ широко используемых математических пакетов.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дополнительные главы численных методов» относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики.

Хорошо известно, что в целом ряде математических задач получить точные решения удается крайне редко. По этой причине особую роль играют различного рода численные методы, позволяющие получить приближение к решению. Даже в тех случаях, когда решение может быть получено в явном виде – процесс его нахождения может занять слишком много времени. В этой ситуации целесообразнее оказывается использовать приближенное решение, которое может быть вычислено сравнительно быстро с требуемой точностью.

Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении курсов математического моделирования, вычислительного практикума, при выполнении курсовых и дипломных работ, связанных с математическим моделированием и обработкой наборов данных, решением конкретных задач из механики, физики и т.п.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-1</b> Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ	<b>И-ПК-1.1</b> Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и	<b>Знать:</b> - простейшие формулы численного дифференцирования; - простые и составные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона; - алгоритм построения квадратур Гаусса;

программирования и информационных технологий	информационных технологий	- схему построения методов Рунге-Кутты, методы стрельбы и прогонки. <b>Уметь:</b> - доказывать основные теоремы и выводить базовые формулы.
	<b>И-ПК-1.2</b> Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	<b>Уметь:</b> - реализовывать численные методы с использованием базовых алгоритмов и оценивать вычислительную трудоемкость этих алгоритмов. <b>Владеть навыками:</b> - создания собственных эффективных алгоритмов для решения прикладных задач.

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **4** зачетных единицы, **144** акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Численные методы анализа.	6	14	6	6	2		12	Задания для лабораторной работы. Лабораторная работа №1.
2	Наилучшее приближение в линейных нормированных пространствах.	6	4	4	4	2		12	
3	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	6	14	6	6	2		12	Задания для лабораторных работ. Лабораторные работы №2,3.
						2	0,5	33,5	Экзамен
	ИТОГО		32	16	16	8	0,5	69,5	

#### Содержание разделов дисциплины:

##### Тема 1. Численные методы анализа

1.1. Простейшие формулы численного дифференцирования. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования.

1.2. Численное интегрирование. Квадратурные формулы Ньютона–Котеса (формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона). Составные квадратурные формулы.

1.3. Ортогональные системы. Процесс ортогонализации. Ортогональные многочлены, свойства их нулей. Квадратуры Гаусса. Квадратуры Гаусса в случае весовой функции  $p(x) \equiv 1$ .

1.4. Многочлены Лежандра. Квадратура Эрмита.

## **Тема 2. Наилучшее приближение в линейных нормированных пространствах**

2.1. Постановка задачи. Существование и единственность элемента наилучшего приближения.

2.2. Наилучшее приближение в гильбертовых пространствах.

2.3. Наилучшее равномерное приближение. Свойства многочлена наилучшего равномерного приближения.

## **Тема 3. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений**

3.1. Методы решения задачи Коши для ОДУ. Методы Рунге – Кутты.

3.2. Оценка полной погрешности метода Эйлера решения скалярных ОДУ.

3.3. Разностные методы решения краевых задач для ОДУ второго порядка (методы прогонки, метод стрельбы). Принцип максимума для разностных уравнений 2-го порядка. Оценка решений первой краевой задачи.

## **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Лабораторная работа** – занятие, предусматривающие написание компьютерной программы для освоения конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;

- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»  
<https://www.studentlibrary.ru>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. Численные методы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019. <http://i.uran.ru/webcab/system/files/bookspdf/chislennye-metody/chislennymetody.pdf>
2. В.Н. Матвеев. Методы вычислений: учебное пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2007.  
<http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20070292.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. Самарский А. А. Численные методы: учеб. пособие для вузов. / А. А. Самарский, А. В. Гулин; Гос. комитет СССР по народному образованию - М.: Наука, 1989. - 430 с.
2. Дж. Ортега, У. Пул. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1986.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- учебные аудитории для проведения лабораторных занятий (компьютерные классы);
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

**Автор:**

Декан математического факультета, д.ф.-м.н.

П.Н. Нестеров

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Дополнительные главы численных методов»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

*Задания для лабораторной работы №1*

Вычислить значения функции  $F(t)$  на отрезке  $[0,1]$  при заданной мелкости разбиения, если

$$F(t) = \int_a^b f(t, x) dx \text{ с предложенными пределами интегрирования.}$$

4.1.  $f(t, x) = \sin\left(\frac{t}{1+x^2} + 0.001x\right),$

4.2.  $f(t, x) = \exp\left(\frac{\sqrt{t}}{1+x^2}\right),$

4.3.  $f(t, x) = \exp\left(\frac{\sqrt{t+1}}{1+x^2}\right) \sin 2x,$

Все варианты заданий для лабораторных работ №1-3 можно найти в учебном пособии:  
- В.Н. Матвеев. Методы вычислений: учебное пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2007.

**2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

**Список вопросов к экзамену:**

1. Простейшие формулы численного дифференцирования. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования.
2. Квадратурные формулы Ньютона – Котеса (ф-ла прямоугольников, ф-ла трапеций, ф-ла Симпсона).
3. Составные квадратурные формулы.
4. Ортогональные системы. Процесс ортогонализации. Ортогональные многочлены, свойства их нулей.
5. Квадратуры Гаусса.
6. Квадратуры Гаусса в случае весовой функции  $p(x) \equiv 1$ . Многочлены Лежандра.
7. Квадратура Эрмита.
8. Наилучшее приближение в линейных нормированных пространствах. Постановка задачи. Существование элемента наилучшего приближения.

9. Наилучшее приближение в линейных нормированных пространствах. Постановка задачи. Строго нормированные пространства. Единственность элемента наилучшего приближения.
10. Наилучшее приближение в гильбертовых пространствах.
11. Наилучшее равномерное приближение.
12. Свойства многочлена наилучшего равномерного приближения.
13. Методы решения задачи Коши для ОДУ. Метод Рунге – Кутты.
14. Оценка полной погрешности метода Эйлера решения скалярных ОДУ.
15. Методы решения краевых задач для ОДУ 2-го порядка. Простейшая разностная схема. Принцип максимума и теорема сравнения.
16. Разностные методы решения краевых задач для ОДУ 2-го порядка. Метод прогонки и метод стрельбы.

### 3. Правила выставления оценки на экзамене.

В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса. На подготовку к ответу дается не менее 1 часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

**Оценка «Отлично»** выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом численных методов; осуществляет межпредметные связи; умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию.

**Оценка «Хорошо»** выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

**Оценка «Удовлетворительно»** выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Допускает ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

**Оценка «Неудовлетворительно»** выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.