

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Элементы дискретного анализа**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 21.04.2025, протокол № 10

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Элементы дискретного анализа» является приобретение знаний и умений в области защиты информации от помех, возникающих при ее передаче. Данный курс вырабатывает у студентов навыки использования аппарата прикладной алгебры для анализа конкретных кодов, связанных с передачей информации.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Для освоения данной дисциплины студенты должны владеть математическим аппаратом линейной и общей алгебры, знать арифметику конечных полей и полей Галуа, преобразование Фурье; иметь представление о методах защиты информации. Полученные в курсе «Элементы дискретного анализа» знания необходимы для изучения последующих дисциплин: общепрофессиональных и специальных.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-2</b> Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>И-ПК-2.1</b> Обладает устойчивыми знаниями в области основных математических дисциплин, их аппарата и результатов	<b>Знать:</b> - аппарат теории дискретного анализа, - формулировки утверждений, - методы их доказательства. <b>Уметь:</b> - решать задачи
	<b>И-ПК-2.2</b> Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	<b>Уметь:</b> - применять понятия, результаты и методы дискретного анализа. <b>Владеть:</b> - математическим аппаратом теории дискретного анализа, - методами решения задач и доказательства утверждений.

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **3** зачетные единицы, **108** акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Линейные рекуррентные уравнения с постоянными коэффициентами. Теорема о решении линейных рекуррентных соотношений. Асимптотические оценки. Производящие функции.	5	4	4		1		6	
2	Числа Фибоначчи и их свойства. Золотое сечение. Цепная дробь.	5	3	3				7	
3	Элементы высшей алгебры. Группа, подгруппа, фактор-группа, кольцо, поле, идеал. Поле Галуа, строение конечного поля, примитивный элемент поля. Неприводимые многочлены. Теорема Лагранжа.	5	3	3		1		8	Контрольная работа №1
4	Элементы комбинаторики и теории чисел. Основная теорема арифметики. Китайская теорема об остатках. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Малая теорема Ферма. Оценка (Чебышева) количества простых чисел.	5	3	3		1		7	
5	Элементы теории кодирования. Латинские квадраты и коды. Матрицы Адамара и правильные симплексы. Коды Хэмминга, Хаффмана, Рида-Малера, БЧХ, Голея.	5	3	3		1		8	Контрольная работа №2
						2	0.5	33.5	экзамен
	ВСЕГО		16	16		6	0.5	69.5	

**5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В образовательном процессе по дисциплине используются:  
для формирования материалов для контроля успеваемости и проведения аттестации:

- программы Microsoft Office и свободные аналоги;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» [http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Электронно-библиотечная система «Консультант Студента»: <https://www.studentlibrary.ru/>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Журавлев Ю.И., Флеров Ю.А., Вялый М.Н. Дискретный анализ. Основы высшей алгебры : учеб. пособие для академического бакалавриата / 2-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2023. <https://urait.ru/viewer/diskretnyy-analiz-osnovy-vysshey-algebry-513127>
2. Дурнев В.Г., Башкин М.А., Якимова О.П. Элементы дискретной математики (часть 1 и часть 2). Ярославль: ЯрГУ, 2007.

часть 1 <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20070295.pdf>

часть 2: <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20070280.pdf>

#### **б) дополнительная литература**

1. Журавлев, Ю. И. Дискретный анализ. Основы высшей алгебры : учебное пособие для вузов / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, М. Н. Вялый. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. <https://urait.ru/viewer/diskretnyy-analiz-osnovy-vysshey-algebry-513127>
2. Вернер М. Основы кодирования Техносфера, М., 2006.
3. Аршинов М.Н., Садовский Л.Е. Коды и математика Москва, Наука, 1983.
4. Казарин Л.С. Теория кодирования. Учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2020.
5. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. М.: Мир, 1976.

### **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и текущего обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

#### **Автор(ы) :**

доцент кафедры математического анализа,  
кандидат физ.-мат. наук

Глазков Д. В.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Элементы дискретного анализа»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Контрольная работа № 1**

Найти все подгруппы групп  $S_3$ ,  $D_4$

Будет ли группой по сложению множество всех целых чисел, делящихся на фиксированное число?

В каком случае  $Z_n$  будет полем?

Сколько подгрупп у аддитивной группы  $n$ -мерного векторного пространства над  $Z_2$  ?

Дан (9,8)-код с проверкой на четность. Какова вероятность того, что при приеме кодового слова не будет обнаружена ошибка передачи?

Пусть (9,3)-код с повторением. Какова вероятность того, что при приеме кодового слова не будет обнаружена ошибка передачи?

Двоичный (8,4)-код задан проверочной матрицей

Найти его кодирующую матрицу и минимальное расстояние.

Чему равно минимальное расстояние для расширенного кода Хемминга?

Как изменится расстояние двоичного линейного кода при добавлении ко всем строкам проверочной матрицы одной общей проверки на четность?

**Контрольная работа № 2**

Построить регистр сдвигов, реализующий обращение элемента в поле вычетов по модулю неприводимого над  $Z_2$  многочлена  $x^3 + x^2 + 1$ .

Построить кодеры для двоичных циклических кодов длины 15 с кодирующими многочленами  $x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$  и  $x^4 + x + 1$ .

Выписать кодирующую матрицу для циклического кода Хемминга.

Построить кодер и декодер для двоичного БЧХ-кода с блоковой длиной 15, исправляющего 2 ошибки.

Многочлен  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  порождает над  $GF(2)$  циклический код длины 15. Найти проверочную матрицу этого кода. Сколько ошибок может исправлять этот код?

**2. Вопросы к экзамену из раздела элементы теории кодирования**

Основные понятия теории кодирования

Линейные (матричные) коды. Проверочная и порождающая матрицы.

Корректирующая способность линейного кода

Техника матричного кодирования и декодирования

Коды Хемминга

Сравнения по модулю натурального числа и их свойства.

Кольцо чисел.

Сравнения по модулю неприводимого многочлена и их свойства.  
Кольцо многочленов.  
Группа, кольцо, поле. Основные сведения теории групп.  
Конечные поля. Конструирование конечных полей. Поля Галуа.  
Мультипликативная и аддитивная структуры конечных полей.  
Групповые коды.  
Полиномиальные коды.  
Двоичные циклические коды  
Дуальный код.  
БЧХ-коды.  
БЧХ-коды, исправляющие 2 ошибки.  
БЧХ-коды, исправляющие тошибок.  
Расстояние Хемминга. Минимальное расстояние кода.  
Геометрическая интерпретация кодов.

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;

- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

#### **Высокий уровень (общие характеристики):**

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Элементы дискретного анализа»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Форма изложения материала – лекции и практические занятия. Для лучшего понимания теории необходимо решение задач, в том числе самостоятельное для закрепления полученных навыков.

Рекомендуется проведение в течение семестра контрольных работ для понимания степени усвоения дисциплины студентами. По ее итогам проводится разбор наиболее типичных ошибок и при необходимости повторение наиболее трудного материала. Также возможно поощрение отличившихся студентов некоторыми послаблениями на экзамене на усмотрение преподавателя.