

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Математическое моделирование**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 22.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Математическое моделирование" содействует фундаментализации образования, формированию культуры аналитических вычислений в рамках цикла аналитических дисциплин, установлению связи между математикой и другими науками. Целью преподавания дисциплины является ознакомление слушателей с математическими моделями и методами их исследования.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Дисциплина "Математическое моделирование" входит в цикл дисциплин, которые обеспечивают овладение аналитическими и численными методами, необходимыми для подготовки специалиста-математика. Она основывается на знаниях, полученных слушателями при изучении дисциплин "Асимптотические методы", "Дифференциальные уравнения", «Методы вычислений», «Актуальные задачи нелинейной динамики».

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-2</b> Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>И-ПК-2.1</b> Обладает устойчивыми знаниями в области основных математических дисциплин, их аппарата и результатов	<b>Знать:</b> основные принципы построения математических моделей. <b>Уметь:</b> исследовать свойства изученных математических моделей.
	<b>И-ПК-2.2</b> Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	<b>Знать:</b> методы и подходы исследования динамики математических моделей. <b>Владеть:</b> методами исследования локального поведения решений; методами нормальных форм; методом большого параметра; методом D-разбиения.
	<b>И-ПК-2.3</b> Способен совершенствовать свои навыки, связанные с применением современного математического аппарата	<b>Уметь:</b> Осуществлять поиск и обработку научной информации.

#### 4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **4** зачётных единицы, **144** акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Вводная лекция. Общие сведения теории уравнений с запаздыванием	7	2	4		1		5	
2	Математические модели популяционной динамики	7	2	10		2		6	Реферат
3	Математические модели нейродинамики	7	4	10		1		5	Реферат
4	Математические модели в медицине	7	2	6		1		5	Реферат
5	Экономические модели	7	2	6		1		5	Реферат
6	Модели работы ядерного реактора	7	2	6		1		5	Реферат
7	Математические модели лазеров	7	2	6		1		5	Реферат
						2	0,5	33,5	Экзамен
	ИТОГО		16	48		10	0,5	69,5	

#### 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что

позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.
- MikTeX (свободно распространяемое ПО).

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» [http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Электронно-библиотечная система «Консультант Студента»: <https://www.studentlibrary.ru/>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Кащенко С.А., Майоров В.В. Модели волновой памяти. Ярославль: ЯрГУ им. П.Г. Демидова. – 2013 г.
2. С. Е. Биркган Математическое моделирование - Ярославль: ЯрГУ, 2012. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20120710.pdf>
3. Глазков Д.В. Кащенко И.С. Уравнения динамики лазеров. Ярославль: ЯрГУ, 2012. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20120207.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1964.
2. А. А. Самарский, А. П. Михайлов Математическое моделирование: Идеи, методы, примеры - М.: Физматлит, 2005 <https://www.studentlibrary.ru/ru/doc/ISBN592210120-SCN0000/000.html>
3. Григорьева Е.В., Кащенко С.А. Параметры порядка в моделях лазеров с запаздывающей обратной связью / Синергетика: Исследования и технологии (серия Синергетика: от прошлого к будущему) – 2006 г.
4. Голубева Н. В. Математическое моделирование систем и процессов: учеб. пособ. для вузов — Санкт-Петербург: Лань, 2021 <https://reader.lanbook.com/book/179611>
5. Кащенко С.А. Динамика моделей на основе логистического уравнения с запаздыванием. М.: URSS, 2021

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

### **Автор(ы) :**

Зав. кафедрой математического моделирования, д.ф.-м.н.

Кащенко И.С

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Математическое моделирование»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

Студентам предлагается подготовить реферат, содержащий описание, построение, методы исследования и основные свойства одной математической модели на выбор:

1. Двухзональная модель Николсона
2. Модели численности популяций рептилий
3. Модель роста и деления клеток
4. Модели фрезирования
5. Моделирование многостадийного синтеза вещества
6. Модель Хищник-Жертва Утопина-Недорезова
7. Динамические модели рынка Вальраса-Маршалла
8. Динамические модели рынка со многими товарами
9. Двухпродуктовая модель производства товаров
10. Модели роста опухолей
11. Математические модели в иммунологии. LCMV-модель
12. Математическая моделирование иммунного ответа организма
13. Математическая модель развития диабета
14. Модели распространения заболеваний
15. Моделирование зрачкового рефлекса
16. Моделирование нарушения сна
17. Математическая модель человеческого постурального управления

По желанию студента этот список может быть расширен.

**2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

1. Локальные свойства уравнения Хатчинсона: устойчивость состояний равновесия, бифуркации.
2. Уравнение Хатчинсона при большом значении параметра. Биологический смысл.
3. Модель Хатчинсона с миграцией
4. Системы Хищник-Жертва, Паразит-Хозяин. Обобщения уравнения Хатчинсона на неоднородную среду обитания. Сведение к задаче «Пожар в степи».
5. Оптимизация процесса охоты.
6. Модель Николсона.
7. Модель кроветворения Мэки-Гласса.
8. Модель дыхания Чейна-Стокса.
9. Модель инфекционного заболевания Марчука. Влияние температуры. Случай присутствия нескольких антигенов.
10. Модель отдельного нейрона Ходжкина-Хаксли. Построение модели, основные свойства.
11. Модель Майорова отдельного нейрона. Построение модели, основные свойства.
12. Модель реакции нейрона на электрическое воздействие. Модель электрического синапса. Модель химического синапса. Свойства.

13. Модель ФитцХью-Нагумо. Свойства.
14. Модели распространения инфекции: SIR-модель и ее обобщения.
15. Описание экономической модели и ее свойства. Метод D-разбиений.
16. Модель работы ядерного реактора и ее свойства. Метод D-разбиений.
17. Модель Лэнга-Кобаяши полупроводникового лазера и ее свойства

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Математическое моделирование»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Учебный материал по дисциплине «Математическое моделирование» излагается лекциях, обсуждается на практических занятиях в виде задач.

Экзамен принимается по билетам, каждый из которых включает в себя один вопрос.

На итоговую оценку существенное влияние оказывает качество выполнения и защиты реферата.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Математическое моделирование» самостоятельно студенту затруднительно. Это связано со сложностью и большим объемом изучаемого материала. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.