

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Избранные задачи вычислительной математики**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 21.04.2025, протокол № 10

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Избранные задачи вычислительной математики» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует формированию мировоззрения математика-прикладника и обеспечивает приобретение специальных знаний в рамках курса «Численные методы».

Целью преподавания дисциплины является ознакомление слушателей с некоторыми подходами, идеями, результатами и методами вычислительной математики и демонстрация того, как эти методы теории сплайнов могут быть использованы при решении практических задач.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины «Избранные задачи вычислительной математики», используются студентами в процессе изучения специальных дисциплин, а также в ходе выполнения курсовых и выпускных квалификационных работ.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-2</b> Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>И-ПК-2.2</b> Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	<b>Знать:</b> - Основные понятия теории фракталов, линейных рекуррентных уравнений, динамики одномерных отображений. <b>Уметь:</b> - решать линейные неоднородные рекуррентные уравнения; - вычислять фрактальную размерность; - определять тип бифуркации одномерного отображения.

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)	Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации
-------	--	---------	---	--

			Контактная работа					самостоятельная работа	(по семестрам)
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1.	Линейные рекуррентные уравнения.	7	4	4	4	1		4	Лабораторная работа № 1
2.	Триангуляция Делоне.	7	4	4	4	1		4	Лабораторная работа № 2
3.	Триангуляция Делоне.	7	4	4	4	2		4	Лабораторная работа № 3
4.	Элементы динамики одномерных отображений.	7	4	4	4	2		4	Лабораторная работа № 4
							0,3	1,7	Зачет
	<b>ИТОГО</b>		<b>16</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>6</b>	<b>0,3</b>	<b>17,7</b>	

### Содержание разделов дисциплины:

#### Тема 1. Линейные рекуррентные уравнения.

- 1.1. Понятие ЛРУ.
- 1.2. Общее, частное решение. Примеры.
- 1.3 Последовательность Фибоначчи и ее свойства.
- 1.4. Производящие функции.
- 1.5. Применение ЛРУ при оценке трудоемкости алгоритмов.

#### Тема 2. Триангуляция Делоне.

- 2.1. Алгоритмы построения выпуклой оболочки и диаграмм Вороного.
- 2.2. Постановка задачи триангуляции и связь с диаграммами Вороного.
- 2.3. Условие Делоне.
- 2.4. Эффективные алгоритмы триангуляции.

#### Тема 3. Вычислительные задачи с фрактальными множествами.

- 3.1. Понятие фрактала.
- 3.2. Его числовые характеристики.
- 3.3. Различные подходы к определению размерности фрактального множества. Примеры.
- 3.4. Разбор вычислительных задач для совершенного множества Кантора.

#### Тема 4. Элементы динамики одномерных отображений.

- 4.1. Понятие динамики отображения. Неподвижная точка, цикл.
- 4.2. Грубые отображения.
- 4.3. Локальные и глобальные бифуркации.
- 4.4. Семейство квадратичных отображений.

### 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

**Лабораторная работа** – организация учебной работы с реальными материальными и информационными объектами, экспериментальная работа с аналоговыми моделями реальных объектов.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:  
для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- Wolfram Mathematica;
- GNU Octave;
- Maxima.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Электронно-библиотечная система «Консультант Студента»:  
<https://www.studentlibrary.ru/>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Дурнев В.Г., Башкин М.А., Якимова О.П. Элементы в дискретной математике - Ярославль: ЯрГУ, 2007.

Часть 1: <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20070295.pdf>

Часть 2: <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20070280.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. Бурд В.Ш. Введение в динамику одномерных отображений. Ярославль: ЯрГУ, 2006.  
<http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20060201.pdf>

2. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и ее приложения. Томск: изд. Том. ун-та, 2002.

<https://www.mathnet.ru/links/42dca52aeade7b9d2cdf741859e9d779/vmp738.pdf>

**в) ресурсы сети «Интернет» (при необходимости)**

<https://reference.wolfram.com/language/?source=nav>

<https://maxima.sourceforge.io/ru/>

<https://www.gnu.org/software/octave/>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

**Автор:**

Доцент кафедры  
математического анализа, к.ф.-м.н.

Д. В. Глазков

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Избранные задачи вычислительной математики»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе  
текущего контроля успеваемости**

Лабораторная работа № 1 (И-ПК-2.2)

Найти решение неоднородного линейного рекуррентного уравнения.

Лабораторная работа № 2 (И-ПК-2.2)

Проверить выполнение условия Делоне для данной триангуляции.

Лабораторная работа № 3 (И-ПК-2.2)

Вычислить фрактальную размерность «салфетки Серпинского».

Лабораторная работа № 4 (И-ПК-2.2)

Определить бифуркационные значения параметра отображения и указать типы бифуркаций.

**Требования для получения зачета**

По результатам выполнения лабораторных работ № 1-4 проводится собеседование. Для получения зачета студент должен выполнить предложенные задания и ответить на вопросы по решенным задачам.

## **Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Избранные задачи вычислительной математики»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Форма изложения материала – лекции, практические занятия и лабораторные работы. Для лучшего понимания теории необходимо решение задач, в том числе самостоятельное для закрепления полученных навыков.

Рекомендуется проведение в течение семестра контрольной работы для понимания степени усвоения дисциплины студентами. По ее итогам проводится разбор наиболее типичных ошибок и при необходимости повторение наиболее трудного материала. Также возможно поощрение отличившихся студентов некоторыми послаблениями на экзамене на усмотрение преподавателя.