

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра компьютерной безопасности и математических методов обработки информации

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

24 мая 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Дискретная математика**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 15.04.2022, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 8 от 19.04.2022

## 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Дискретная математика" обеспечивает приобретение фундаментальных знаний, умений и навыков в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО, способствует развитию логического мышления и формированию математического и общенаучного мировоззрения. Целью изучения дисциплины является овладение базовыми понятиями и методами основных разделов дискретной математики, таких как теория графов и комбинаторика, приобретение навыков использования аппарата дискретной математики, а также формирование математической культуры обучающегося, фундаментальная подготовка по основным разделам дискретной математики.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина "Дискретная математика" относится к обязательной части образовательной программы. Она играет исключительно важную роль для общематематической и общепрофессиональной подготовки специалиста.

Компетенции, сформированные при изучении дисциплины "Дискретная математика", используются учащимися при изучении последующих общепрофессиональных и специальных дисциплин, в частности дисциплин, "Теория вероятностей и математическая статистика", "Алгоритмы кодирования", «Основы информатики», а также в научно-исследовательской работе.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
<b>ОПК-1</b> Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<b>И-ОПК-1.1</b> Обладает основными фундаментальными знаниями в области математики и ее приложений, имеет представления о специфике их использования в профессиональной деятельности	<b>Знает:</b> - основные понятия, принципиальные результаты и методы дискретной математики; - определения основных теоретико-множественных понятий: отношение частичного порядка и отношение эквивалентности, классы эквивалентности, фактормножество, разбиение множества; - понятия равномощности, формулировки и идеи доказательства теорем Кантора-Бернштейна и Кантора; - основные понятия, принципиальные результаты и методы математической логики и ее приложения; - основные понятия теории графов; основные операции на графах; свойства и типы графов; основные результаты,

		<p>классические оптимизационные задачи на графах;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные модели комбинаторной математики, формулы чисел размещений, перестановок, сочетаний с повторениями и без повторений, модели комбинаторики разбиений; принцип включения и исключения, основные классы производящих функций, понятие рекуррентного соотношения, алгоритм решения линейного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.</li> <li>- основные комбинаторные алгоритмы, основные алгоритмы решения задач теории графов: алгоритмы обхода в глубину и ширину, топологической сортировки, алгоритма поиска кратчайших путей в графах, алгоритм построения минимального каркаса, поиска гамильтонова цикла в графе, задачи о коммивояжере, задачи о максимальном потоке.</li> </ul> <p><b>Умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- решать стандартные задачи математической логики и теории множеств;</li> <li>- применять формулы числа размещений, перестановок, сочетаний, применять принцип включений и исключений для решения комбинаторных задач; умеет строить производящую функцию для последовательности чисел, решать однородные и неоднородные линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.</li> </ul> <p><b>Владеет навыками:</b></p> <p>решения стандартных задач по комбинаторике и теории графов.</p>
	<p><b>И-ОПК-1.2</b> Умеет квалифицированно определять область фундаментальных знаний, относящихся к поставленной задаче</p>	<p><b>Знает:</b></p> <p>основные понятия, важные результаты и методы теории множеств, математической логики, теории графов и комбинаторики и их приложения;</p>
	<p><b>И-ОПК-1.3</b> Имеет навыки аналитической работы, связанной с применением фундаментальных знаний на практике</p>	<p><b>Умеет:</b></p> <p>анализировать конкретные прикладные задачи на предмет возможности применения теории множеств, аппарата математической логики, теории графов и комбинаторных методов для их решения.</p> <p><b>Владеет навыками:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- вывода одних теоретико-множественных равенств из других;</li> <li>- установления выводимости формул исчисления высказываний из множеств гипотез;</li> </ul>

		- установления выводимости формул - решения комбинаторных задач, включая использование аппарата производящих функций - решения задач по теории графов различными методами, включая алгоритмический подход к решению задач на графах.
--	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **5** зачетных единиц, **180** акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Множества и операции над ними. Декартово произведение. Степень множества.	1	2	2				2	
2	Отношение, отображение, инъекция, сюръекция, биекция. Рефлексивность. Симметричность. Транзитивность Отношения порядка и отношение эквивалентности, классы эквивалентности, фактормножество.	1	2	6		1		2	Задания для самостоятельной работы
3	Сравнение множеств по мощности. Теорема Г.Кантора - Ф.Бернштейна. Теорема Г.Кантора о мощности множества всех подмножеств данного множества. Диагональный метод Г.Кантора. Счетные множества, множества мощности континуума, некоторые их свойства.	1	2	6		2		2	Самостоятельная работа 1
4	Введение. Булевы функции. Существенные и фиктивные переменные.	1	2	2				2	Устный опрос

5	Равносильность формул, основные соотношения равносильности и их использование для упрощения формул.	1	2	4			2	Задания для домашней работы
6	Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Совершенные нормальные формы.	1	2	4		1	2	Устный опрос
7	Представление булевых функций формулами алгебры высказываний и многочленами Жегалкина.	1	2	4		1	2	Задания для домашней работы
8	Замкнутые классы функций. Критерии полноты для булевых функций.	1	2	4		1	2	Устный опрос
							<b>0,3</b>	<b>1,7</b> <b>Зачет</b>
	<b>Итого за 1 семестр 72 акад. часа</b>		<b>16</b>	<b>32</b>		<b>6</b>	<b>0,3</b>	<b>17,7</b>
9	Введение. Краткий исторический очерк. Разделы дискретной математики. Комбинаторика. Введение. Правила суммы и произведения. Выборки.	2	1				1	
10	Числа размещений, перестановок, сочетаний с повторениями и без повторений.	2	1	4			1	Самостоятельная работа 2
11	Формула включений и исключений.	2	1	2			1	Задания для домашней работы Устный опрос
12	Биномиальная теорема. Свойства биномиальных коэффициентов.	2	1	2			1	Устный опрос
13	Полиномиальная теорема	2	1	2			1	
14	Комбинаторика разбиений. Некоторые комбинаторные алгоритмы.	2	1	2		2	1	Лабораторная работа 1 Расчетная работа 1
15	Производящие функции. Основные определения и свойства.	2	1	2			1	
16	Линейные однородные и неоднородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.	2	1	4			1	Задания для домашней работы
						2	2	Контрольная работа по комбинаторике
17	Теория графов. Введение. Виды графов и операции над ними. Теорема Эйлера	2	1	2			1	Самостоятельная работа 3 Расчетная работа 2

	о сумме степеней вершин. Изоморфизм.								
18	Пути, циклы, связность. Вершинная и реберная связность. Двусвязные графы.	2	1	2				1	Задания для домашней работы Устный опрос
19	Деревья. Остов минимального веса.	2	1	2				1	Задания для домашней работы Устный опрос
20	Эйлеровы графы. Необходимые и достаточные условия. Построение эйлеровой цепи.	2	1	2				1	Задания для домашней работы Устный опрос
21	Гамильтоновы графы. Задача поиска гамильтонова цикла в графе, задача о коммивояжере.	2	1	2				1	Задания для домашней работы Устный опрос
22	Плоские и планарные графы. Формула Эйлера. Теорема Понтрягина-Куратовского.	2	1	2				1	Задания для домашней работы Устный опрос
23	Некоторые алгоритмы на графах. Обходы в глубину и ширину, топологическая сортировка, алгоритм поиска кратчайшего пути в графе, задача о максимальном потоке.	2	1	2				1	Лабораторная работа 2
24	Обзор тем, не вошедших в курс. Паросочетания. Раскраски.	2	1			2		1	
						2	0,5	33,5	Экзамен
	<b>Итого за 2 семестр 108 акад. часов</b>		<b>16</b>	<b>32</b>		<b>8</b>	<b>0,5</b>	<b>51,5</b>	
	<b>ИТОГО</b>		<b>32</b>	<b>64</b>		<b>14</b>	<b>0,8</b>	<b>69,2</b>	

## 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются

наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

#### **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:  
для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- MikTeX (свободно распространяемое ПО);
- Open Office;
- Microsoft Visual Studio Community.

#### **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniya.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniya.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»  
<https://www.studentlibrary.ru>

#### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

##### **а) основная литература**

1. Башкин М. А., Якимова О. П. Дискретная математика: сборник задач. - Ярославль, ЯрГУ, 2012. <http://www.lib.uniya.ac.ru/edocs/iuni/20120208.pdf>
2. Башкин М. А., Якимова О. П. Дискретная математика: сборник задач. Часть 2. - Ярославль, ЯрГУ, 2013.
3. Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко Задачи и упражнения по дискретной математике - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785922104777.html>
4. А. Е. Жуков, Д. А. Жуков Элементы комбинаторики: учебное пособие - М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014  
<https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785703837528.html>

##### **б) дополнительная литература**

1. Дурнев В. Г., Башкин М. А., Якимова О. П. Элементы дискретной математики. Часть 1. – Ярославль: ЯрГУ, 2007. <http://www.lib.uniya.ac.ru/edocs/iuni/20070295.pdf>
2. Дурнев В. Г., Башкин М. А., Якимова О. П. Элементы дискретной математики. Часть 2 – Ярославль: ЯрГУ, 2007. <http://www.lib.uniya.ac.ru/edocs/iuni/20070280.pdf>

3. Омельченко А. В. Теория графов - М: МЦНМО, 2018 [http://publ.lib.ru/ARCHIVES/O/OMEL'CHENKO\\_Aleksandr\\_Vladimirovich/%CE%EC%E5%EB%FC%F7%E5%ED%EA%EE%20%C0.%C2.%20%D2%E5%EE%F0%E8%FF%20%E3%F0%E0%F4%EE%E2.\(2018\).pdf](http://publ.lib.ru/ARCHIVES/O/OMEL'CHENKO_Aleksandr_Vladimirovich/%CE%EC%E5%EB%FC%F7%E5%ED%EA%EE%20%C0.%C2.%20%D2%E5%EE%F0%E8%FF%20%E3%F0%E0%F4%EE%E2.(2018).pdf)
4. Виленкин Н. Я., Виленкин А. Н., Виленкин П. А. Комбинаторика. - М: МЦНМО, 2018, <https://djvu.online/file/EaXF72N5r38Bg?ysclid=lmyxcwxlwd605687358>
5. Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. - М.: Физматлит, 2006. <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN5922100262.html>
6. Дурнев В. Г. Элементы теории множеств и математической логики: учеб. пособие для вузов - Ярославль, ЯрГУ, 2009 <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20090231.pdf>
7. Дурнев В. Г. Элементы теории алгоритмов : учеб. пособие для вузов - Ярославль, ЯрГУ, 2008 <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20080230.pdf>
8. М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов - СПб., Лань, 2008 <https://reader.lanbook.com/book/247400>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

### **Автор(ы):**

Доцент кафедры КБиММОИ, к.ф.-м.н.

Федотова Н. П.



**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Дискретная математика»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**Самостоятельная работа 1 (по вариантам).**

1. Докажите по определению (установите явное взаимно-однозначное соответствие или биекцию) эквивалентность следующих множеств:
  - а) множества натуральных и множества целых чисел;
  - б) множества точек отрезка  $[0,1]$  и множества точек отрезка  $[-1,1]$ ;
  - в) множества точек отрезка  $[0,1]$  и множества точек полуинтервала  $[0,1)$ ;
  - г) множества точек интервала  $(-1,1)$  и множества точек нижней полуокружности  $\{x^2 + (y-1)^2 = 1, y < 1\}$ ;
  - д) множества точек нижней полуокружности  $\{x^2 + (y-1)^2 = 1, y < 1\}$  и всей числовой прямой.
2. Пользуясь любыми теоремами о счетных множествах и множествах мощности континуум, определите мощность следующих множеств:
  - а) множество рациональных чисел;
  - б) множество точек на плоскости, одна из координат которых целая;
  - в) множество точек на плоскости, обе координаты которых целые;
  - г) множество точек на плоскости, обе координаты которых рациональные;
  - д) множество квадратных трехчленов с целыми коэффициентами;
  - е) множество многочленов степени не выше  $K$  с целыми коэффициентами;
  - ё) множество всех многочленов с целыми коэффициентами;
  - ж) множество всех корней всех многочленов с целыми коэффициентами (алгебраические числа,  $(3-2^{1/2})^{1/3}$  алгебраическое число?);
  - з) множества всех действительных чисел, не являющихся алгебраическими (трансцендентные числа);
  - и) множества попарно непересекающихся отрезков на плоскости;
  - й) множество попарно непересекающихся отрезков на прямой;
  - к) множества непересекающихся окружностей на плоскости;
  - л) множества непересекающихся кругов на плоскости;
  - м) множества попарно непересекающихся "восьмерок" (объединения двух касающихся внешним образом окружностей) на плоскости;
  - н) множества непересекающихся букв  $T$  на плоскости;
  - о) множество всех конечных последовательностей 0 и 1;
  - п) множество всех бесконечных последовательностей 0 и 1.

**Самостоятельная работа 2. Вариант 1.**

1. Сколько существует четырехзначных чисел, в которых хотя бы одна семерка?
2. Сколько существует различных символьных последовательностей длины 7 в четырёхбуквенном алфавите  $\{A, C, G, T\}$ , которые содержат ровно три буквы  $A$ ?
3. Сколькими способами Буратино, кот Базилио и лиса Алиса могут поделить между собой 5 одинаковых золотых монет?

4. На доске нарисованы 10 прямых общего положения. Сколько они образуют точек пересечения? На сколько частей они делят плоскость?
5. Сколькими способами 12 банок тушенки можно разложить по пяти рюкзакам туристов так, чтобы каждый нес хотя бы одну банку?
6. Сколько различных чисел может получиться перестановкой цифр числа 13557? Чему равна сумма всех этих чисел?

### Самостоятельная работа 3. Вариант 1.

1. Определите, сколько рациональных членов содержится в разложении  $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{20}$ .
2. Найдите коэффициент при  $t^9$  в разложении  $(1 + 2t - 3t^2)^8$ .
3. В разложении  $(m+3)^n$  четвертый член равен 4455. Найдите  $n$  и  $m$ , если известно, что сумма биномиальных коэффициентов равна 2048.
4. Каков наибольший коэффициент разложения  $(a+b)^n$ , если сумма биномиальных коэффициентов равна 512?
5. Каков наибольший коэффициент разложения  $(a+b+c+d)^n$ , если сумма полиномиальных коэффициентов равна 4096?

### Лабораторная работа 1. Вариант 1.

Дано натуральное число  $N$ . Рассмотрим его разбиение на натуральные слагаемые. Два разбиения, отличающихся только порядком слагаемых, будем считать за одно, поэтому можно считать, что слагаемые в разбиении упорядочены по невозрастанию. На вход подается единственное число  $N \leq 40$ .

Напишите программу, которая выводит все разбиения числа  $N$  на натуральные слагаемые в лексикографическом порядке.

Пример. Для  $5$  существуют такие способы разбиения на слагаемые:

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1 = 2 + 2 + 1 = 3 + 1 + 1 = 3 + 2 = 4 + 1 = 5$$

### Варианты расчетной работы 1

1. Сколько существует слов длины 7 в алфавите  $\{a, b\}$ , не содержащих подслова  $bb$ ?
2. Дан словарь (набор слов), состоящий из 1 односложного слова, 2 двусложных слов и 3 трёхсложных слов. Сколько шестисложных строк можно составить, используя этот словарь? Повторы слов разрешены.
3. Сколько существует слов длины 8 в алфавите  $\{a, b, c\}$ , не содержащих подслова  $aa$ ?
4. Дан словарь, состоящий из слов «мрак», «ого», «парниша». Чего больше из них можно составить: трехсловных строк или шестисложных строк?
5. Сколько существует слов длины 8 в алфавите  $\{a, b, c\}$ , содержащих подслова  $bb$ ?
6. Дан словарь (набор слов), состоящий из 2 односложных слов, 4 двусложных слов и 8 трёхсложных слов. Сколько шестисложных строк можно составить, используя этот словарь? Повторы слов разрешены.
7. Сколько существует палиндромов длины 11 в алфавите  $\{a, b\}$ , не содержащих подслова  $aa$ ?
8. Сколько существует палиндромов длины 14 в алфавите  $\{a, b\}$ , не содержащих подслова  $bb$ ?
9. Сколько существует слов длины 5 в алфавите  $\{C, V\}$ , не содержащих подслова  $CCC$ ?
10. Дан словарь (набор слов), состоящий из 1 односложного слова и 3 двусложных слов. Сколько семисложных строк можно составить, используя этот словарь? Повторы слов разрешены.
11. Сколько существует слов длины 6 в алфавите  $\{C, V\}$ , содержащих подслова  $VVV$ ?
12. Сколько существует слов длины 9 в алфавите  $\{a, b, c\}$ , не содержащих подслова  $bbb$ ?
13. Дан словарь (набор слов), состоящий из 10 односложных слов, 10 двусложных слов и 10 трёхсложных слов. Сколько шестисложных строк можно составить, используя этот словарь? Повторы слов разрешены.

14. Сколько существует слов длины 4 в алфавите  $\{a, b, c\}$ , содержащих подслово bbb?
15. Сколько существует слов длины 5 в алфавите  $\{a, b, c\}$ , не содержащих подслова bbb?
16. Дан словарь (набор слов), состоящий из 1 односложного слова и 3 двусложных слов. Сколько пятисложных строк можно составить, используя этот словарь? Повторы слов разрешены.
17. Дан словарь, состоящий из слов «жуть», «мрак», «мрачный», «ого», «парниша», «хамите». Сколько из них можно составить трехсложных строк?
18. Сколько существует слов длины 5 в алфавите  $\{a, b, c\}$ , содержащих подслово bbb?
19. Сколько существует слов длины 4 в алфавите  $\{a, b, c, d\}$ , содержащих подслово cba?
20. Дан словарь (набор слов), состоящий из 1 односложного слова и 3 двусложных слов. Сколько 4-сложных строк можно составить, используя этот словарь? Повторы слов разрешены.
21. Сколько существует слов длины 4 в алфавите  $\{a, b, c, d\}$ , содержащих подслово bbb?
22. Сколько существует слов длины 4 в 20-буквенном алфавите  $\{a, b, c, \dots, t\}$  содержащих подслово cba?
23. Дан словарь (набор слов), состоящий из 2 односложных слов и 6 двусложных слов. Сколько различных 5-сложных строк можно составить, используя этот словарь? Повторы слов разрешены.
24. Дан словарь, состоящий из слов «мрак», «ого», «хамите». Чего больше из них можно составить: трехсловных строк или шестисложных строк?
25. Сколько существует слов длины 4 в 20-буквенном алфавите  $\{a, b, c, \dots, t\}$ , содержащих подслово bbb?
26. Сколько существует слов длины 5 в алфавите  $\{C, V\}$ , не содержащих подслова CC?
27. Дан словарь (набор слов), состоящий из односложного слова, двусложного слова и трёхсложного слова. Сколько шестисложных строк можно составить, используя этот словарь? Повторы слов разрешены. [5]

## Лабораторная работа 2. Вариант 1.

Дан ориентированный взвешенный граф. Найдите кратчайший путь от одной заданной вершины до другой.

В первой строке содержатся три числа:  $N$ ,  $S$  и  $F$  ( $1 \leq N \leq 100$ ,  $1 \leq S, F \leq N$ ), где  $N$  – количество вершин графа,  $S$  – начальная вершина, а  $F$  – конечная. В следующих  $N$  строках вводится по  $N$  чисел, не превосходящих 100, – матрица смежности графа, где -1 означает отсутствие ребра между вершинами, а любое неотрицательное число – присутствие ребра данного веса. На главной диагонали матрицы записаны нули.

Требуется вывести последовательно все вершины одного (любого) из кратчайших путей, или одно число -1, если пути между указанными вершинами не существует.

## 2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

1. Множества и операции над ними, их свойства.
2. Соответствия, функции, отношения.
3. Специальные бинарные отношения – частичный порядок и отношения эквивалентности.
4. Счетные множества, их свойства.
5. Сравнение множеств по мощности. Теорема Г. Кантора.
6. Несчетность множества действительных чисел.
7. Булевы функции, их задание таблицами и термами. Существенные и фиктивные переменные.

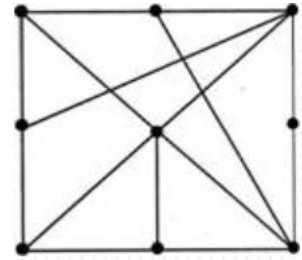
8. Теоремы о СДНФ и СКНФ.
9. Замыкание и замкнутые классы функций.
10. Теорема Э. Поста о функциональной полноте.
11. Примеры применения булевых функций – схема двоичного сумматора.
12. Правило суммы, правило произведения.
13. Размещения без повторений и с повторениями.
14. Перестановки без повторений и с повторениями.
15. Сочетания без повторений.
16. Сочетания и с повторениями.
17. Полиномиальная теорема.
18. Биномиальная теорема.
19. Свойства биномиальных коэффициентов.
20. Формула включений и исключений.
21. Рекуррентные соотношения и производящие функции.
22. Числа Стирлинга и их свойства.
23. Решение линейные однородных рекуррентных соотношений с постоянными коэффициентами.
24. Решение линейные неоднородных рекуррентных соотношений с постоянными коэффициентами.
25. Производящие функции. Основные определения и свойства.
26. Виды графов и операции над ними. Изоморфизм. Теорема Эйлера о сумме степеней вершин.
27. Двудольные графы. Теорема Кенига.
28. Вершинная и реберная связность.
29. Двусвязные графы.
30. Деревья
31. Минимальное остовное дерево. Алгоритмы Прима и Краскала
32. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера, доказательство.
33. Непланарность  $K_5$  и  $K_{3,3}$ , доказательство.
34. Формулировка теоремы Понтрягина- Куратовского (без доказательства).
35. Эйлеровы графы. Эйлеров цикл, путь. Критерии существования.
36. Гамильтоновы графы. Примеры.  $\Theta$  - граф. Некоторые необходимые и некоторые достаточные условия существования гамильтонова цикла (без доказательства).
37. Обходы графа в глубину и его приложения.
38. Обходы графа в ширину и его приложения.
39. Алгоритм поиска кратчайшего пути в графе
40. Задача о максимальном потоке.
41. Задача о коммивояжере

### *Примерный билет к экзамену по дисциплине*

1. Эйлеровы графы. Необходимые и достаточные условия.
2. Дана матрица смежности графа. Определите, является ли данный граф двудольным, эйлеровым, гамильтоновым, планарным, двусвязным.
3. Найдите коэффициент при  $t^{11}$  разложения  $(2 - 3t - t^2)^k$ , если сумма полиномиальных коэффициентов равна 2187.

0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0

4. Леша поднимается по лестнице из 10 ступенек. За один раз он прыгает вверх либо на одну ступеньку, либо на две ступеньки, либо на три. Сколькими способами Леша может подняться по лестнице?
5. Инженер Иванов (см. рисунок) усовершенствовал свою плату. Теперь она имеет 9 приборов и 17 проводников. Можно ли изготовить плату так, чтобы все проводники размещались на одной ее стороне?



### Критерии выставления оценки

Билет состоит из 1 теоретического вопроса и 4 задач. Каждое задание оценивается в один балл. Базовая оценка равна сумме баллов. Оценка может быть понижена, если студент не выполнил все необходимые самостоятельные, контрольные и лабораторные работы. Оценка может быть повышена, если обучающийся выполнял кроме необходимых еще и дополнительные задания.

## **Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Дискретная математика»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине "Дискретная математика" являются лекции, что связано, прежде всего, с очень высоким уровнем абстрактности изучаемых в математической логике понятий, ее глубокими и прочными связями с основаниями математики и с ее философскими вопросами. По большому числу тем предусмотрены практические занятия, целью которых является закрепление лекционного материала путем решения специальным образом подобранных задач и упражнений.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для решения задач необходимо не только знать, но и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярная работа с конспектами лекций и рекомендованной литературой.