

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_ Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Актуальные задачи нелинейной динамики**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 22.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Актуальные задачи нелинейной динамики" содействует фундаментализации образования, формированию культуры аналитических вычислений в рамках цикла аналитических дисциплин. Целью преподавания дисциплины является ознакомление слушателей с задачами и методами нелинейной динамики.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Дисциплина "Актуальные задачи нелинейной динамики" входит в цикл дисциплин, которые обеспечивают овладение аналитическими и численными методами, необходимыми для подготовки специалиста-математика. Она основывается на знаниях, полученных слушателями при изучении дисциплин "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения", «Методы вычислений».

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-2</b> Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>И-ПК-2.1</b> Обладает устойчивыми знаниями в области основных математических дисциплин, их аппарата и результатов	<b>Знать:</b> основные свойства линейных и нелинейных дифференциальных уравнений; теорию нормальных форм Пуанкаре; <b>Уметь:</b> делать выводы о динамике системы по нормальной форме; функции Понтрягина. <b>Владеть:</b> асимптотическим методом построения нормальной формы, методом фазовой плоскости.
	<b>И-ПК-2.2</b> Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	<b>Знать:</b> основные локальные бифуркации состояний равновесия. <b>Уметь:</b> применять асимптотический алгоритм построения нормальной формы; строить фазовый портрет консервативных систем второго порядка.
<b>ПК-3</b> Способен к разработке и применению алгоритмических и программных решений	<b>И-ПК-3.3</b> Обладает способностью критического анализа и совершенствования	<b>Знать:</b> основные алгоритмы численных методов; <b>Уметь:</b> применять численные алгоритмы для исследования задач нелинейной динамики.

в области системного и прикладного программного обеспечения	разрабатываемых алгоритмов и программ	
---	---------------------------------------	--

#### 4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **4** зачёт. ед., **144** акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Дополнительные сведения из линейной алгебры и дифференциальных уравнений и численных методов	6	4	12		2		6	
2	Метод фазовой плоскости для консервативных уравнений второго порядка. Понятие первого интеграла (энергии)	6	2	6		1		5	
3	Исследование систем, близких к гамильтоновым. Функция Понтрягина	6	2	6		1		5	Контрольная работа №1
4	Теория нормальных форм Пуанкаре. Понятие резонанса, резонансного монома. Теоремы Пуанкаре и Пуанкаре-Дюлака	6	2			1		5	
5	Асимптотический метод построения (укороченной) нормальной формы для случая пары чисто мнимых собственных значений	6	2	12		1		5	
6	Асимптотический метод построения (укороченной) нормальной формы для случая нулевого собственного значения. Вырождения	6	2	6		1		5	
7	Анализ нормальной формы для случая пары чисто	6	2	6		1		5	Контрольная работа №2

	мнимых собственных значений. Бифуркация Андронова-Хопфа								
					2	0,5	33,5	экзамен	
	<b>ИТОГО</b>		16	48		10	0,5	69,5	

## 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Практическое занятие** – занятие, посвящённое освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний по предложенному алгоритму.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## 6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## 7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» [http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Электронно-библиотечная система «Консультант Студента»: <https://www.studentlibrary.ru/>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения : Учеб. для вузов / Тихонов А. Н. , Васильева А. Б. , Свешников А. Г. - 4-е изд. , - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 6) - ISBN 978-5-9221-0277-3. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922102773.html>
2. С. Д. Глызин, А. Ю. Колесов. Локальные методы анализа динамических систем: учеб. пособ. - Ярославль: ЯрГУ, 2006 <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20060202.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М.: Наука, 1974.
2. М.В. Федорюк. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - СПб: Лань, 2003.
3. А.Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005.
4. Глызин С. Д. Численные методы анализа динамических систем: учеб. пособие для вузов. - Ярославль: ЯрГУ, 2002. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20020231.pdf>
5. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики: учеб. пособие. - М.: Наука, 1981.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

### **Автор:**

Зав. кафедрой математического моделирования, д.ф.-.м.н.

Кащенко И.С.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Актуальные задачи нелинейной динамики»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,  
характеризующих этапы формирования компетенций**

**Контрольная работа №1 содержится в файле AZND-1.pdf**

**Контрольная работа №2 содержится в файле AZND-2.pdf**

**2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

1. Собственные и присоединенные вектора. Жорданова нормальная форма матрицы: вид, способы построения.
2. Решение системы линейных дифференциальных уравнений: общее решение, частное решение неоднородной задачи.
3. Разрешимость линейных неоднородных уравнений. Понятие сопряженного оператора. Применимость к дифференциальным уравнениям.
4. Фазовый портрет системы линейных дифференциальных уравнений: общие идеи и детально двумерный случай).
5. Устойчивость. Исследование устойчивости состояний равновесия. Фазовый портрет в окрестности состояния равновесия. Теорема Пуанкаре-Бендиксона.
6. Метод фазовой плоскости для консервативных уравнений второго порядка. Понятие первого интеграла (энергии).
7. Теория нормальных форм Пуанкаре. Понятие резонанса, резонансного монома. Теоремы Пуанкаре и Пуанкаре-Дюлака.
8. Асимптотический метод построения (укороченной) нормальной формы для случая пары чисто мнимых собственных значений
9. Асимптотический метод построения (укороченной) нормальной формы для случая нулевого собственного значения. Вырождения.
10. Анализ нормальной формы для случая пары чисто мнимых собственных значений.. Бифуркация Андронова-Хопфа.
11. Исследование систем, близких к Гамильтоновым. Функция Понтрягина.

**Приложение №2 к рабочей программе дисциплины  
«Актуальные задачи нелинейной динамики»**

**Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Учебный материал по дисциплине «Актуальные задачи нелинейной динамики» излагается как на лекциях, так и на практических занятиях в виде задач.

Экзамен принимается по билетам, каждый из которых включает в себя один вопрос. При этом, в случае плохих результатов контрольных работ в билет добавляются задачи из контрольной работы №1.

На итоговую оценку также влияют результаты выполнения контрольной работы №2.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Актуальные задачи нелинейной динамики» самостоятельно студенту затруднительно. Это связано со сложностью и большим объемом изучаемого материала. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.