

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра нелинейной динамики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Цифровая обработка сигналов

Направление подготовки (специальности)
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 21.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 05.05.2025

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Цифровая обработка сигналов" обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом. Целью курса «Цифровая обработка сигналов» являются ознакомление студентов с методами цифровой обработки сигналов, включая интегральные и дискретные преобразования, в частности интегральное и дискретное преобразование Фурье, быстрое преобразование Фурье.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Дисциплина "Цифровая обработка сигналов" входит в цикл дисциплин, которые обеспечивают овладение аналитическими и численными методами, необходимыми для подготовки специалиста-математика. Она основывается на знаниях, полученных слушателями при изучении дисциплин "Математический анализ", "Алгебра," "Функциональный анализ." Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины "Цифровая обработка сигналов", используются при изучении общепрофессиональных дисциплин, а также ряда специальных дисциплин. Данная дисциплина является дисциплиной по выбору.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
ПК-2 Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	И-ПК-2.1 Обладает устойчивыми знаниями в области основных математических дисциплин, их аппарата и результатов	Знать: - основы гармонического анализа Уметь: - разрабатывать методы обработки сигналов на основе гармонического анализа.
	И-ПК-2.2 Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	Владеть навыками: - использования гармонического анализа для решения прикладных задач в будущей профессиональной деятельности.
ПК-3 Способен к разработке и применению алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного	И-ПК-3.1 Обладает устойчивыми знаниями в области разработки алгоритмов и программирования	Знать: - основы цифровой обработки сигналов.
	И-ПК-3.2 Имеет навыки разработки и реализации алгоритмов в	Уметь: - реализовывать методы обработки сигналов на языке программирования

программного обеспечения	области системного и прикладного программного обеспечения	высокого уровня. Владеть навыками: - использования программных продуктов по обработке цифровых сигналов для решения прикладных задач в будущей профессиональной деятельности.
	И-ПК-3.3 Обладает способностью критического анализа и совершенствования разрабатываемых алгоритмов и программ	Владеть навыками: - тестирования полученного продукта, исправлять возникающие ошибки, совершенствовать и оптимизировать разрабатываемый продукт

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Вводная лекция. Обзор литературы. Основные понятия цифровой обработки сигналов	6	1						
2	Ортогональные функции. Пространства $L^1(\mathbb{R})$, $L^2(\mathbb{R})$, $L^1(0;2\pi)$, $L^2(0,2\pi)$ и их свойства	6	2	6		1		5	
3	Прямое и обратное преобразование Фурье и их свойства. Непрерывно-временная свёртка и её свойства. Вычисление спектра.	6	2	6		1		5	
4	Оконные преобразования, анализ спектра. Преобразование Габора (листок в группе, книга Чуи). Принцип неопределенности	6	2	6		1		5	Контрольная работа
5	Дискретное преобразование Фурье и его свойства.	6	2	6		1		4	

	Быстрое преобразование Фурье.								
6	Пространства $RL_p(a,b)$ и их свойства. Определение рядов Фурье. Ядро Дирихле и его свойства. Ядро Фейера и его свойства. Теорема Шенона-Найквиста-Котельникова	6	2	6		1		4	
7	Теорема Римана об осцилляции. Пространства Гёльдера и Липшица. Неравенство Джексона (см. книгу Протасова). Теорема о равномерной сходимости рядов Фурье в пространствах Гёльдера. Принцип локализации.	6	2	6		1		4	
8	Признак Дини сходимости ряда Фурье в точке. Второй признак сходимости ряда Фурье в точке. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Эффект Гиббса.	6	2	6		1		5	Контрольная работа
9	Фильтры. Основные понятия, виды представления. Фильтрация. Распространенные фильтры и их применение. Спектральный анализ аудио файлов.	6	1	6		1		4	
						2	0,5	33,5	экзамен
	Итого		16	48		10	0,5	69,5	

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>
- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»
<https://www.studentlibrary.ru>

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Новиков И. Я., Протасов В. Ю., Скопина М. А. Теория всплесков. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN5922106422.html>
2. Чуи Ч. К. Введение в вейвлеты: учеб. пособие для вузов.: пер. с англ. / Ч. К. Чуи; Учебно-методическое объединение университетов - М.: Мир, 2001. - 412с.

3. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов - Москва: Техносфера, 2012. <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785948363295.html>

б) дополнительная литература

1. Блаттер К. Вейвлет анализ. Основы теории: - М: Техносфера, 2004
2. Фрейзер М. Введение в вейвлеты в свете линейной алгебры: [учеб. пособие]. / М. Фрейзер; пер с англ. Я. М. Жилейкина - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. - 487 с.
3. В. П. Дьяконов Вейвлеты. От теории к практике - Москва: СОЛОН-ПРЕСС, 2008. <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN5980031715.html>
4. Э. Столниц, Т. ДеРоуз, Д. Салезин Вейвлеты в компьютерной графике. - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002.
5. К. Блаттер Вейвлет-анализ. Основы теории. - Москва, Техносфера, 2004
6. Кравченко В. Ф., Чуриков Д. В. Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами - Москва: Техносфера, 2018. <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785948365060.html>
7. Мячин М. Л., Дунаева О. А. Введение в цифровую обработку сигналов - Ярославль, ЯрГУ, 2015
8. Оппенгейм Э., Шафер Р. Применение цифровой обработки сигналов. - М.: Мир. 1980. <https://djuv.online/file/RcExf7aDfNjrB?ysclid=ln1vnremwt999775932>
9. Афанасьев А. А., Рыболовлев А. А., Рыжков А. П. Цифровая обработка сигналов: учебное пособие для вузов - Москва: Горячая линия - Телеком, 2019. <https://www.studentlibrary.ru/ru/book/ISBN9785991206112.html>
10. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор(ы) :

Старший преподаватель
кафедры дифференциальных уравнений

Преображенский И.Е.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Цифровая обработка сигналов»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,
используемые в процессе текущей аттестации**

Список заданий прилагается отдельным файлом.

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

1. Ортогональные функции. Пространства $L^1(\mathbb{R})$, $L^2(\mathbb{R})$, $L^1(0; 2\pi)$, $L^2(0, 2\pi)$ и их свойства
2. Прямое и обратное преобразование Фурье и их свойства.
3. Непрерывно-временная свёртка и её свойства. Вычисление спектра.
4. Оконные преобразования, анализ спектра.
5. Преобразование Габора (листок в группе, книга Чуи). Принцип неопределенности
6. Дискретное преобразование Фурье и его свойства.
7. Быстрое преобразование Фурье.
8. Пространства $RL_p(a, b)$ и их свойства.
9. Определение рядов Фурье.
10. Ядро Дирихле и его свойства. Ядро Фейера и его свойства. Теорема Шенона-Найквиста-Котельникова
11. Теорема Римана об осцилляции.
12. Пространства Гёльдера и Липшица. Неравенство Джексона (см. книгу Протасова). Теорема о равномерной сходимости рядов Фурье в пространствах Гёльдера.
13. Принцип локализации.
14. Признак Дини сходимости ряда Фурье в точке.
15. Второй признак сходимости ряда Фурье в точке.
16. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье.
17. Эффект Гиббса.
18. Фильтры. Основные понятия, виды представления.
19. Фильтрация. Распространенные фильтры и их применение.
20. Спектральный анализ аудио файлов.

Примерные практические задания:

1. Докажите, что

$$D_n(t) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \cos k(x-t) \right) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\sin \left(n + \frac{1}{2} \right) t}{\sin \frac{t}{2}}.$$

2. Суммой Фейера называется среднее арифметическое частичных сумм ряда Фурье:

$$\sigma_n(x) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n S_k(x).$$

Докажите, что

$$\sigma_n(x) = \int_{-\pi}^{\pi} f(x+t) \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n D_k(t) dt.$$

3. Выражение

$$\Phi_n(t) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n D_k(t)$$

называется *ядром Фейера*. Докажите, что

$$\int_{-\pi}^{\pi} D_n(t) dt = \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_n(t) dt = 1.$$

4. Докажите, что

$$\Phi_n(t) = \frac{1}{2\pi(n+1)} \frac{\sin^2 \left(\frac{n+1}{2} t \right)}{\sin^2 \frac{t}{2}}.$$

5. Докажите, что если $S_n(x) \rightarrow f(x)$, то $\sigma_n(x) \rightarrow f(x)$ при $n \rightarrow +\infty$.
 6. Найдите преобразование Фурье для функции $f(t) = \chi_{[-1/2; 1/2]}$. Пусть $V_0 = \{f : \text{supp } \hat{f} \subset [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]\}$.
 7. Докажите, что система функций $\{\varphi(t-k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$, где $\varphi(t) = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$, является ортонормированным базисом в V_0 .
 8. Для любой функции $f \in V_0$ докажите что

$$f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} f(k) \varphi(t-k),$$

где $\varphi = \frac{\sin \pi t}{\pi t}$.

9. Постановка задачи сжатия в пространстве $L^2[0; 1]$. Базис Хаара, ортонормированность базисных функций. Разложите по базису массив $[2, 4, 4, 6, 12, 20, 32, 20]$.
 10. Пусть $z = (1, i, 2, i)$ и $w = (2, i, 3, 1)$. Найдите $z * w$.
 11. Преобразование Фурье функций из $L^1(\mathbb{R})$ и его свойства. Пусть для функции $g \in L^1(\mathbb{R})$ известно её преобразование Фурье \hat{g} . Пусть $f(t) = g(t/5)$. Найдите \hat{f} .
 12. Найдите матрицу перехода W_2 для преобразования Фурье. Пусть $z = (1, 2)$. Найти \hat{z} .

3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;

- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

3.2 Описание процедуры выставления оценки

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Цифровая обработка сигналов»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» являются лекции. Это связано с тем, что в основе численных методов лежит серьезный математический аппарат, требующий детального разбора. По большинству тем предусмотрены практические занятия, преимущественно в форме лабораторных работ, на которых студенты реализуют на ЭВМ основные численные методы, изучаемые в курсе.

В конце семестра студенты сдают экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Цифровая обработка сигналов» самостоятельно студенту затруднительно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.