

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Теория игр и исследование операций**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 21.04.2025, протокол № 10

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины является овладение студентами основных навыков, понятий, утверждений и методов, используемых при моделировании процесса выработки эффективных решений, независимо от интерпретации в рамках конкретной задачи.

Практические занятия проводятся в учебных группах и имеют целью закрепление теоретических основ дисциплины.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Она опирается на материал курсов математического анализа, дискретной математики, линейного программирования, теории вероятностей. Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины, используются при написании студентами-магистрантами выпускных работ.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-2</b> Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>И-ПК-2.1</b> Обладает устойчивыми знаниями в области основных математических дисциплин, их аппарата и результатов	<b>Знать:</b> - основные понятия теории игр, возможные сферы их приложений. <b>Уметь:</b> - пользоваться результатами и методами теории игр в прикладных задачах. <b>Владеть:</b> - методами решения задач.
	<b>И-ПК-2.2</b> Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	<b>Уметь:</b> - анализировать современную литературу в области теории игр и применять новые исследования в учебной деятельности
<b>ПК-3</b> Способен к разработке и применению алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программного обеспечения	<b>И-ПК-3.3</b> Обладает способностью критического анализа и совершенствования разрабатываемых алгоритмов и программ	<b>Уметь:</b> - применять критический анализ при исследовании операций, используя алгоритмы и программные продукты

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Основные понятия и определения. Постановки задач линейного программирования (ЗЛП) и способы их решения.	6	3	3	3	1		3	
2	Матричные игры. Цена игры. Чистые, смешанные, доминирующие стратегии. Сведение к ЗЛП.	6	3	4	3	2		3	
3	Игры с природой. Критерии оптимальности. Биматричные игры. Оптимальные ситуации по Нэшу и по Парето. Кооперативные игры.	6	4	3	4	1		3	Лабораторная работа №1
4	Основные задачи и алгоритмы на графах. Связь с позиционными играми.	6	3	3	3	1		3	
5	Понятие трудоемкости алгоритма. Понятие об NP-полноте. Примеры NP-полных задач.	6	3	3	3	1		3	Лабораторная работа №2
							0,3	2,7	зачет
	ВСЕГО		16	16	16	6	0,3	17,7	

#### 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

**Лабораторная работа** – организация учебной работы с реальными материальными и информационными объектами, экспериментальная работа с аналоговыми моделями реальных объектов.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» [http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Электронно-библиотечная система «Консультант Студента»: <https://www.studentlibrary.ru/>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература:**

1. Горлач Б.А. Исследование операций. СПб, Лань, 2022. <https://reader.lanbook.com/book/211085#1>
2. Шиловская Н. А. Теория игр: учебник и практикум для вузов — Москва: Издательство Юрайт, 2023. <https://urait.ru/viewer/teoriya-igr-512353>
3. Гадельшина, Г. А. Введение в теорию игр : учебное пособие / Г. А. Гадельшина, А. Е. Упшинская, И. С. Владимирова. - Казань : Издательство КНИТУ, 2014. - 112 с. - ISBN 978-5-7882-1709-3. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788217093.html>

**б) дополнительная литература:**

1. Короткин А. А., Фокин В. Г. Модели и алгоритмы исследования операций: учеб. пособие - Ярославль, ЯрГУ, 2006. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20060286.pdf>
2. Короткин А. А., Бестужева Л. П. Дополнительные главы по курсу Теория игр и исследование операций - Ярославль: ЯрГУ, 2007. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20070293.pdf>
3. Петросян Л.А. и др. Теория игр: учебное пособие для университетов по специальности "Математика". - М.: Высшая школа, 1998.
4. Оуэн Г. Теория игр. – М.: Мир, 1971.
5. Дурнев В.Г., Башкин М.А., Якимова О.П. Элементы дискретной математики. В 2-х частях - Ярославль: ЯрГУ, 2007.  
Часть 1: <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20070295.pdf>  
Часть 2: <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20070280.pdf>

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

**Автор(ы) :**

доцент кафедры математического анализа,  
кандидат физ.-мат. наук

Глазков Д. В.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Теория игр и исследование операций»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Программа №1 (Лабораторная работа 1). Пример задачи.**

Создать приложение, которое реализует решение матричной игры с заданной матрицей в смешанных стратегиях.

**Программа №2 (Лабораторная работа 2). Пример задачи.**

Создать приложение, которое реализует алгоритм Диница-Карзанова нахождения максимального потока в сети.

**2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

Зачет по итогам текущей аттестации (л.р.) или в результате беседы по темам 1-24:

1. Базовые понятия и определения. Основные типы задач, решаемые методами теории игр. Возможные подходы к их классификации.
2. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Основные понятия.
3. Свойства решения ЗЛП. Метод перебора. Геометрическая интерпретация решения ЗЛП.
4. Прямая и двойственная ЗЛП. Теоремы двойственности.
5. Матричные игры. Формальная постановка задачи.
6. Цена игры. Седловая точка. Чистые и смешанные стратегии. Теорема Неймана.
7. Сведение матричной игры к ЗЛП. Доминирующие стратегии.
8. Графоаналитический метод решения для игр  $2 \times N$  и  $N \times 2$ .
9. Итерационный метод Брауна-Робинсон.
10. Игры с природой. Формальная постановка задачи.
11. Критерии оптимальности: Вальда, «оптимиста», Гурвица, Лапласа, Сэвиджа.
12. Критерии оптимальности: математического ожидания, минимального ожидаемого сожаления, Ходжа-Лемана (для выигрышей; для рисков), Гермейера-Гурвица.
13. Бескоалиционные игры. Биматричные игры. Основные понятия. Ситуация равновесия по Нэшу.
14. Оптимальное поведение по Парето. Смешанная ситуация равновесия по Нэшу. Результаты для биматричных игр  $2 \times 2$ .
15. Кооперативные игры. Формальная постановка задачи. Основные понятия.
16. Вектор Шепли кооперативной игры и его свойства.
17. Сердцевина кооперативной игры (N-ядро) и ее свойства.
18. Графы. Основные понятия и определения. Матричные характеристики графов.
19. Постановка задачи о кратчайших путях в графе. Алгоритмы Дейкстры и Флойда.
20. Задача о минимальном остовном дереве. Алгоритм Прима. Постановка задачи Штейнера.
21. Алгоритм Краскала и его особенности. Алгоритм Тарьяна для планарных графов.

22. Постановка задачи о максимальном потоке (ЗМП). Теорема Форда-Фалкерсона.
23. Основные идеи алгоритма Форда-Фалкерсона и Диница-Карзанова.
24. Постановка задачи о минимальной раскраске, о клике, задачи коммивояжера.

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объёме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

**Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;

- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.



## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теория игр и исследование операций»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Форма изложения материала – лекции и практические занятия. Для лучшего понимания теории необходимо решение задач, в том числе самостоятельное для закрепления полученных навыков.

Рекомендуется проведение в течение семестра лабораторных работ для понимания степени усвоения дисциплины студентами. По ее итогам проводится разбор наиболее типичных ошибок и при необходимости повторение наиболее трудного материала. Также возможно поощрение отличившихся студентов некоторыми послаблениями на зачете на усмотрение преподавателя.