

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра дискретного анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ИВТ

 Д.Ю. Чалый

« 24 » мая 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины**

«Комплексный анализ»

**Направление подготовки**

01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Направленность (профиль)**

«Программирование и технологии искусственного интеллекта»

**Квалификация выпускника**

Бакалавр

**Форма обучения**

очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 17 марта 2022 г.,  
протокол № 7

Программа одобрена НМК  
факультета ИВТ  
протокол № 6 от  
18 апреля 2022 г.

Ярославль

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Комплексный анализ» является расширение содержания понятий, связанных с функциями, формирование представления о теории аналитических функций. Дисциплина «Комплексный анализ» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с ФГОС ВО, содействует формированию мировоззрения и развитию способности понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат. Кроме того, дисциплина должна обеспечивать развитие логического, эвристического и алгоритмического мышления и давать представление о месте и роли математики в современном мире, мировой культуре и истории.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части ОП бакалавриата.

Основу курса составляют понятие о комплексном числе, теория функций комплексного переменного, теория вычетов, разложения аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана, контурное интегрирование. Поэтому «Комплексный анализ» даст возможность обучающемуся на практике применять методы ТФКП, понимать и применять математические методы, основанные на теории аналитических функций. «Комплексный анализ» необходим при изучении дисциплины «Физика» математического и естественно-научного цикла, дисциплин базовой части профессионального цикла: «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Численные методы», «Концепции современного естествознания», дисциплин по выбору профессионального цикла, таких как «Цифровая обработка сигналов», «Теория информации и кодирование».

Студент второго курса, приступая к изучению комплексного анализа, должен иметь вполне определенную базовую подготовку по курсу математического анализа за три семестра. Вместе с тем такие личностные характеристики как общая образованность, организованность и трудолюбие, самостоятельность, настойчивость в достижении цели необходимы при освоении дисциплины.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
ОПК – 1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК – 1.1 Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по дисциплине ОПК – 1.2 Демонстрирует навыки решения типовых задач, выполнения стандартных действий ОПК – 1.3 Демонстрирует навыки использования основных понятий,	<b>Знать:</b> понятие комплексного числа, модуль и аргумент, главное значение аргумента, сумма, произведение, частное комплексных чисел, степень; различные формы записи комплексного числа: показательная, алгебраическая, тригонометрическая; понятие функции комплексного

	<p>концепций, фактов, принципов математики и естественных наук для решения практических задач</p>	<p>переменного, действительная, мнимая части; предел функции в точке, непрерывность, производная, условия Коши-Римана, аналитическая функция, гармоническая функция, геометрический смысл модуля и аргумента производной, конформное отображение; основные элементарные функции комплексного переменного и их свойства; понятие интеграла по комплексной переменной, свойства интеграла, интегральная теорема Коши, интегральная формула Коши; степенные ряды, ряды Тейлора, ряды Лорана; особые точки, понятие вычета.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>изображать на плоскости комплексные числа, строить сумму, разность комплексных чисел; переводить комплексное число из алгебраической формы в тригонометрическую и показательную и наоборот; находить действительную и мнимую часть функции, проверять выполнение условий Коши-Римана, восстанавливать действительную (мнимую) часть по мнимой (действительной) части, вычислять производную в точке; находить значение интеграла по контуру; уметь применять теорему Коши и формулу Коши; представить аналитическую в соответствующей области функцию рядом Тейлора и Лорана; находить особые точки и вычислять вычеты функций и применять их для вычисления контурных и несобственных интегралов.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>навыками решения практических задач теории функций комплексного переменного.</p>
--	---	---

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зач.ед., 180акад.час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа							
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа		
1.	Комплексные числа. Предел последовательности комплексных чисел.	4	4	4				3		
2.	Функции комплексной переменной, непрерывность, дифференцируемость, аналитичность	4	4	8		2		4	контрольная работа по теме «Комплексные числа. Элементарные функции»	
3.	Интеграл по комплексной переменной. Интеграл Коши.	4	4	12		2		3	контрольная работа по теме «Интеграл. Формула Коши»	
4	Ряды аналитических функций	4	6	14		2		3		
5	Аналитическое продолжение, элементарной функции комплексной переменной.	4	2	2				3		
6	Ряд Лорана и изолированные особые точки	4	6	14		2		3		
7	Теория вычетов и ее приложения	4	6	10		1		3	контрольная работа по теме по теме «Ряды Тейлора. Ряды Лорана. Теория вычетов»	
8	Конформные отображения	4	4	8		2		3		
	Всего за 4 семестр		36	72		11		25	Экзамен	
	Всего		36	72		11		25		

## **Содержание разделов дисциплины:**

### **Раздел 1. Комплексные числа. Предел последовательности комплексных чисел.**

Комплексные числа, действия с ними, извлечение корней. Последовательности комплексных чисел, сходимость. Теоремы о сходящихся последовательностях.

### **Раздел 2. Функции комплексного переменного. Непрерывность. Дифференцируемость.**

Функции комплексного переменного, примеры. Предел в точке. Непрерывность. Дифференцируемость в точке. Условия Коши - Римана. Достаточные условия дифференцируемости в точке. Аналитическая функция. Необходимое и достаточное условие аналитичности. Основные свойства аналитических функций. Модуль и аргумент производной. Понятие конформного отображения.

### **Раздел 3. Интеграл по комплексной переменной. Интеграл Коши.**

Интеграл по комплексной переменной. Свойства. Вычисление. Теорема Коши. Интеграл с переменным верхним пределом, Свойства. Интегральная теорема Коши.

Принцип максимума модуля аналитической функции. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Интегральное представление производных. Теорема Морера. Теорема Лиувилля.

### **Раздел 4. Ряды аналитических функций**

Числовые ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Основные утверждения. Теорема Вейерштрасса о рядах аналитических функций. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и круг сходимости. Формула Коши - Адамара. Ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Нули аналитической функции, кратность. Теорема единственности аналитической функции.

### **Раздел 5. Аналитическое продолжение. Элементарной функции комплексной переменной.**

Понятие аналитического продолжения. Варианты. Продолжение соотношений. Свойства элементарной функции. Правильные и особые точки. Теорема о существовании особой точки на границе круга сходимости. Риманова поверхность, полная аналитическая функция.

### **Раздел 6. Ряд Лорана и изолированные особые точки**

Ряд Лорана. Сходимость. Теорема Лорана. Изолированные особые точки. Классификация. Теорема о поведении аналитической функции в окрестности изолированной особой точки. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса.

### **Раздел 7. Теория вычетов и ее приложения**

Вычет. Определение и вычисление. Основная теорема теории вычетов. Основная теорема теории вычетов. Вычисление интеграла с помощью вычетов. Лемма Жордана.

Логарифмический вычет. Теорема о нулях и полюсах. Принцип аргумента. Теорема Руше. Применение.

### **Раздел 8. Конформные отображения**

Конформные отображения. Примеры. Основные принципы конформных отображений, взаимно-однозначное соответствие, существование, соответствие границ. Дробно-линейная функция, свойства. Построение конформных отображений для заданных областей..

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Формы преподавания комплексного анализа, который завершает курс математического анализа, достаточно традиционны.

Это *лекции и практические занятия*. Практические занятия, в зависимости от цели, подразделяются на занятия, на которых изучается новый материал, занятия закрепления материала, повторения пройденного за некоторый промежуток времени, контрольные занятия.

По темам, имеющим фундаментальный характер, проводятся занятия коррекции.

*Групповые консультации* проводятся перед контрольными мероприятиями (контрольные работы, зачетные работы, экзамены) для большой группы студентов с целью систематизации знаний и устранению имеющихся сложностей с пониманием материала общего характера.

*Индивидуальные консультации* проводятся регулярно для желающих с целью устранения имеющихся у студентов проблем с материалом частного характера.

*Самостоятельная работа* реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3. В библиотеке, дома, и т.д. при выполнении студентом учебных задач.

Перенос активности студентов на работу во внеаудиторное время связан с рядом трудностей, основная из которых - это неготовность к самостоятельному труду большинства студентов, особенно младших курсов. Поэтому на практических занятиях по комплексному анализу преподаватель старается приучить студента работать самостоятельно, отводя для этого около половины времени на самостоятельное решение задач.

Поэтому достижения студентов в течение семестра учитываются при подведении итогов.

На Google Диск для группы студентов мы создаем таблицу в формате Excel, в которой ведется учет по контрольным мероприятиям каждой темы (контрольная работа, опросы по теории и т.д.). Определенная сумма баллов за семестр дает право сдавать экзамен (допуск к экзамену). Сумма баллов, полученных студентом на экзамене, добавляется к семестровой сумме, и делается перевод в обычную пятибалльную шкалу оценок. Таким образом, экзаменационная отметка во многом определяется оценками, полученными студентом в течение семестра. Это заставляет студента работать в течение всего семестра. Выполнение заданий, связанных с простым воспроизведением лекционного материала + работа в семестре, позволяющая перейти пороговый рубеж усвоения, дает возможность получения удовлетворительной оценки. Решение усложненных задач на основе приобретенных знаний, умений и навыков с их применением в нетипичных ситуациях, позволяет студенту получить хорошую или отличную оценку.

Экзамен проводится в письменной форме, способствующей выставлению более объективной отметке по сравнению с устной формой.

Для каждой академической группы составляется комплект вопросов, равномерно покрывающих весь материал курса. Примерные комплекты вопросов приведены в приложении.

Описанная система оценивания обладает очевидными достоинствами. Все студенты поставлены в одинаковые условия, причем на экзамене им предлагается большое число одних и тех же для данной группы вопросов. Это позволяет адекватно

оценить уровень подготовки каждого студента, и объективность оценки знаний каждого студента не подвергается сомнению.

**6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются: для разработки документов, презентаций, для работы с электронными таблицами

OfficeStd 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232

LibreOffice (свободное)

издательская система LaTeX;

для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next")

**7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

а) основная:

Невский, М. В., Элементы теории функций комплексного переменного [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов, обучающихся по специальности Компьютерная безопасность / М. В. Невский; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2014, 105с <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20140203.pdf>

Климов, В. С., Основы комплексного анализа [Электронный ресурс] : учеб. пособие для вузов / В. С. Климов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 95с

<http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20100230.pdf>

Ануфриенко, М. В., Методические указания по практическому курсу "Теория функций комплексного переменного" [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / М. В. Ануфриенко, Ю. В. Богомолов, Г. В. Шабаршина ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2019, 55с

Ануфриенко, М. В., Методические указания по практическому курсу "Теория функций комплексного переменного": учебно-методическое пособие / М. В. Ануфриенко, Ю. В. Богомолов, Г. В. Шабаршина; Яросл. гос. ун-т. Ч. 2 [Электронный ресурс], Ярославль, ЯрГУ, 2020, 75с

Пантелеев, А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67463>.

Привалов, И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Электронный ресурс] : учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2009. — 432 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/322>.

б) дополнительная:

Свешников, А. Г., Теория функций комплексной переменной : учебник для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. - 6-е изд., стереотип., М., Физматлит, 2010, 335с

Сидоров, Ю. В., Лекции по теории функций комплексного переменного : учеб. пособие для студентов вузов / Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин, М., Наука, 1976, 407с

Краснов, М. Л., Функции комплексного переменного : операционное исчисление. Теория устойчивости : учеб. пособие для вузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко, М., Наука, 1971, 255с

Леонтьева, Т. А., Задачи по теории функций комплексного переменного : учеб. пособие / Т. А. Леонтьева, В. С. Панферов, В. С. Серов, М., , 1991, 255с

Зафиевская, Л. А., Ряды и интегралы в комплексной плоскости : метод. указания / Л. А. Зафиевская, Г. В. Шабаршина ; Яросл. гос. ун-т. Ч. 2, Ярославль, ЯрГУ, 2004, 18с

Волковвыский, Л. И., Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учеб. пособие для вузов / Л. И. Волковвыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - 3-е изд., стереотип., М., Наука, 1975, 319с.

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).
2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)).
3. Электронно-библиотечная система «Юрайт»(<https://urait.ru/>).
4. Электронно-библиотечная система «Лань»(<https://e.lanbook.com/>).

## **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

-учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);

- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,

- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;

-помещения для самостоятельной работы;

-помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, хранящиеся на электронных носителях и обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочим программам дисциплин.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

**Автор(ы) :**

**Авторы:**

Зав. кафедрой

дискретного анализа, д.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ В.А. Бондаренко

Доцент кафедры

дискретного анализа, к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ Г.В. Шабаршина



**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Комплексный анализ»  
Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации**

**Вариант контрольной работы по теме «Комплексные числа. Элементарные функции»**

**(Проверка ПК-2)**

	ОТВЕТЫ
1. Найти все значения корня $\sqrt[6]{4-4i}$ .	$z_k = \sqrt[3]{2} \left( \cos\left(\frac{-\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}\right) + i \sin\left(\frac{-\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}\right) \right)$
2. Вычислить $(1+i\sqrt{3})^{13}$ .	$z_k = 2^{13} i$
3. Выяснить геометрический смысл соотношения $Re(z^2) > 0$ .	$ x  >  y $
4. Доказать тождество $ z_1+z_2 ^2 +  z_1-z_2 ^2 = 2( z_1 ^2 +  z_2 ^2)$ .	
5. Решить уравнение: $\sin z + \cos z = 2$ .	$z = \frac{\pi}{4} + 2\pi k - i \ln(\sqrt{2} \pm 1)$
6. Для отображения $w = z + z^{-1}$ найти образ окружностей $ z  = R$ .	Семейство эллипсов и отрезок
7. Определить, может ли функция $u(x, y) = x^2 - y^2 + 5x + y - \frac{y}{x^2 + y^2}$ быть действительной частью аналитической функции $f(x+iy)$ . Если может, то найти функцию $f$ .	$f(z) = z^2 + (5-i)z - \frac{i}{z} + ci$
8. Найти линейную функцию, отображающую отрезок $[A(1,0); B(0,1)]$ на отрезок $[O(0,0); C(2,0)]$ .	$f(z) = (1+i)(1-z)$

**Критерии оценивания**

Оценка	Критерии
Отлично	Знает и умеет правильно употреблять термины, связанные с понятием комплексного числа; умеет представлять комплексное число в алгебраической, геометрической, тригонометрической и показательной формах; знает и умеет правильно переходить от одной формы записи к другой форме;

	<p>умеет выполнять арифметические операции над комплексными числами;</p> <p>умеет возводить в степень комплексное число и извлекать из него корень;</p> <p>знает понятие функции комплексного переменного и её связь с действительными функциями, обратные тригонометрические функции; знает элементарные функции комплексного переменного: степенную функцию, дробно-рациональную функцию, тригонометрические, гиперболические, логарифмические функции;</p> <p>умеет выполнять действия с функциями комплексного переменного;</p> <p>умеет понимать смысл условий задач; знает необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке (условий Коши-Римана); умеет находить аналитическую функцию по заданной действительной (или мнимой) части.</p> <p>.</p> <p>.</p>
Хорошо	<p>Знает и умеет верно, возможно с небольшими неточностями, употреблять термины, связанные с понятием комплексного числа;</p> <p>умеет понимать смысл условий задач;</p> <p>умеет представлять комплексное число в алгебраической, геометрической, тригонометрической и показательной формах;</p> <p>знает и умеет правильно переходить от одной формы записи к другой форме;</p> <p>умеет выполнять арифметические операции над комплексными числами;</p> <p>умеет возводить в степень комплексное число и извлекать из него корень;</p> <p>знает понятие функции комплексного переменного и её связь с действительными функциями, обратные тригонометрические функции;</p> <p>знает элементарные функции комплексного переменного: степенную функцию, дробно-рациональную функцию, тригонометрические, гиперболические, логарифмические функции;</p> <p>умеет выполнять действия с функциями комплексного переменного, возможно с небольшими ошибками; знает необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке (условий Коши-Римана); умеет с небольшими ошибками находить аналитическую функцию по заданной действительной (или мнимой) части.</p> <p>.</p>
Удовлетворительно	<p>Задания по представлению комплексного числа в алгебраической, геометрической, тригонометрической и показательной формах и переходу от одной формы записи к другой форме выполнены более чем наполовину; умение выполнять арифметические операции над комплексными числами удовлетворительное; при возведении в степень и извлечении корня продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Возможны серьезные ошибки при выполнении действий с функциями комплексного переменного. Проявлены низкие способности</p>

	применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. Умеет записать условия Коши-Римана; имеет представление о нахождении аналитической функции по заданной действительной (или мнимой) части.
Неудовлетворительно	Не знает или плохо знает представление комплексного числа в алгебраической, геометрической, тригонометрической и показательной формах и переход от одной формы записи к другой форме. Не может выполнять арифметические операции над комплексными числами. Не может выполнять действия с функциями комплексного переменного. Не умеет понимать смысл условий задач.

**Вариант контрольной работы по теме «Интеграл. Формула Коши»  
(Проверка ПК-2)**

	ответы
<p>1. Вычислить интегралы:</p> $\int_C (z^2 + z \bar{z}) dz$ <p>1) <math>\int_C</math>, где <math>C:  z-1 =1, 0 &lt; \arg z &lt; \pi</math>,</p> <p>2) <math>\int_C i i</math>, где <math>C</math> – ломаная <math>ABC</math> (<math>A(0,0)</math>; <math>B(1,1)</math>; <math>C(1,0)</math>). Начало пути – в точке <math>A</math>.</p>	<p>1) <math>-8/3</math> 2) <math>-2</math></p>
2. Вычислить интегралы, используя интегральную теорему Коши:	
<p>3) <math>\int_{ z-2 =3} \frac{e^{z^2}}{z^2-6z} dz</math>;</p> <p>4) <math>\int_{ z =2} \frac{chiz}{z^2+4z+3} dz</math>;</p> <p>1.</p> <p>5) <math>\int_{ z-1 =1} \frac{\sin \pi z}{(z i i 2-1)^2} dz i</math>;</p>	<p>3) <math>-\pi i/3</math> 4) <math>\pi i \cos 1</math> 5) <math>-\pi^2 i/2</math></p>

**Критерии оценивания**

Оценка	Критерии
Отлично	Умеет правильно вычислять контурные интегралы от функции комплексного переменного. Знает и умеет использовать основную теорему Коши и интегральную формулу Коши.
Хорошо	Умеет вычислять контурные интегралы от функции комплексного

	переменного, допускает арифметические ошибки. Знает и умеет использовать основную теорему Коши и интегральную формулу Коши, возможно с небольшими ошибками.
Удовлетворительно	Задания выполнены более чем наполовину; продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Возможны серьезные ошибки при вычислении контурных интегралов от функции комплексного переменного; в заданиях на использование основной теоремы Коши и интегральной формулы Коши. Проявлены в целом низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
Неудовлетворительно	Не знает или плохо знает основную теорему Коши и интегральную формулу Коши. Не может выполнять задания по вычислению контурных интегралов от функции комплексного переменного

**Вариант контрольной работы по теме «Ряды Тейлора. Ряды Лорана. Теория вычетов»**

**(Проверка ПК-2)**

	Ответы
1. Разложить в ряд Тейлора по степеням $z$ функцию $f(z) = \frac{z+1}{z^2+4z-5}$ и найти радиус сходимости полученного разложения.	$\frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-1+2\frac{(-1)^n}{5^{n+1}}\right) z^n$ ; $R=1$
2. Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{z^2-54z+6}$ в ряд Лорана по степеням $z$ в кольце $2 <  z  < 3$ .	$-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{3^{n+1}} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{z^{n+1}}$
3. Найти конечные особые точки функций и выяснить их характер: a) $\frac{6 \sin z - 6z + z^3}{z^5}$ ; b) $(z+5) \cos \frac{1}{z^2}$ c) $f(z) = \frac{\sin z}{z^5 + 2z^4 + z^3}$	a) $z=0$ – полюс, $z=\infty$ существенно особая  b) $z=0$ существенно особая  c) $z=0$ и $z=-1$ – полюсы второго порядка,
5. Вычислить $\operatorname{res}_{z=1}$	$\sin 1$
6. Вычислить $\int_C \frac{e^{z^2}}{z^3 - iz^2} dz$ , где $C$ – контур $ z =3$ , пробегаемый против часовой стрелки.	$2\left(1 - \frac{1}{e}\right) \pi i$
7. Вычислить $\int_C \frac{dz}{(z-1)^3(z+2)}$ , где $C$ – контур $ z =3$ , пробегаемый против часовой стрелки.	0

## Критерии оценивания

Оценка	Критерии
Отлично	<p>Знает и умеет правильно употреблять термины, связанные со знанием определения рядов Тейлора и Лорана в комплексной плоскости;</p> <p>умеет классифицировать особые точки с помощью ряда Лорана;</p> <p>имеет навыки разложения функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки;</p> <p>знает определение вычета функции относительно изолированной особой точки;</p> <p>имеет навыки нахождения вычетов функции:</p> <p>знает основную теорему Коши о вычетах;</p> <p>умеет применять основную теорему Коши о вычетах к вычислению интегралов;</p> <p>умеет понимать смысл условий задач.</p>
Хорошо	<p>Знает и умеет верно, возможно с небольшими неточностями, употреблять термины, связанные знанием определения рядов Тейлора и Лорана в комплексной плоскости;</p> <p>умеет классифицировать особые точки с помощью ряда Лорана;</p> <p>имеет навыки разложения функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки;</p> <p>знает определение вычета функции относительно изолированной особой точки;</p> <p>имеет навыки нахождения вычетов функции:</p> <p>знает основную теорему Коши о вычетах;</p> <p>умеет применять основную теорему Коши о вычетах к вычислению интегралов.</p> <p>В решении могут быть небольшие ошибки.</p>
Удовлетворительно	<p>Задания по классификации особых точек с помощью ряда Лорана, разложению функции в ряд Лорана в окрестности изолированной особой точки, нахождению вычетов функции: вычислению интегралов выполнены более, чем наполовину.</p> <p>Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Возможны серьезные ошибки при выполнении заданий. Проявленные знания и умения при выполнении конкретных заданий соответствуют пороговому уровню.</p>
Неудовлетворительно	<p>Некоторые практические навыки работы не сформированы или сформированы на низком уровне, не выполнены предусмотренные программой обучения учебные задания: не умеет разложить функцию в степенной ряд, не умеет вычислить вычеты, а следовательно, и интегралы в стандартных случаях. Качество выполнения заданий оценено числом баллов, близким к минимальному.</p>

### Вопросы для подготовки к экзамену (2 курс, 4семестр)

1 Комплексные числа, действия над ними. Алгебраическая, геометрическая,

- тригонометрическая, показательная интерпретация. Модуль и аргумент. Возведение в степень и извлечение корней. Стереографическое проектирование.
- 2 Последовательности комплексных чисел, сходимость. Теоремы о сходящихся последовательностях.
  - 3 Множества на комплексной плоскости. Кривые, контуры. Области односвязные и многосвязные. Примеры.
  - 4 Функции комплексного переменного, примеры. Предел в точке. Непрерывность.
  - 5 Дифференцируемость в точке. Условия Коши-Римана. Достаточные условия дифференцируемости в точке. Аналитическая функция. Теорема – необходимое и достаточное условие аналитичности. Примеры.
  - 6 Основные свойства аналитических функций. Модуль и аргумент производной. Понятие конформного отображения.
  - 7 Интеграл по комплексной переменной. Свойства. Вычисление.
  - 8 Теорема Коши.
  - 9 Интеграл с переменным верхним пределом, свойства. Пример – логарифм.
  - 10 Интегральная формула Коши.
  - 11 Принцип максимума модуля аналитической функции.
  - 12 Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Интегральное представление производных.
  - 13 Теорема Морера. Теорема Лиувилля.
  - 14 Числовые ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Основные утверждения.
  - 15 Теорема Вейерштрасса о рядах аналитических функций.
  - 16 Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и круг сходимости. Формула Коши-Адамара. Ряд Тейлора.
  - 17 Теорема Тейлора.
  - 18 Нули аналитической функции, кратность. Теорема единственности аналитической функции.
  - 19 Понятие аналитического продолжения. Варианты. Продолжение соотношений. Свойства элементарных функций.
  - 20 Риманова поверхность аналитической функции. Полная аналитическая функция. Примеры: корень и логарифм.
  - 21 Правильные и особые точки. Теорема о существовании особой точки на границе круга сходимости.
  - 22 Ряд Лорана, сходимость. Теорема Лорана.
  - 23 Изолированные особые точки. Классификация. Теоремы о поведении аналитической функции в окрестности изолированной особой точки.
  - 24 Вычет. Определение и вычисление. Основная теорема теории вычетов.
  - 25 Вычисление интегралов с помощью вычетов. Лемма Жордана.
  - 26 Логарифмический вычет. Теорема о нулях и полюсах. Принцип аргумента.
  - 27 Теорема Руше. Основная теорема высшей алгебры.
  - 28 Конформное отображение. Примеры конформных отображений областей элементарными функциями.
  - 29 Основные принципы теории конформных отображений: взаимно однозначного соответствия, существования (теоремы Римана), соответствия границ.
  - 30 Дробно-линейная функция, свойства. Функция Жуковского. Построение конформных отображений для заданных областей.

**Тесты для самопроверки при подготовке к экзамену.**

**Проверка сформированности компетенции ПК-2**

1. Укажите сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел  $z_1 = -1 + 2i$  и  $z_2 = -3 - 4i$

1)  $-4 - 2i$ ;  $2 + 6i$ ;  $12 - 2i$ ;  $\frac{1}{5} - \frac{2i}{5}$

2)  $-4 - 2i$ ;  $2 + 6i$ ;  $11 - 2i$ ;  $\frac{-1}{5} - \frac{2i}{5}$

3)  $-4 - 2i$ ;  $2 + 6i$ ;  $12 + 2i$ ;  $\frac{1}{5} + \frac{2i}{5}$

4)  $-4 - 2i$ ;  $2 + 6i$ ;  $11 + 2i$ ;  $\frac{-1}{5} + \frac{2i}{5}$

2. Укажите соответствие между областями и их геометрическими интерпретациями

1)  $-1 < \operatorname{Re} z < 1$

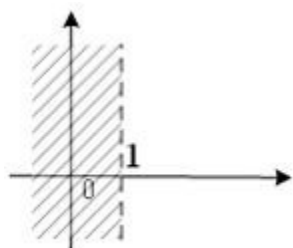
2)  $\operatorname{Re} z > 1$

3)  $\operatorname{Im} z > 1$

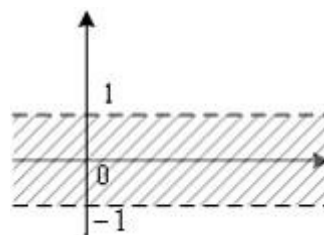
4)  $\operatorname{Re} z < 1$

Варианты ответов:

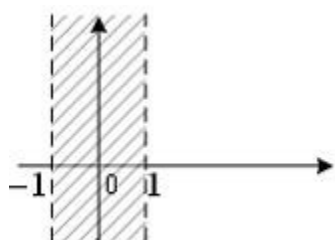
a) A



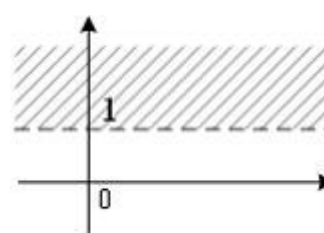
b) B



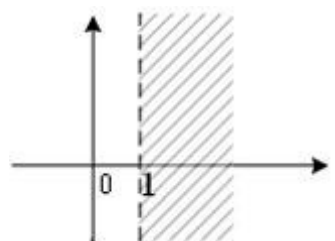
c) C



d) D



e) E



3. Является ли точка  $z = \infty$  особой точкой для функции  $\frac{\sin \sqrt{z}}{\sqrt{z}}$  и какого типа?

1) существенно особая точка

2) устранимая особая точка

3) полюс

4) не является особой точкой

4. Какими формулами определяются коэффициенты Лорана функции  $f(z)$ , аналитической в кольце  $\{z: r < |z-a| < R\}$  ?

- 1)  $c_n = \int_{|z-a|=\rho} \frac{f(t)dt}{(t-a)^{n+1}}, \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \forall \rho \in (r, R)$
- 2)  $c_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=\rho} \frac{f(t)dt}{(t-a)^n}, \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \forall \rho \in (r, R)$
- 3)  $c_n = \frac{1}{n!}, \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \forall \rho \in (r, R)$
- 4)  $c_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=\rho} \frac{f(t)dt}{(t-a)^{n+1}}, \quad n=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \forall \rho \in (r, R)$

5. Используя теорию вычетов найти интеграл  $\int_{|z|=3} \frac{e^z}{z-1} dz$

1. 0
2. 1
3.  $2\pi e i$
4.  $2\pi i$
5.  $e i$

Ответы:

1	2	3	4	5
2)	1с, 2е, 3д , 4а	1)	4 )	3)

Каждый правильный ответ оценивается в 1 балл. Набранное количество баллов 5 соответствует формированию проверяемой компетенции на высоком уровне, 4 балла – на продвинутом уровне, 3 баллов – на пороговом уровне, менее 3 баллов – ниже порогового уровня.

### Вариант экзаменационной работы

1. Пусть функция  $f(z)$  определена в области  $D$  и дифференцируема в точке  $z_0$ .  
Для гладких кривых  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , проходящих через точку  $z_0$ , выполнены условия  $\operatorname{Re} f(z) = \operatorname{Re} f(z_0)$ ,  $z \in \gamma_1$ ;  $\operatorname{Im} f(z) = \operatorname{Im} f(z_0)$ ,  $z \in \gamma_2$ .  
Докажите, что если  $f'(z_0) \neq 0$ , то кривые пересекаются под прямым углом.
2. Найти аналитическую функцию  $f(z) = u + iv$ ,  
если  $u = 3x^2 - y^3$ ,  $f(i) = 2i - 1$ .
3. Найти общий вид дробно-линейного отображения, имеющего две неподвижные точки.



4. Сформулировать определение конформного отображения. Сформулировать теорему Римана.

5. Сформулировать и доказать теорему Коши.

6. Пусть функция  $f(z)$  аналитическая в области  $D$  и непрерывная в  $\bar{D}$ . Доказать, что если модуль  $f(z)$  есть константа на  $\partial D$ , то функция или постоянная в области  $D$  или обращается в ноль хотя бы в одной точке.

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(z)$$

7. Пусть функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(z)$  сходится равномерно в любой замкнутой подобласти области  $G$  и все функции  $f_n(z)$  являются аналитическими в области  $G$ , то сумма ряда будет аналитической функцией в этой области.

8. Аналитическая функция  $f(z)$  может иметь бесконечное число нулей лишь в открытой или неограниченной области.

9. Сформулировать и доказать теорему Руше.

10. Найти  $\operatorname{res} \left( \phi(z) \frac{f'(z)}{f(z)} \right)$  в точке  $z_0$ , если функция  $\phi(z)$  аналитическая, а  $z_0$  – полюс  $n$ -ого порядка функции  $f$ .

11. Пусть  $z=a$  является изолированной особой точкой функции  $f(z)$  и

$$|f(z)| < \frac{M}{|z-a|^\alpha}, \quad 0 \leq \alpha < 1, \quad \int_{\Gamma} f(z) dz = 0$$

, где  $\Gamma$  – замкнутый контур, лежащий в проколотой окрестности точки  $a$ . Доказать, что

Критерии оценивания

1. Приведены необходимые определения и формулировки. Сформулирован геометрический смысл дифференцируемости функции комплексного переменного. Проверены условия.	1,5
2. Записаны условия Коши-Римана. Решена система дифференциальных уравнений. Сформирована функция.	1
3. Проведены все необходимые вычисления	1
4. Сформулировано определение конформного отображения. Сформулирована теорема Римана.	1,5
	Сумма =5
5. Знать и уметь привести необходимые формулировки. Владеть навыками доказательства, уметь выстроить цепочку рассуждений	1,5
6. Знать, какими теоремами надо воспользоваться для доказательства, уметь корректно сформулировать их, провести обсуждение случая обращения в ноль функции.	1,5
7. Знать теорему Вейерштрасса и уметь доказать одну из частей теоремы.	1

8. Знать формулировку теоремы единственности, следствия из нее. Уметь провести рассуждение, опираясь на известные факты.	1
	Сумма =5
9. Владеть навыками доказательства, уметь выстроить цепочку рассуждений .	1,5
10. Знать общие формулы для вычисления вычетов, уметь представить функцию в виде ряда и провести нужные вычисления.	1
11. Знать определения, относящиеся к классификации изолированных особых точек. Знать формулировки теорем. Владеть навыками доказательства, уметь выстроить цепочку рассуждений.	1,5
	Сумма =4

При проверке ответов на задания экзамена используются следующие положения: полный балл выставляется, если студент полно и правильно изложил теоретический материал, привел обоснования, правильно раскрывающие те или иные положения, сделал обоснованный вывод; студент понял смысл текста задачи, полно и правильно выполнил предложенные задания, проявил высокий уровень всех требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

Балл понижается, если студент (не допуская ошибок) правильно изложил теоретический материал, но недостаточно полно или допустил незначительные неточности, не искажающие суть понятий, теоретических положений; студент понял смысл текста задачи, предложенные задания выполнил правильно, но недостаточно полно. Проявил необходимый уровень всех требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

Выставляется не более половины от заявленной суммы баллов, если студент смог воспроизвести формально основные определения и формулировки; на поставленные вопросы ответил не вполне правильно и полно, но подтвердил ответами понимание вопросов и продемонстрировал отдельные требующиеся для выполнения заданий знания и умения.

Ответ не засчитывается, если студент не раскрыл теоретический вопрос, на поставленные вопросы не смог дать удовлетворительный ответ, студент не понял смысла текста задачи, не смог выполнить задания. На заданные вопросы ответил неудовлетворительно, не продемонстрировал сформированность требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

**Общая сумма за экзамен – 14 балла.**

Оценка проставляется по количеству набранных баллов:

менее 7 баллов - неудовлетворительно,

7---11 баллов - удовлетворительно,

11---13 баллов - хорошо,

13---14 баллов – отлично.

При выставлении итоговой оценки учитывается работа студента в течение семестра.

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1. Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

*Пороговый уровень* - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

*Продвинутый уровень* - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

*Высокий уровень* - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

## 2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговыйуровень	Продвинутый уровень	Высокийуровень
Общепрофессиональные компетенции						
ПК-2	Контрольные работы,	1-8	<b>Знать:</b> понятие комплексного числа, модуль и аргумент, главное значение аргумента, сумма, произведение, частное комплексных чисел, степень; различные формы записи комплексного числа: показательная, алгебраическая, тригонометрическая; понятие функции комплексного переменного, действительная, мнимая части; производная, условия Коши-Римана, гармоническая функция, понятие интеграла по комплексной переменной,	Студент демонстрирует умение решать задачи, требующие применения в элементарных задачах стандартных приемов. При этом выполняет не всю контрольную работу и допускает ошибки. Умение произвести действия с комплексными числами, вычислить значение функции к.п. Умение проверить аналитичность функции. Умение вычислить интеграл от функции комплексного аргумента. Умение представить аналитическую в соответствующей	Студент понимает суть методов решения задач, которые не являются типичными, но или знакомы студентам или отличаются от известных лишь в небольшой степени, При этом выполняет практически всю контрольную работу, но допускает ошибки. умение вычислять пределы последовательностей комплексных чисел и функций к.аргумента. Умение находить разложения функций одной комплексной переменной в ряды Лорана, исследовать их на сходимость и вычислять область сходимости. Умение вычислять интегралы от функций одной комплексной	Студент умеет самостоятельно провести рассуждения при решении задач, для решения которых требуются размышления и самостоятельная разработка алгоритма действий. При этом выполняет практически всю контрольную работу, но допускает ошибки. умение вычислять пределы последовательностей комплексных чисел и функций к.аргумента. Умение находить разложения функций одной комплексной переменной в ряды Лорана, исследовать их на сходимость и вычислять область сходимости. Умение вычислять интегралы от функций одной комплексной переменной; знание и умение применять лемму Жордана.

			<p>интегральная формула Коши; степенные ряды, ряды Тейлора, ряды Лорана; особые точки, понятие вычета.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>изображать на плоскости комплексные числа, строить сумму, разность комплексных чисел; переводить комплексное число из алгебраической формы в тригонометрическую и показательную и наоборот;</p> <p>находить действительную и мнимую часть функции, проверять выполнение условий Коши-Римана, восстанавливать действительную (мнимую) часть по мнимой (действительной) части, находить значение интеграла по контуру; уметь применять теорему Коши и формулу Коши; представить</p>	<p>области функцию рядом Тейлора и Лорана.</p> <p>Умение применить теорию вычетов для вычисления контурных и несобственных интегралов</p>	<p>переменной.</p>	
--	--	--	--	---	--------------------	--

			<p>аналитическую в соответствующей области функцию рядом Тейлора и Лорана;находить особые точки и вычислять вычеты функций и применять их для вычисления контурных и несобственных интегралов.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками решения практических задач теории функций комплексного переменного.</p>			
	Экзамен	1–8	<p>Знать: основные понятия теории функций комплексного переменного, такие как: комплексные числа, функции комплексного переменного, аналитические функции, ряд Лорана, вычеты, преобразование Лапласа и операционное исчисление; методы интегрирования и дифференцирования функции комплексного переменного, методы операционного исчисления; уметь использовать эти понятия и методы при</p>	<p>Воспроизведение основных определений и формулировок теорем курса. Умение корректно использовать математическую символику.</p>	<p>Воспроизведение основных теорем курса. Умение провести основную часть доказательства утверждений и корректно использовать математическую символику</p> <p>Умение самостоятельно работать с литературой по теории функций комплексного переменногои его приложениям.</p>	<p>Воспроизведение основных теорем курса. Выполнение в полном объеме всех выкладок, обоснование рассуждений в процессе их вывода. Умение выделять главные смысловые аспекты в доказательствах.</p> <p>Понимание сути теоретических положений и выводов, сути методов решения задач, умение самостоятельно провести рассуждения при решении задач, для решения которых требуются размышления и самостоятельная разработка алгоритма действий.</p> <p>Умение самостоятельно работать с литературой по теории функций комплексного переменного и его</p>

			<p>решении задач.  Уметь: использовать  понятия и методы  теории функций  комплексного  переменного при  решении задач.  Владеть: основными  понятиями теории  функции комплексного  переменного:  комплексные числа,  функции комплексного  переменного,  аналитические функции,  ряды Лорана, вычеты,  преобразование Лапласа;  методами  интегрирования и  дифференцирования  функции комплексного  переменного, методами  операционного  исчисления.</p>			<p>приложениям.</p>
--	--	--	--	--	--	---------------------

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объёме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;



- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Показатели и критерии, используемые при выставлении оценки подробно описаны в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций». Высокий уровень формирования компетенции соответствует оценке «отлично» за самостоятельные, контрольные работы и экзаменационную работу. Продвинутый уровень формирования компетенций соответствует оценке «хорошо» за самостоятельные, контрольные работы и экзаменационную работу. Пороговый уровень формирования компетенций соответствует оценке «удовлетворительно» за самостоятельные, контрольные работы и экзаменационную работу.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Комплексный анализ»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Комплексный анализ» являются лекции. В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала, обращая внимание на формулировки, раскрывающие содержание тех или иных понятий, на последовательность выводов, использование при доказательстве тех или иных фактов. Можно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать различного рода пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал лекции, а также вопросы с целью уяснения теоретических выводов. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам. Практические занятия проводятся для выработки навыков решения практических задач и лучшего усвоения учебного материала. В начале практического занятия происходит обсуждение задач, решенных студентами самостоятельно дома. Это возможность для студентов еще раз обратить внимание на не понятные до сих пор моменты и окончательно разобрать их. Преподаватель может выборочно проверить записи с самостоятельно решенными задачами. Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математического анализа. В ходе подготовки к практическому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При подготовке к лекциям, занятиям, коллоквиуму, экзамену необходимо делать записи. Записи помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику. Вообще, большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с аппаратом аналитических функций, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольных работ. В конце изучения дисциплины студенты сдают допуск к экзамену по практической части курса и экзамен.

#### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу:

1. Сидоров, Ю. В., Лекции по теории функций комплексного переменного : учеб. пособие для студентов вузов / Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин, М., Наука, 1976, 407с
2. Невский, М. В., Элементы теории функций комплексного переменного [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов, обучающихся по специальности Компьютерная безопасность / М. В. Невский; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2014, 105с
3. Краснов, М. Л., Функции комплексного переменного : операционное исчисление. Теория устойчивости : учеб. пособие для вузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко, М., Наука, 1971, 255с
4. Леонтьева, Т. А., Задачи по теории функций комплексного переменного : учеб. пособие / Т. А. Леонтьева, В. С. Панферов, В. С. Серов, М., , 1991, 255с

5. Зафиевская, Л. А., Ряды и интегралы в комплексной плоскости : метод. указания / Л. А. Зафиевская, Г. В. Шабаршина ; Яросл. гос. ун-т. Ч. 2, Ярославль, ЯрГУ, 2004, 18с

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

2. [Электронная библиотека издательства «Лань»](#) – это ресурс, содержащий электронные версии книг ведущих издательств учебной, научной литературы и периодических изданий по различным областям знаний. ЭБС издательства «Лань» предоставляет доступ к коллекциям: Математика – издательство «Лань»; Информатика – издательство «Лань».

3. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/пароллю.

4. Электронная картотека

«Книгообеспеченность»([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека

«Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.