

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
Кафедра радиофизики

**В. А. Тимофеев
Т. К. Артёмова
О. В. Караван**

Электродинамика и электромагнитные волны

Часть 2

Задачник

Рекомендовано

*Научно-методическим советом университета для студентов,
обучающихся по специальностям Радиотехника, Радиофизика
и электроника и направлениям Телекоммуникации, Радиофизика*

Ярославль 2010

УДК 537.86
ББК В 336я73–4
Т 41

*Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2009/10 года*

Рецензент
кафедра радиофизики
Ярославского государственного университета им. П. Г. Демидова

Тимофеев, В. А. Электродинамика и электромагнитные волны Ч. 2: задачник / В. А. Тимофеев, Т. К. Артёмова, О. В. Караван; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль: ЯрГУ, 2010. – 36 с.

Задачник содержит краткие теоретические сведения и набор заданий различной степени трудности, необходимые для самостоятельного решения.

Вторая часть издания состоит из четырёх разделов. В них собран материал, включающий задачи на элементарные излучатели, направляющие системы, объёмные резонаторы, а также на поверхностный эффект в проводниках различной геометрии и эффективность различных технических решений по экранированию полей.

Предназначен для студентов, обучающихся по специальностям 010801.65 Радиофизика и электроника, 210302.65 Радиотехника и направлениям 210400.62 Телекоммуникации и 010800.62 Радиофизика (дисциплины «Физика волновых процессов», «Электромагнитные поля и волны», «Электродинамика и распространение радиоволн», «Электродинамика СВЧ», блоки ЕН, ОПД, ДС), очной и заочной форм обучения.

УДК 537.86
ББК В 336я73–4

© Ярославский государственный
университет им. П. Г. Демидова, 2010

5. Элементарные излучатели

Элементарный электрический излучатель (диполь Герца) длины l и амплитудой тока в пучности $I_{cm.э.}$ имеет составляющие поля на расстоянии r :

$$\begin{aligned}\dot{H}_r &= \dot{H}_\theta = \dot{E}_\phi = 0, \\ \dot{H}_\phi &= \frac{I_{cm.э.} l}{4\pi r^2} (1 + jk r) \sin \theta e^{-jkr}, \\ \dot{E}_r &= \frac{I_{cm.э.} l}{j2\pi \omega \varepsilon_a r^3} (1 + jk r) \cos \theta e^{-jkr}, \\ \dot{E}_\theta &= \frac{I_{cm.э.} l}{j4\pi \omega \varepsilon_a r^3} (1 + jk r - k^2 r^2) \sin \theta e^{-jkr}.\end{aligned}\tag{5.1}$$

Здесь $k = 2\pi / \lambda$, а λ – рабочая длина волны, ε_a, μ_a – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Приближенные выражения для составляющих поля:

в ближней зоне ($r / \lambda \ll 1$)

$$\begin{aligned}\dot{H}_\phi &= \frac{I_{cm.э.} l}{4\pi r^2} \sin \theta, \\ \dot{E}_r &= -j \frac{I_{cm.э.} l}{2\pi \omega \varepsilon_a r^3} \cos \theta, \\ \dot{E}_\theta &= -j \frac{I_{cm.э.} l}{4\pi \omega \varepsilon_a r^3} \sin \theta.\end{aligned}\tag{5.2}$$

в дальней зоне ($r / \lambda \gg 1$)

$$\begin{aligned}\dot{H}_\phi &= j \frac{I_{cm.э.} l}{2\lambda r} \sin \theta e^{-jkr}, \\ \dot{E}_\theta &= j \frac{I_{cm.э.} l}{2\lambda r} Z_c \sin \theta e^{-jkr}.\end{aligned}\tag{5.3}$$

Диаграмма направленности (ДН) по полю для элементарного электрического излучателя

$$F(\theta, \phi) = \sin(\theta). \quad (5.4)$$

Мощность излучения и сопротивление излучения

$$P_{\Sigma} = \frac{\pi Z_c (I_{cm.э.} l)^2}{3 \lambda^2}, \quad R_{\Sigma} = \frac{2}{3} \pi Z_c \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2. \quad (5.5)$$

Для вакуума сопротивление среды $Z_c = 120\pi$, следовательно, $R_{\Sigma} = 80\pi^2 (l / \lambda)^2$.

К классу **элементарных магнитных излучателей** могут быть отнесены рамочный и щелевой излучатели.

Если в формулах для диполя Герца сделать замены

$$\dot{\vec{E}} \rightarrow \dot{\vec{H}}, \quad \dot{\vec{H}} \rightarrow \dot{\vec{E}}, \quad j_{cm.э.} \rightarrow -j_{cm.э.}, \quad \varepsilon_a \rightarrow -\mu_a, \quad \mu_a \rightarrow -\varepsilon_a,$$

то получим выражения для составляющих поля магнитного диполя в дальней зоне:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\varphi} &= -j \frac{I_{cm.} l}{2 \lambda r} \sin \theta e^{-jkr}, \\ \dot{H}_{\theta} &= j \frac{I_{cm.} l}{2 \lambda r Z_c} \sin \theta e^{-jkr}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Выражения для составляющих поля элементарного щелевого излучателя при двустороннем возбуждении:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\varphi} &= -j \frac{\dot{U}_{щ} l}{\lambda r} \sin \theta e^{-jkr}, \\ \dot{H}_{\theta} &= j \frac{\dot{U}_{щ} l}{\lambda r Z_c} \sin \theta e^{-jkr}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

где $\dot{U}_{щ}$ – напряжение в щели.

Диаграмма направленности магнитного диполя определяется тем же выражением, что и электрического – (5.4).

Элемент Гюйгенса. Данный элементарный излучатель эквивалентен взаимно перпендикулярным элементам электрического и магнитного поверхностных токов.

Диаграмма направленности в главных плоскостях ($\varphi = 0$, $\varphi = \pi / 2$):

$$F(\theta, \pi / 2) = F(\theta, 0) = \frac{1 + \cos \theta}{2}. \quad (5.8)$$

Коэффициент направленного действия (КНД) антенн в направлении максимального излучения рассчитывается по формуле:

$$D = \frac{4\pi}{\int_{\Omega} F^2(\theta, \varphi) d\Omega}, \quad (5.9)$$

где интегрирование ведётся по телесному углу, занимаемому излучением антенны.

Задачи для решения

5.1. Амплитуда переменного тока частоты 100 МГц в элементарном электрическом диполе длины 1 см равна 1 мА. Определите величины напряжённостей электрической и магнитной составляющей электромагнитного поля диполя на расстоянии 1 км от диполя в направлении максимального излучения.

5.2. Элементарный электрический излучатель длины 1 см с амплитудой тока 1 мА создаёт на расстоянии 1 км магнитное поле напряжённости 10^{-8} А/м. Определите рабочую длину волны.

5.3. Определите форму волнового фронта для излучения, создаваемого элементарным электрическим диполем: а) в дальней зоне; б) в ближней зоне.

5.4. Определите мощность излучения элементарного электрического диполя с $l/\lambda = 0,1$, создающего в воздухе на расстоянии 10 км в направлении максимального излучения напряжённость электрического поля 10 мВ/м.

5.5. Определите сопротивление излучения для диполя из задачи 5.1.

5.6. Определите мощность излучения для электрического диполя длины 5 см с переменным током 1 А при длине волны 3 м.

5.7. На поле излучения элементарного электрического излучателя длиной 0,1 м накладывается условие: на расстояниях, превышающих 10 м, оно должно быть безопасным для человека. При работе на частоте 100 МГц предельно допустимый уровень напряжённости электрического поля составляет 3 В/м. Определите пределы изменения подводимой мощности. КПД антенно-фидерного устройства 70 %. Рассмотреть направление максимального излучения.

5.8. Чувствительность приёмного устройства -140 дБВ, динамический диапазон 120 дБ. Амплитуда тока в элементарном электрическом излучателе длины 10 см на частоте 100 МГц составляет 1 мкА. Определите границы допустимых перемещений приёмника, регистрирующего сигнал такого излучателя. Рассмотреть направление максимального излучения.

5.9. Элементарный электрический излучатель длины 5 см с переменным током 1 мА работает на частоте 450 МГц. Предельно допустимая для человека плотность потока мощности в этом диапазоне составляет 10 мВт/см^2 . Определите, на каком расстоянии в дальней зоне по направлению максимального излучения может находиться человек от такого излучателя.

5.10. Сигнал элементарного электрического излучателя длины 5 см, работающего на частоте 100 МГц, принимается мобильным приёмником. Радиус зоны покрытия, определяемый по чувствительности приёмника (1 мкВ), составляет 5 км. Безопасная для человека, переносящего передатчик (напряжённость электрического поля ниже 3 В/м для этого диапазона частот), зона начинается со 100 м. Определите пределы изменения мощности передатчика, работающего и данным излучателем с КПД 100%,

удовлетворяющие обоим условиям. Рассмотреть направление максимального излучения.

5.11. Определите границы дальней и ближней зон для следующих антенн: а) линейной антенны длиной 1 м, работающей на частоте 450 МГц; б) электрического диполя длиной 0,1 м, работающего на частоте 100 МГц; в) зеркальной параболической антенны с диаметром зеркала, равным длине волны, на частоте 5 ГГц; г) рупорной антенны с раскрывом $0,1 \times 0,1 \text{ м}^2$ для длины волны 5 см.

5.12. Антенна с диаграммой направленности вида $F(\theta, \varphi) = \sin(2 \cdot \pi \cdot \cos \theta \cdot (l / \lambda))$, где $l / \lambda = 0,5$, подвешена на практически не влияющей на её излучение землём на высоте 50 м. Считая, что все точки наблюдения находятся в дальней зоне, определите расстояние по горизонтали от места подвеса антенны, на котором фокусируется максимум излучения у поверхности земли.

5.13. Определите диапазон линейных размеров антенн, для которых на частоте 900 МГц дальняя зона начинается с расстояния 5 м.

5.14. Элементарный электрический излучатель длины l , имеющий амплитуду переменного тока I на частоте f , расположен вертикально на высоте h над идеально проводящей подстилающей поверхностью. Определите величины напряжённостей электрического и магнитного полей излучателя в дальней зоне.

5.15. Исследуйте интерференционный множитель в выражении, полученном при решении задачи 5.14, в зависимости от высоты подвеса излучателя и длины волны. Определите направления, в которых излучение диполя отсутствует, и направление максимального излучения.

5.16. Элементарный электрический излучатель длины l , имеющий амплитуду переменного тока I на частоте f , расположен горизонтально на высоте h над идеально проводящей подстилающей поверхностью. Определите величины напряжённостей электрического и магнитного полей излучателя в дальней зоне.

5.17. Элементарный электрический излучатель длины l , имеющий амплитуду переменного тока I на частоте f , расположен вертикально на высоте h над проводящей подстилающей поверх-

ностью, обладающей коэффициентом отражения \dot{R} по соответствующей поляризации. Определите величины напряжённостей электрического и магнитного полей излучателя в дальней зоне.

5.18. Элементарный электрический излучатель длины l , имеющий амплитуду переменного тока \dot{I} на частоте f , расположен горизонтально на высоте h над проводящей подстилающей поверхностью, обладающей коэффициентом отражения \dot{R} по соответствующей поляризации. Определите величины напряжённостей электрического и магнитного полей излучателя в дальней зоне.

5.19. Диаметр элементарного рамочного излучателя 1 см, амплитуда переменного тока на частоте 100 МГц составляет 1 мА. Определите величины напряжённостей электрического и магнитного полей рамки в направлении максимального излучения. Сравните их с величинами напряжённостей ЭМП, создаваемого элементарным электрическим диполем.

5.20. Определите мощность излучения рамочной антенны, имеющей диаметр d и амплитуду переменного тока \dot{I} на частоте f .

5.21. Определите проводимость и сопротивление излучения рамочной антенны, имеющей диаметр d и амплитуду переменного тока \dot{I} на частоте f . Сравните полученное значение сопротивления излучения с сопротивлением излучения элементарного электрического излучателя.

5.22. Определите мощность излучения, проводимость и сопротивление излучения элементарной щели длины l , питаемой переменным напряжением амплитуды \dot{U} на частоте f . Сравните полученное значение сопротивления излучения с сопротивлением излучения элементарного электрического излучателя.

5.23. Определите напряжённости электрического и магнитного полей, создаваемых в произвольной точке в дальней зоне линейной проволочной антенной длины l , сравнимой с длиной волны, при условии равномерного распределения \dot{I} амплитуды тока на частоте f по длине антенны.

5.24. Определите диаграмму направленности антенны из задачи 5.23.

5.25. Симметричный вибратор длины $2l$ имеет синусоидальное распределение амплитуды переменного тока частоты f по

длине: $I(z) = I_0 \sin(kl - |z|)$. Определите напряжённости электрического и магнитного полей, создаваемых вибратором в произвольной точке в дальней зоне.

5.26. Определите диаграмму направленности симметричного вибратора из задачи 5.25 при длине вибратора, равной: а) половине, б) одной, в) двум длинам волн.

5.27. Определите ширину ДН диполя Герца: а) по уровню 0,5; б) по первым нулям.

5.28. Определите ширину ДН рамки с током: а) по уровню 0,5; б) по первым нулям.

5.29. Определите ширину ДН линейной проволочной антенны с равномерным распределением амплитуды тока по длине: а) по уровню 0,5; б) по первым нулям.

5.30. Определите ширину ДН симметричного полуволнового вибратора: а) по уровню 0,5; б) по первым нулям.

5.31. Сравните значения сопротивления излучения элементарного электрического диполя, элементарной щели и элементарной рамки. Сделайте вывод об эффективности этих антенн.

5.32. Определите коэффициент направленного действия элементарного электрического диполя по отношению к изотропному излучателю: а) в относительных единицах; б) в децибеллах.

6. Направляющие системы

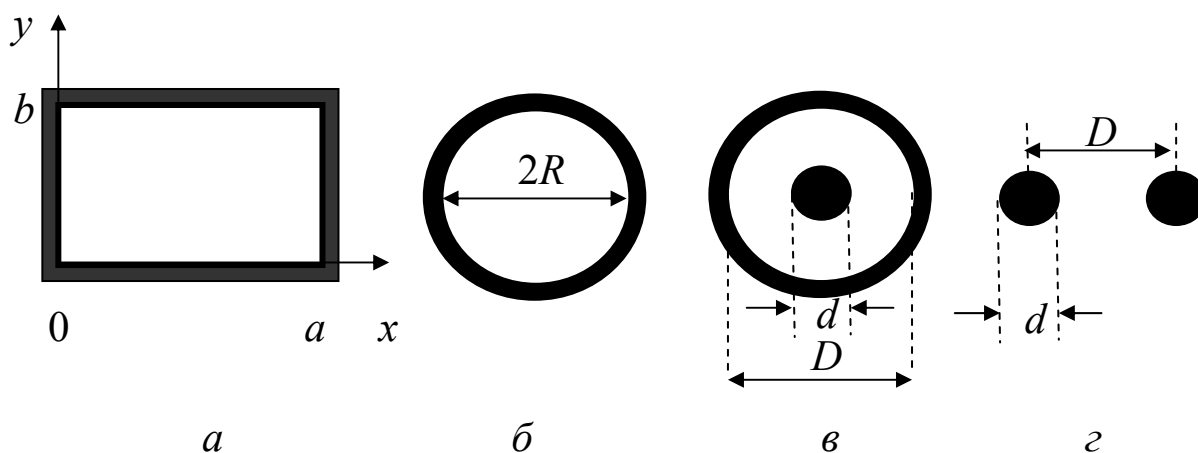


Рис. 6.1. Сечения некоторых линий передачи

Волноводы. Волновод представляет собой полую металлическую трубу произвольного сечения, внутри которой распространяются электромагнитные волны. Наиболее часто применяют волноводы прямоугольного (рис. 6.1, а) или круглого (рис. 6.1, б) сечения, реже – более сложных сечений, например П-образные или Н-образные.

В волноводах с идеально проводящими стенками и однородным заполнением могут распространяться волны электрического (Е) типа, у которых $\dot{H}_z \equiv 0, \dot{E}_z \neq 0$ (направление оси z совпадает с продольной осью волновода), и волны магнитного типа (Н), у которых $\dot{E}_z \equiv 0, \dot{H}_z \neq 0$.

Предположим, что волновод заполнен диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью $\mu = 1$. Каждый конкретный тип волны в волноводе может распространяться в том случае, если $\lambda_0 < \lambda_{кр}$, где λ_0 – длина волны сигнала генератора; $\lambda_{кр}$ – критическая длина волны, которая определяется размерами и формой поперечного сечения волновода.

Для волн типа E_{mn} и H_{mn} в прямоугольном волноводе

$$\lambda_{кр} = \frac{2\sqrt{\varepsilon\mu}}{\sqrt{\left(m/a\right)^2 + \left(n/b\right)^2}}, \quad (6.1)$$

где a, b – размеры поперечного сечения волновода.

Для волн типа E_{mn} и H_{mn} в круглом волноводе:

$$\lambda_{кр}^E = 2\pi a / B_{mn}, \quad \lambda_{кр}^H = 2\pi a / A_{mn}, \quad (6.2)$$

где a – радиус волновода; B_{mn} – n -й корень уравнения $J_m(x) = 0$, A_{mn} – n -й корень уравнения $J'_m(x) = 0$.

Фазовая скорость волн для всех волноводов

$$v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{кр})^2}}. \quad (6.3)$$

Длина волны в волноводе

$$\lambda_{\phi} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{кр})^2}}. \quad (6.4)$$

Групповая скорость

$$v_{gp} = c \sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{кр})^2}. \quad (6.5)$$

где c – скорость света в свободном пространстве.

Основным типом волны в прямоугольном волноводе при $a > b$ является волна H_{10} , для которой $\lambda_{кр} = 2a$. Ближайшие к ней высшие типы – волны H_{20} , H_{01} , H_{11} .

Составляющие векторов поля волны H_{10} описываются выражениями:

$$\begin{aligned} \dot{E}_x &= 0, \\ \dot{E}_y &= E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\gamma z}, \\ \dot{E}_z &= 0, \\ \dot{H}_x &= -\frac{h}{\omega \mu_a} E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\gamma z}, \\ \dot{H}_y &= 0, \\ \dot{H}_z &= j \frac{\pi}{a} \frac{E_0}{\omega \mu_a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\gamma z}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Низшей среди волн электрического типа в круглом волноводе является волна E_{01} , для которой $\lambda_{кр} = 2,613a$, ближайшим

высшим типом – волна E_{11} . Основным типом Н волны в круглом волноводе является волна H_{11} , для которой $\lambda_{кр} = 3,413a$.

Характеристическим сопротивлением волновода называется отношение поперечных составляющих векторов \vec{E} и \vec{H} . Для волн электрического типа

$$Z_C^E = Z_0 \sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{кр})^2}. \quad (6.7)$$

Для волн магнитного типа

$$Z_C^H = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{кр})^2}}, \quad (6.8)$$

где Z_0 – характеристическое сопротивление плоской волны в свободном пространстве.

Линии с волнами типа Т. Электромагнитные волны, векторы напряженности электрического и магнитного полей которых лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, называют поперечными электромагнитными волнами, или волнами типа Т. Волна типа Т в отличие от волн типов Н и Е распространяется в линии при любой частоте.

Для линии без потерь $\gamma = \beta = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$, откуда

$$v^T = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon \mu \mu}}, \quad \lambda_g = \lambda. \quad (6.9)$$

Здесь λ – длина однородной плоской волны в заполняющем диэлектрике с абсолютными проницаемостями ϵ_a, μ_a .

Характеристическое сопротивление волны типа Т совпадает с аналогичной величиной для плоской однородной волны в неограниченном пространстве:

$$Z_C^T = Z_C = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a}. \quad (6.10)$$

Линия передачи с волной типа Т характеризуется волновым сопротивлением Z_ϕ , которое выражается через погонные индуктивность L_1 и емкость C_1 линии следующим образом:

$$Z_\phi = \sqrt{L_1 / C_1}. \quad (6.11)$$

Фазовая скорость в линии передачи с волной Т может быть выражена через погонные параметры линии:

$$v^T = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}. \quad (6.12)$$

Двухпроводная линия. Погонные параметры симметричной двухпроводной линии передачи (рис. 6.1, г):

$$L_1 \approx \frac{\mu_a}{\pi} \ln\left(\frac{2D-d}{d}\right) \text{ Гн/м}, \quad C_1 \approx \pi \varepsilon_a \frac{1}{\ln\left(\frac{2D-d}{d}\right)} \text{ Ф/м}, \quad (6.13)$$

где d – внешний диаметр проводника, D – расстояние между центрами проводников.

Волновое сопротивление линии

$$Z_\phi \approx 120 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln\left(\frac{2D-d}{d}\right) \text{ Ом}. \quad (6.14)$$

Мощность, переносимая волной типа Т в двухпроводной линии передачи

$$P = \frac{U^2}{2Z_{\epsilon}} \text{ Вт.} \quad (6.15)$$

Коаксиальные линии. Характеристическое и волновое сопротивления для линии без потерь (рис. 6.1, в), погонные параметры и переносимая мощность определяются выражениями:

$$Z_C^T = 120\pi\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \quad Z_{\epsilon} = 60\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{D}{d}, \quad (6.16)$$

$$L_1 = \frac{\mu_a}{2\pi} \ln \frac{D}{d}, \quad C_1 = \frac{2\pi\epsilon_a}{\ln \frac{D}{d}}, \quad (6.17)$$

$$P = \frac{U^2}{120} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu} \frac{1}{\ln \frac{D}{d}}}. \quad (6.18)$$

В коаксиальной линии передачи волны Е и Н обычно не используются, но могут возникать как паразитные.

Для подавления их достаточно, чтобы

$$\omega \leq \frac{4}{\sqrt{\mu_a \epsilon_a} (d + D)}. \quad (6.19)$$

Затухание в линиях передачи. Величина затухания волн зависит от потерь в металлических стенках α_m и в материале, заполняющем линию, α_d . Результирующий коэффициент ослабления равен сумме этих коэффициентов:

$$\alpha_{рез} = \alpha_d + \alpha_m, \quad (6.20)$$

$$\alpha_d = \frac{1}{2} \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} \operatorname{tg} \delta_{\epsilon}, \quad (6.21)$$

$$\alpha_m = \frac{1}{2} \frac{R_S \oint |\dot{\vec{H}}_\tau|^2 dl}{\int_S \operatorname{Re} [\dot{\vec{E}} \dot{\vec{H}}^*] dS}, \quad (6.22)$$

где R_S – поверхностное сопротивление металла $R_S = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma}} = \frac{1}{\sigma \delta}$ (δ – глубина проникновения). Интегрирование в числителе ведется по контуру сечения линии, в знаменателе – по площади поперечного сечения линии.

Коэффициент ослабления, обусловленный сопротивлением проводников, зависит от геометрии линии и составляет: для двухпроводной линии:

$$\alpha_m = \frac{R_S}{\pi d Z_0 \sqrt{1 - (d/D)^2}}, \quad (6.23)$$

в коаксиальной линии:

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{R_{S1}/d + R_{S2}/D}{120\pi \ln D/d}, \quad (6.24)$$

где R_{S1} и R_{S2} – поверхностные сопротивления металла внутреннего и внешнего цилиндров соответственно.

Задачи для решения

6.1. Размеры поперечного сечения прямоугольного волновода составляют: $a = 2$ см, $b = 1$ см. Перечислить типы волн волновода, способных переносить энергию, для случаев: а) $f = 10$ ГГц; б) $f = 20$ ГГц; в) $f = 30$ ГГц. Внутренняя среда воздух, оболочка считается идеально проводящей.

6.2. Перечислить типы волн круглого волновода радиусом 1 см (внутренняя среда – воздух), способные переносить энергию для случаев: а) $f = 10$ ГГц; б) $f = 20$ ГГц; в) $f = 30$ ГГц.

6.3. Какие типы волн могут распространяться в круглом волноводе диаметром 3 см, заполненном диэлектриком с относительной проницаемостью $\varepsilon = 3,2$? Частота колебаний 10 ГГц.

6.4. Какие типы волн могут распространяться в заполненном воздухом прямоугольном волноводе сечением 10×4 см² при частоте 5 ГГц?

6.5. Почему в случае круглого волновода основной является волна H_{11} , оба индекса которой не являются наименьшими, и что можно сказать о волнах H_{01} и E_{01} ?

6.6. При каком диаметре круглого волновода в нем может распространяться только один основной тип волны при частоте колебаний 10 ГГц?

6.7. Какие типы волн могут распространяться в квадратном волноводе со стороной 1 см при частоте 10 ГГц, если волновод заполнен диэлектриком с относительной проницаемостью $\varepsilon = 2,6$?

6.8. Определить размеры поперечного сечения прямоугольного волновода, при которых может распространяться лишь основной тип волны. Длина волны генератора 3 см.

6.9. Определить размеры поперечного сечения квадратного волновода, в котором при частоте 4 ГГц может распространяться лишь низшая волна электрического типа.

6.10. В круглом волноводе приняты меры, чтобы волна типа H_{11} не возбуждалась. Определить радиус волновода, при котором может распространяться только волна типа E_{01} . Частота колебаний равна 9300 МГц.

6.11. В прямоугольном волноводе сечением 3×4 см² распространяется волна типа H_{11} . Волновод заполнен пенополистиролом с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1,15$. Частота колебаний 8 ГГц. Определить фазовую скорость и длину волны в волноводе.

6.12. Прямоугольный волновод сечением 23×10 мм² заполнен диэлектриком с относительной проницаемостью $\varepsilon = 2,25$. Частота колебаний 8,4 ГГц. Определить величины фазовой скорости и длины волны в волноводе.

6.13. Определить критическую длину волны, критическую частоту и длину волны в прямоугольном волноводе для волны типа E_{11} . Размеры поперечного сечения $4 \times 3 \text{ см}^2$. Частота колебаний 10 ГГц.

6.14. Определить радиус круглого волновода, если фазовая скорость волны типа E_{01} при частоте поля 10 ГГц равна $5 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

6.15. Вычислить размеры поперечного сечения квадратного волновода, если известно, что фазовая скорость волны типа E_{11} равна $6 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Частота передаваемых колебаний 6 ГГц.

6.16. Длина волны в волноводе при работе на основном типе волны составляет 3,5 см. Размеры поперечного сечения волновода $23 \times 10 \text{ мм}^2$. Найти частоту передаваемых колебаний.

6.17. Фазовая скорость волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе равна $2c$, где c – скорость света. Определить размеры волновода, если длина волны в свободном пространстве равна 6 см.

6.18. Найти групповую скорость волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе сечением $72 \times 34 \text{ мм}^2$ при частоте поля 3 ГГц.

6.19. В круглом волноводе распространяется волна типа E_{01} , Частота поля 10 ГГц, длина волны в волноводе 4 см. Вычислить групповую скорость.

6.20. В волноводе, заполненном диэлектриком с относительной проницаемостью $\varepsilon = 2,2$, распространяется волна с фазовой скоростью $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Определить групповую скорость.

6.21. В круглом волноводе диаметром 4,5 см, заполненном диэлектриком, распространяется волна типа H_{11} . Частота колебаний 3 ГГц. Определить диэлектрическую проницаемость вещества, заполняющего волновод, если фазовая скорость волны равна скорости света в свободном пространстве.

6.22. Устройство для измерения диэлектрической проницаемости вещества представляет собой прямоугольный волновод сечением $23 \times 10 \text{ мм}^2$, заполненный диэлектриком. Для измерения длины волны в волноводе в середине его широкой стенки прорезана продольная щель, вдоль которой перемещается зонд с детектором. Волновод работает на основном типе волны. Определить диэлектрическую проницаемость исследуемого вещества,

если при частоте сигнала 10 ГГц длина волны в волноводе равна 25 мм.

6.23. Показать, что поле H_{10} прямоугольного волновода имеет ту же структуру, что и в случае отражения наклонно падающей однородной Т-волны от идеально проводящей плоскости при перпендикулярной поляризации.

6.24. Показать, что как в прямоугольном, так и в круглом волноводе при стремлении частоты к бесконечности все волны становятся волнами Т.

6.25. Определить характеристическое сопротивление волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе сечением $72 \times 34 \text{ мм}^2$ при частоте колебаний 3 ГГц.

6.26. Определить характеристическое сопротивление волны типа E_{01} в круглом волноводе диаметром 30 мм при длине волны генератора 3,5 см.

6.27. Рассчитать волновое сопротивление и коэффициент ослабления симметричной двухпроводной линии передачи. Диаметр проводов линии $d = 3 \text{ мм}$, расстояние между проводами $D = 200 \text{ мм}$. Проводники линии выполнены из меди, диэлектрик – воздух. Рабочая частота 100 МГц.

6.28. Рассчитать погонные параметры и волновое сопротивление коаксиального кабеля марки РК-75-9-12. Параметры кабеля: диаметр внешнего проводника 9 мм, диаметр внутреннего проводника 1,35 мм, относительная проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 2,2$.

6.29. Для изготовления двухпроводной симметричной воздушной линии передачи имеется провод диаметром 3 мм. Найти расстояние между проводами, обеспечивающее волновое сопротивление 600 Ом, а также погонные параметры линии.

6.30. Для коаксиальной линии, у которой внешний диаметр внутреннего проводника равен 5 мм, а внутренний диаметр внешнего проводника – 11 мм, вычислить частоту, до которой волны высших типов не распространяются. Диэлектрик – воздух. Как изменится значение частоты, если коаксиальную линию заполнить диэлектриком с $\varepsilon = 2,1$?

6.31. Для изготовления двухпроводной симметричной воздушной линии передачи имеется провод диаметром 3 мм. Найти

расстояние между проводами, обеспечивающее волновое сопротивление 600 Ом , а также погонные параметры линии.

6.32. Определить погонные параметры симметричной полосковой линии передачи с твердым диэлектриком, если известно, что ее волновое сопротивление 50 Ом , а фазовая скорость распространения волны $2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

6.33. Найти соотношение между внешним и внутренним диаметрами коаксиальной линии передачи с волной типа T , при котором будет минимальное затухание, считая, что потери в диэлектрике отсутствуют.

6.34. Вывести формулу, выражающую коэффициент затухания основной волны коаксиальной линии, стержень и оболочка которой выполнены из разных металлов.

6.35. Определить затухание волны типа H_{10} в отрезке прямоугольного волновода сечением $23 \times 10 \text{ мм}^2$, длиной 10 см на частоте 6 ГГц .

6.36. Определить погонное затухание волны типа H_{10} в прямоугольном волноводе сечением $23 \times 10 \text{ мм}^2$ при частоте поля 10 ГГц . Материал стенок волновода – медь.

6.37. Как изменится погонное затухание, если все параметры волновода из задачи 6.36 и длина волны сигнала уменьшатся в 10 раз?

6.38. Для передачи колебаний с частотой 10 ГГц применяется волновод квадратного сечения $50 \times 50 \text{ мм}^2$. При использовании какого типа волны получается наименьшее затухание? Найти соответствующее погонное затухание, если волновод изготовлен из латуни.

6.39. Определить частоту колебаний, передаваемых по круглому волноводу диаметром 3 см , если затухание волны основного типа на длине 60 см составляет 60 дБ .

6.40. Какая максимальная мощность может быть передана по прямоугольному волноводу сечением $23 \times 10 \text{ мм}^2$, работающему на частоте 10 ГГц ? Волновод заполнен воздухом, предельно допустимое значение напряженности электрического поля 30 кВ/см .

6.41. В прямоугольном волноводе сечением $50 \times 25 \text{ мм}^2$, работающем на волне типа H_{10} , передается средняя мощность 10 кВт .

Частота поля 5 ГГц. Определить амплитуду напряженности электрического поля на оси волновода, а также максимальное значение поверхностной плотности тока на его стенках.

6.42. Амплитудное значение продольной составляющей напряженности электрического поля на оси прямоугольного волновода сечением $50 \times 25 \text{ мм}^2$ составляет 10^4 В/м . Частота поля 7,5 ГГц. Диэлектрик – воздух. Тип волны E_{11} . Определить максимальное значение амплитуды поверхностной плотности тока и плотности тока смещения.

6.43. В круглом волноводе радиусом a распространяется волна типа H_{01} . На каком расстоянии от оси волновода напряженность электрического поля имеет максимальное значение?

6.44. В каких точках сечения прямоугольного волновода с волной типа H_{10} вектор напряженности магнитного поля имеет круговую поляризацию? В какой плоскости будет вращаться вектор? Сечение волновода $23 \times 10 \text{ мм}^2$, частота сигнала генератора 10 ГГц.

6.45. В круглом волноводе диаметром 5 см синфазно возбуждаются волны типов H_{11} и E_{01} . Частота поля 6 ГГц. На каком расстоянии от точки возбуждения разность фаз между возбуждаемыми волнами изменится на 180° ?

6.46. По линии передачи, представляющей собой прямоугольный волновод сечением $72 \times 34 \text{ мм}^2$ и длиной 50 м, передаются сверхвысокочастотные импульсы с прямоугольной огибающей. Длительность импульсов 1 мкс, несущая частота 3 ГГц. Определить время запаздывания сигнала при прохождении линии.

6.47. Волноводная линия служит для передачи сверхвысокочастотных импульсов, причем вследствие дисперсии происходят искажения формы импульсов. Искажения формы импульсов принято считать недопустимо большими, если разность времени запаздывания для крайних составляющих спектра сигнала превышает длительности импульса. Определить максимальную длину волноводной линии передачи сечением $23 \times 10 \text{ мм}^2$, по которой могут быть переданы высокочастотные импульсы длительностью 0,01 мкс с несущей частотой 10 ГГц, при условии, что искажения формы импульсов не будут выходить за,

допустимые пределы. *Указание:* крайними частотами спектра прямоугольного импульса считать границы его главного лепестка.

6.48. Линия связи представляет собой круглый волновод, работающий на волне типа H_{01} . Длина линии 10 км. По линии передается сигнал в виде последовательности гауссовых радиоимпульсов $E(t) = E_0 \exp(-t^2 / \tau^2) \cos(\omega_0 t)$ при $\tau = 20$ нс. Несущая частота сигнала 37,5 ГГц. Выбрать диаметр волновода так, чтобы разлечение времени запаздывания не превышало величины τ . При этом ширину спектра можно определять на уровне 0,1 от максимального значения.

6.49. С двух концов прямоугольного волновода запущены навстречу друг другу два радиоимпульса с высокочастотным заполнением: один – на волне TE_{10} , второй – на волне TE_{m0} . Центры импульсов встречаются точно посередине волновода. Каково соотношение между длинами волн обоих импульсов в свободном пространстве (λ_1 / λ_2) и в волноводе ($\lambda_{g1} / \lambda_{g2}$)?

6.50. На входе в незаполненный прямоугольный волновод с идеально проводящими стенками волна типа TE_{10} промодулирована по амплитуде на частоте Ω : $E = E_0(1 + m \cos \Omega t) \exp(i\omega t)$.

Ширина волновода a удовлетворяет условиям $\frac{\pi c}{\omega} > a > \frac{\pi c}{\omega + \Omega}$.

Как зависит частотный спектр сигнала от продольной координаты z ?

7. Объемные резонаторы

В общем случае резонатор на основе линии передачи представляет собой закороченный с обоих концов отрезок линии. При этом резонансную длину волны определяют из условия

$$l = p \frac{\lambda_g}{2}, \quad (7.1)$$

где p – целое число (продольный индекс), λ_g – длина волны в волноводе (линии передачи).

Выражение для резонансной частоты в общем виде можно записать через фазовую скорость волны v_ϕ в линии, на основе которой построен резонатор:

$$\omega_{рез} = \frac{p\pi v_\phi}{l}. \quad (7.2)$$

Колебания определяются геометрией линии и нумеруются на основе её возможных колебаний.

Прямоугольный объемный резонатор. Резонансная частота колебаний H_{mnp} или E_{mnp} определяется по формуле:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}, \quad (7.3)$$

где a, b, l – геометрические размеры резонатора.

Основным типом колебаний в прямоугольном резонаторе, имеющим минимальную резонансную частоту, в зависимости от соотношения между a, b и l могут быть $H_{101}, H_{011}, E_{110}$.

При $b < a, b < l$ основным типом колебаний является H_{101} , для которого составляющие векторов поля описываются выражениями:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}}_x &= 0, \\ \dot{\vec{E}}_y &= -j\omega\mu_a C \frac{\pi}{a} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{l}, \\ \dot{\vec{E}}_z &= 0, \\ \dot{\vec{H}}_x &= -C \frac{\pi^2}{al} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi z}{l}, \\ \dot{\vec{H}}_y &= 0, \\ \dot{\vec{H}}_z &= \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 C \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi z}{l}. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Цилиндрический объемный резонатор. Резонансная частота колебаний типа H_{mnp} определяется выражением:

$$\omega_{рез}^H = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{A_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}, \quad (7.5)$$

где A_{mn} – n -й корень уравнения $J'_m(x) = 0$. Основное колебание в этом классе – H_{111} .

Резонансная частота колебаний типа E_{mnp} имеет вид:

$$\omega_{рез}^E = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \sqrt{\left(\frac{B_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}, \quad (7.6)$$

где B_{mn} – n -й корень функции Бесселя $J_m(x)$. Основное колебание типа E – E_{010} . Его особенность заключается в том, что резонансная частота этого колебания не зависит от длины резонатора и равна

$$\omega_p^{E_{010}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} \frac{2,4048}{a}. \quad (7.7)$$

Объемный резонатор на основе коаксиальной линии имеет основное колебание, обозначаемое T_1 , и имеющее резонансную частоту:

$$\omega_{рез}^{T_1} = \frac{\pi}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a} l}. \quad (7.8)$$

Добротность объемного резонатора определяют как отношение энергии электромагнитного поля, запасенной в резонаторе, к энергии, теряемой за период собственных колебаний. Основная доля потерь происходит из-за потерь в металлических частях

резонатора. Для расчёта этой части пользуются следующими формулами.

Для колебания H_{101} в прямоугольном резонаторе:

$$Q = \frac{\omega_{рез} \mu_a}{2R_S} \frac{abl(a^2 + l^2)}{a^3(l + 2b) + l^3(a + 2b)}. \quad (7.9)$$

В цилиндрическом резонаторе:

для колебания E_{010}

$$Q = \frac{\omega_{рез} \mu_a}{2R_S} \frac{al}{a + l}, \quad (7.10)$$

для колебания E_{011}

$$Q = \frac{\omega_{рез} \mu_a}{2R_S} \frac{al}{2a + l}, \quad (7.11)$$

для колебания H_{011}

$$Q = \frac{\omega_{рез} \mu_a}{2R_S} \frac{\omega_{рез}^2 \varepsilon_a \mu_a a^2 l}{\mu_0^2 \frac{l}{a} + \pi^2 \frac{a^2}{l^2}}. \quad (7.12)$$

Задачи для решения

7.1. Прямоугольный объемный резонатор имеет следующие размеры: $a = 20$ мм, $b = 25$ мм, $l = 30$ мм. Определить резонансную длину волны двух низших типов колебаний.

7.2. Определить резонансные частоты колебаний типов E_{010} и H_{111} в цилиндрическом резонаторе, диаметр и длина которого одинаковы и равны 3 см.

7.3. Определить резонансную длину волны основного типа колебаний в кубическом резонаторе со сторонами 3 см.

7.4. Для прямоугольного резонатора с размерами $a = 1$ см, $b = 2$ см, $l = 3$ см (внутренняя среда – вакуум) вычислить первые

пять собственных частот и идентифицировать соответствующие типы колебаний.

7.5. Какой тип колебаний является основным в прямоугольном резонаторе с размерами $a = 2$ см, $b = 4$ см, $l = 3$ см? Определить его резонансную частоту. Какой тип колебаний является ближайшим высшим? Найти его резонансную частоту.

7.6. Стороны прямоугольного объемного резонатора относятся как 1:1,25:1,5. Определить соотношение резонансных частот трех низших типов колебаний резонатора.

7.7. Незаполненный резонатор имеет резонансную частоту 10 ГГц. Какова будет резонансная частота, если резонатор заполнить диэлектриком с относительной проницаемостью $\varepsilon = 2,7$?

7.8. Определить размеры кубического резонатора, низшая резонансная частота которого равна 10 ГГц.

7.9. Перестраиваемый резонатор образован отрезком прямоугольного волновода сечением 23×10 мм², внутри которого перемещается поршень. Определить пределы перемещения поршня для перестройки резонатора в пределах 8–12 ГГц. Тип колебания H_{101} . Как будет изменяться добротность резонатора в процессе перестройки?

7.11. Длина цилиндрического объемного резонатора вдвое больше его диаметра. Резонансная частота колебания типа E_{011} равна 7 ГГц. Определить диаметр резонатора.

7.12. При каком отношении длины цилиндрического объемного резонатора к его радиусу резонансные частоты колебаний типов E_{010} и H_{111} будут одинаковыми?

7.13. Стороны прямоугольного объемного резонатора относятся как 3:2:1. Резонансная частота колебания типа E_{111} равна 8 ГГц. Определить размеры резонатора.

7.14. Резонансная частота колебания типа E_{010} в цилиндрическом резонаторе равна 4 ГГц, резонансная частота колебания типа H_{111} – 5 ГГц. Определить размеры резонатора.

7.15. Определить размеры прямоугольного объемного резонатора, три низшие резонансные частоты которого равны 10, 11 и 12 ГГц.

7.16. Прямоугольный объемный резонатор с резонансной длиной волны 3 см на колебании типа H_{102} образован отрезком

стандартного прямоугольного волновода сечением $23 \times 10 \text{ мм}^2$. Определить длину резонатора.

7.17. Собственная частота резонатора $f = 10 \text{ ГГц}$, а добротность $Q = 100000$. За какое время запас энергии собственных колебаний уменьшится в e раз?

7.18. Цилиндрический резонатор длиной 4 см и диаметром 6 см заполнен диэлектриком с параметрами $\varepsilon = 2,5$, $\text{tg} \delta_{\varepsilon} = 2 \cdot 10^{-4}$. Материал стенок – медь. Найдите резонансную частоту, добротность и полосу пропускания резонатора на основном типе колебаний.

7.19. Прямоугольный объемный резонатор с размерами $a = 5 \text{ см}$, $b = 4 \text{ см}$, $l = 6 \text{ см}$ работает на основном типе колебаний. Стенки резонатора посеребрены. Определить резонансную частоту и добротность резонатора.

7.20. Определить добротность цилиндрического объемного резонатора радиусом 5 см , работающего на волне 10 см . Тип колебания E_{011} . Материал стенок – медь.

7.21. Определить резонансную частоту и добротность цилиндрического объемного резонатора, работающего на колебании типа H_{011} . Диаметр и длина резонатора 3 см , проводимость материала стенок $5 \cdot 10^7 \text{ См/м}$.

7.22. Цилиндрический объемный резонатор, длина которого равна диаметру, работает на колебании типа E_{010} . Резонансная частота 2 ГГц . Резонатор заполнен полистиролом, материал стенок – латунь. Определить добротность резонатора. Какова будет добротность резонатора с таким же соотношением размеров и с той же резонансной частотой при воздушном заполнении?

7.23. В цилиндрическом объемном резонаторе длиной 10 см и диаметром 12 см при $t = 0$ происходит возбуждение колебаний типа H_{011} . За какое время амплитуда колебаний уменьшится в 10 раз? Стенки резонатора посеребрены.

7.24. Энергия, запасенная в цилиндрическом объемном резонаторе длиной 20 см и диаметром 12 см , равна $0,01 \text{ Дж}$. Тип колебаний E_{010} . Определить максимальную амплитуду

напряженности электрического поля и поверхностную плотность тока на боковых стенках резонатора.

7.25. Максимальная амплитуда напряженности электрического поля в прямоугольном объемном резонаторе с размерами $a = 20$ см, $b = 10$ см, $l = 30$ см равна 105 В/м. Материал стенок – медь. Тип колебания H_{101} . Определить запасенную энергию и мощность потерь в стенках.

7.26. Какая максимальная энергия может быть запасена в цилиндрическом объемном резонаторе, заполненном воздухом, на колебании типа H_{011} , если пробой наступает при напряженности электрического поля 30 кВ/см? Диаметр резонатора 6 см, длина 8 см.

7.27. В цилиндрическом объемном резонаторе возбуждается колебание типа E_{011} . Для исследования картины силовых линий поля в стенках резонатора необходимо прорезать узкие щели. Указать расположение щелей, которые не окажут существенного влияния на поле этого колебания.

7.28. Прямоугольный объемный резонатор, предназначенный для измерения параметров вещества, должен быть сделан разъемным. Чтобы несовершенство контакта не изменяло параметров резонатора, стык не должен пересекать линий тока. Можно ли удовлетворить этому требованию при работе на основном типе колебания? Если можно, то как должна проходить линия стыка частей резонатора?

7.29. Объемный резонатор используется для измерения диэлектрической проницаемости газа. Определить разрешающую способность измерения ϵ , если измерительное устройство позволяет обнаружить смещение резонансной частоты, равное 0,1 полосы пропускания резонатора. Добротность резонатора равна 12000.

8. Поверхностный эффект и экранирование

Работа экранов основана на том, что, во-первых, электромагнитное поле в проводящей среде затухает в e раз на рас-

стоянии, равном глубине проникновения $\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \mu_0 \sigma}}$, и, во-вторых, волны частично отражаются от поверхности экрана и, следовательно, в защищаемую область попадает меньше энергии волны.

Рассмотрим экранирование электрического диполя.

Экранирование различают для электрических и магнитных источников. Экраны различной геометрии дают различные эффективности экранирования:

$$\mathfrak{E}_\varepsilon = \frac{E_0}{E}, \quad \mathfrak{E}_\mu = \frac{H_0}{H}, \quad (8.1)$$

где E_0, H_0 – напряжённости падающей на экран волны, а E, H – прошедшей через него.

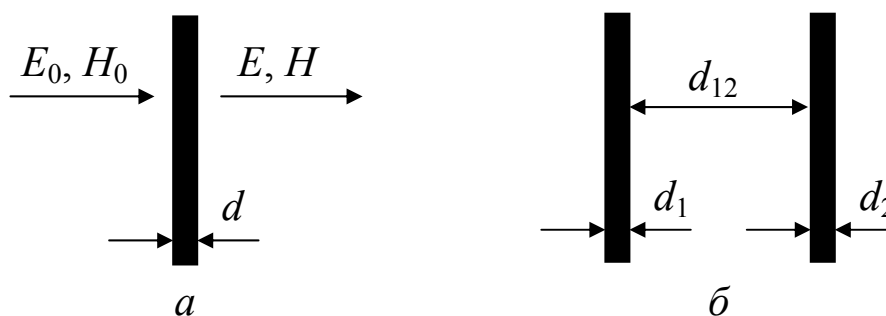


Рис. 8.1. Схематическое изображение плоских экранов

Плоский бесконечный однородный экран (рис. 8.1, а). Эффективность экранирования можно представить в виде:

$$\mathfrak{E}_{пл} = \mathfrak{E}_{пл.отр.} \cdot \mathfrak{E}_{пл.осл.}, \quad (8.2)$$

где эффективность экранирования за счёт ослабления в толще экрана

$$\mathfrak{E}_{пл.осл.} = |ch[(1+j)d/\delta]| \approx \begin{cases} 1, & d/\delta < 0,1, \\ 0,5e^{d/\delta}, & d/\delta > 1, \end{cases} \quad (8.3)$$

а эффективности экранирования за счёт отражения от экрана

$$\mathcal{E}_{нл.отр.} = 60\pi\sigma d \left| \frac{th[(1+j)d/\delta]}{(1+j)d/\delta} \right| \approx \begin{cases} 60\pi\sigma d, & d/\delta < 0,1, \\ 160\pi\sigma\delta, & d/\delta > 1, \end{cases} \quad (8.4)$$

то есть

$$\mathcal{E}_{нл.} = 60\pi\sigma d \left| \frac{sh[(1+j)d/\delta]}{(1+j)d/\delta} \right| \approx \begin{cases} 60\pi\sigma d, & d/\delta < 0,1, \\ 15\sqrt{2}\pi\sigma\delta e^{d/\delta}, & d/\delta > 1. \end{cases} \quad (8.5)$$

Определив $\mathcal{E}_{нл.отр.P}^2$ как отношение мощности падающей волны на единицу поверхности экрана к мощности результирующей волны, проникающей за поверхность в толщу экрана, можем найти её по формуле

$$\mathcal{E}_{нл.отр.P}^2 = \begin{cases} 30\pi\sigma d, & d/\delta < 0,1, \\ 30\pi\sigma\delta, & d/\delta > 1. \end{cases} \quad (8.6)$$

Определив $\mathcal{E}_{нл.осл.P}^2$ как отношение мощности результирующей волны, проникающей за поверхность в толщу экрана, к мощности волны, прошедшей сквозь экран, можем найти её по формуле

$$\mathcal{E}_{нл.осл.P}^2 = \begin{cases} 120\pi\sigma d, & d/\delta < 0,1, \\ 15\pi\sigma\delta e^{2d/\delta}, & d/\delta > 1. \end{cases} \quad (8.7)$$

Частота, при которой эффективность бесконечного плоского стального и медного экранов по отношению к отвесно падающей на них плоской ЭМВ одна и та же, определяется выражением:

$$f_{зр} = \frac{0,48}{\mu_{см} d^2}, \quad (8.8)$$

где $\mu_{ст}$ – магнитная проницаемость стали. При частотах $f > f_{2p}$ более эффективным является стальной экран.

Двухстенные экраны (рис. 8.1, б). Их эффективность описывается выражением:

$$\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2 \left| 1 - \dot{\Gamma}_{1\Sigma} \dot{\Gamma}_{2\Sigma} e^{-j \frac{4\pi d_{12}}{\lambda}} \right|, \quad (8.9)$$

где $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ – эффективности 1-го и 2-го экранов по отдельности, d_{12} – расстояние между экранами, $\dot{\Gamma}_{1\Sigma}, \dot{\Gamma}_{2\Sigma}$ – результирующие коэффициенты отражения на границе воздух-экран для обоих экранов:

$$\dot{\Gamma}_{1\Sigma} = \dot{\Gamma}_1 \frac{1 - e^{-2(1+j)d_1/\delta_1}}{1 - \dot{\Gamma}_1^2 e^{-2(1+j)d_1/\delta_1}}, \quad \dot{\Gamma}_{2\Sigma} = \dot{\Gamma}_2 \frac{1 - e^{-2(1+j)d_2/\delta_2}}{1 - \dot{\Gamma}_2^2 e^{-2(1+j)d_2/\delta_2}}, \quad (8.10)$$

$$\dot{\Gamma}_1 = \frac{Z_{C1} - Z_0}{Z_{C1} + Z_0}, \quad \dot{\Gamma}_2 = \frac{Z_{C2} - Z_0}{Z_{C2} + Z_0}, \quad (8.11)$$

где Z_{C1}, Z_{C2} – сопротивления материала экранов, а $Z_0 = 120\pi$ Ом.

Частным случаем двухстенного является **биметаллический экран** ($d_{12} = 0$).

Шаровой экран. Экранирование таким экраном рассматривается для частного случая, когда излучатель находится в центре экрана и мал, т. е. при $d \ll R \ll \lambda / (2\pi)$:

$$\mathcal{E}_{шар} = 0,21 \frac{\lambda}{R} \mathcal{E}_{пл}. \quad (8.12)$$

Рассмотрим экранирование магнитного диполя (петли с током), расположенного в центре шарового экрана:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 + 4,2 \frac{R}{\lambda} \mathfrak{E}_{nl}, \quad (8.13)$$

где эффективность экранирования петли с постоянным током

$$\mathfrak{E}_0 \approx 1 + \frac{0,66 \mu d}{R}. \quad (8.14)$$

Цилиндрический экран. Экранирование таким экраном рассматривается для частного случая, когда излучатель находится на оси и мал:

$$\mathfrak{E}_{цил} = 0,16 \frac{\lambda}{R} \mathfrak{E}_{nl}. \quad (8.15)$$

Отверстия и щели в экране. Отверстия становятся излучателями, причём в зависимости от размера и формы реальный экран толщины d ослабляет величину излучения по сравнению с идеально тонким. Величина такого ослабления равна:

$$\mathfrak{E}_{стен} = e^{\alpha d}, \quad (8.16)$$

где при ослаблении квазиэлектростатического поля
круглым отверстием $\alpha_{кр} = 2,4 / R$,

прямоугольным шириной b и длиной a $\alpha_{пр} = \pi \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$,

при ослаблении квазимоноэлектростатического поля соответственно
 $\alpha_{кр} = 1,84 / R$, $\alpha_{пр} = \pi / b$.

Задачи для решения

8.1. Экран выполнен из меди ($\sigma = 5,7 \cdot 10^7$ См/м) толщиной 1 мм и предназначен для экранирования на частоте $f = 1$ МГц. Определите эффективность экранирования: а) за счёт отражения от экрана; б) за счёт поглощения в толще металла; в) полную.

8.2. Экран выполнен из меди ($\sigma = 5,7 \cdot 10^7$ См/м) толщиной 1 мкм и предназначен для экранирования на частоте $f = 1$ МГц. Определите эффективность экранирования: а) за счёт отражения от экрана; б) за счёт поглощения в толще металла; в) полную.

8.3. Экран выполнен из меди ($\sigma = 5,7 \cdot 10^7$ См/м) и предназначен для экранирования на частоте $f = 1$ МГц. Определите толщину экрана, при которой 80% экранирования будет осуществляться за счёт отражения от экрана.

8.4. Экран выполнен из латуни ($\sigma = 1,4 \cdot 10^7$ См/м, $\mu = 1$). Определите диапазон частот, при которых экран толщиной 1 мм будет: а) электрически толстым; б) электрически тонким.

8.5. Электрически тонкий экран толщиной 1 мм, выполненный из цинка ($\sigma = 1,7 \cdot 10^7$ См/м, $\mu = 1$), обеспечивает эффективность экранирования 100. Оценить изменение эффективности экранирования при замене цинка на серебро ($\sigma = 6,1 \cdot 10^7$ См/м, $\mu = 1$).

8.6. Найти расстояние между двумя экранами, при котором эффективность экранирования, вычисленная без учёта взаимного влияния экрана, с точностью до 0,1% совпадает с эффективностью экранирования, определённой с учётом этого влияния.

8.7. Определить, во сколько раз изменится эффективность экранирования на частоте 10 ГГц, если плоский экран из латуни ($\sigma = 1,4 \cdot 10^7$ См/м, $\mu = 1$) с размерами $6,28 \times 6,28$ м² свернуть в цилиндрический.

8.8. Определить, во сколько раз изменится эффективность экранирования на частоте 10 ГГц, если плоский экран из латуни ($\sigma = 1,4 \cdot 10^7$ См/м, $\mu = 1$) с размерами 10×10 м² заменить сферическим с такой же площадью поверхности.

8.9. Электрически толстые плоские листы из латуни ($\sigma = 1,4 \cdot 10^7$ См/м, $\mu = 1$) размерами 2×2 м² идут на изготовление экранов цилиндрической и сферической формы, предназначенных для экранирования на частоте 10 ГГц с одинаковой эффективностью экранирования. Определите: а) как соотносятся размеры получившихся экранов; б) сколько листов латуни израсходовано на изготовление сферического экрана, если на изготовление

цилиндрического экрана использовано 2 листа; в) общий расход материала при толщине листа 1 мм.

8.10. Определите, при какой толщине плоский однородный экран из стали с $\mu = 100$ будет эффективнее медного при экранировании на частоте 1 МГц.

8.11. Определите, при какой относительной магнитной проницаемости плоский однородный экран из стали толщиной 2 мм будет эффективнее медного при экранировании на частоте 1 МГц.

8.12. Двухстенный экран состоит из листа меди толщиной 1 мм и листа латуни ($\sigma = 1,4 \cdot 10^7$ См/м, $\mu = 1$) толщиной 2 мм, отстоящих друг от друга на расстояние 10 мм. Определите эффективность экранирования на частоте 1 МГц.

8.13. Найти расстояние между двумя плоскими экранами, при котором эффективность их экранирования будет такая же, как и в случае, если взаимодействие между экранами отсутствует. Считать коэффициенты отражения от экранов близкими к -1. Объяснить физику процессов.

8.14. Сферический экран радиусом 1 м и толщиной 1 мм выполнен из стали с $\mu = 100$. Определите эффективность экранирования петли с током при $f = 0$.

8.15. Определите эффективность экранирования экрана из задачи 8.14 при $f = 1$ МГц. Постройте зависимость эффективности экранирования от частоты.

8.16. Определите величину ослабления излучения квазиэлектростатического поля круглого отверстия радиуса 10 мм экраном с толщиной стенок 2 мм.

8.17. Определите высоту патрубка, который надо использовать при работе с экраном, имеющим прямоугольное отверстие 5×10 мм², чтобы добиться ослабления квазимагнитостатического поля в 100 раз.

Список литературы

1. Баскаков, С. И. Сборник задач по курсу «Электродинамика и распространение радиоволн» / С. И. Баскаков. – М.: Высшая школа, 1981.
2. Вайнштейн, Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. – М.: Радио и связь, 1988.
3. Виноградова, М. Б. Теория волн / М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков. – М.: Наука, 1990.
4. Гольдштейн, Л. Д. Электромагнитные поля и волны / Л. Д. Гольдштейн, Н. В. Зернов. – М.: Сов. радио, 1971.
5. Неганов, В. А. Электродинамика и распространение радиоволн / В. А. Неганов, О. В. Осипов, С. А. Раевский, Г. П. Яровой. – М.: Радио и связь, 2005.
6. Никольский, В. В. Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. – М.: Наука, 1989.
7. Петров, Б. М. Электродинамика и распространение радиоволн / Б. М. Петров. – М.: Радио и связь, 2000.
8. Пименов, Ю. В. Техническая электродинамика / Ю. В. Пименов, В. И. Вольман, А. Д. Муравцов. – М.: Радио и связь, 2000.
9. Тимофеев, В. А. Физика волновых процессов: учеб. пособие / В. А. Тимофеев. – Ярославль: ЯрГУ, 2003.
10. Тимофеев, В. А. Физика волновых процессов: учеб. пособие / В. А. Тимофеев. – Ярославль: ЯрГУ, 2008.
11. Артёмова, Т. К. Электродинамика сверхвысоких частот / Т. К. Артёмова, И. А. Винтер. – Ярославль: ЯрГУ, 1999.
12. Шапиро, Д. Н. Основы теории электромагнитного экранирования / Д. Н. Шапиро. – Л.: Энергия, 1975.
13. Гильденбург, В. Б. Сборник задач по электродинамике / В. Б. Гильденбург, Дж. Миллер. – М.: Физматлит, 2001.

Оглавление

5. Элементарные излучатели	3
Задачи для решения.....	5
6. Направляющие системы.....	9
Задачи для решения.....	15
7. Объемные резонаторы.....	21
Задачи для решения.....	24
8. Поверхностный эффект и экранирование	27
Задачи для решения.....	31
Список литературы.....	34

Учебное издание

Тимофеев Владимир Авенирович
Артёмова Татьяна Константиновна
Караван Олег Валерьевич

Электродинамика и электромагнитные волны

Часть 2

Задачник

Редактор, корректор И. В. Бунакова
Вёрстка Е. Л. Шелехова

Подписано в печать 23.09.10. Формат $60 \times 84 \frac{1}{16}$.
Бум. офсетная. Гарнитура "Times New Roman".
Усл. печ. л. 2,09. Уч.-изд. л. 1,5.
Тираж 150 экз. Заказ

Оригинал-макет подготовлен
в редакционно-издательском отделе Ярославского
государственного университета им. П. Г. Демидова.

Отпечатано на ризографе.

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова.
150000, Ярославль, ул. Советская, 14.

**В. А. Тимофеев
Т. К. Артёмова
О. В. Караван**

**Электродинамика
и электромагнитные волны**

Часть 2