

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Теория размерности и хаотическая динамика**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 22.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Теория размерности и хаотическая динамика» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует формированию мировоззрения математика-прикладника и обеспечивает приобретение специальных знаний.

Целью преподавания дисциплины является ознакомление слушателей с основными понятиями, результатами и методами теории размерности и хаотической динамики, а также их иллюстрация на актуальных примерах.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины «Теория размерности и хаотическая динамика», используются студентами в процессе изучения специальных дисциплин, а также в ходе выполнения курсовых и выпускных квалификационных работ.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-2</b> Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>И-ПК-2.1</b> Обладает устойчивыми знаниями в области основных математических дисциплин, их аппарата и результатов	<b>Знать:</b> основные понятия теории размерностей и хаоса <b>Уметь:</b> пользоваться методами теории размерностей
	<b>И-ПК-2.2</b> Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	<b>Уметь:</b> применять методы хаотической динамики в прикладных задачах. <b>Владеть:</b> методами решения задач
	<b>И-ПК-2.2</b> Способен совершенствовать свои навыки, связанные с применением современного математического аппарата	<b>Знать:</b> основные понятия и сферы приложений теории размерностей <b>Владеть:</b> методами решения задач с хаотической динамикой

#### 4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачёт. ед., 144 акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная рабога	
1	Фракталы: определение и простые примеры. Емкость и фрактальная размерность. Размерность Хаусдорфа Информационная и корреляционная размерность. Спектр обобщенных размерностей Реньи.	8	2	4		1		6	
2	Хаотическое поведение решений простейших унимодальных отображений. Символическая динамика и сдвиг Бернулли. Логистическое отображение и его свойства.	8	2	4		1		6	
3	Отображение пекаря, отображение Арнольда. Подкова Смейла.	8	2	4		1		7	
4	Динамика системы Лоренца. Сечение и отображение Пуанкаре. Особенности численного построения сечений и отображения.	8	2	4		1		7	
5	Геометрические характеристики аттракторов динамических систем. Корреляционный интеграл, корреляционная размерность.	8	2	4		1		7	
6	Статистические методы числовой обработки данных (корреляционная и ковариационная функции). Спектральная функция. Алгоритм Кули-Тьюки БПФ.	8	2	4				7	
7	Понятие ляпуновской размерности, алгоритм ее оценки. Оценка старшего лянуновского показателя. Время вычислений и точность результатов.	8	2	4				7	

8	Сценарии перехода к хаосу.	8	2	4		1		7	
						2	0.5	33,5	экзамен
	<b>ВСЕГО</b>		<b>16</b>	<b>32</b>		<b>8</b>	<b>0.5</b>	<b>87,5</b>	

## 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## 6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- MikTeX (свободно распространяемое ПО).

## 7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» [http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Электронно-библиотечная система «Консультант Студента»: <https://www.studentlibrary.ru/>

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Глызин С.Д., Колесов А.Ю. Локальные методы анализа динамических систем: учебное пособие. Яросл. гос. ун-т. -- Ярославль: ЯрГУ, 2006. 92 с. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20060202.pdf>
2. Бурд В.Ш. Введение в динамику одномерных отображений. Ярославль: ЯрГУ, 2006. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20060201.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. Кузнецов С.П. Динамический хаос (курс лекций). - М.: изд. Физматлит, 2001.
2. Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. М.: Ин-т комп. исследований; Ижевск: Б.и., 2002.
3. Юмагулов М. Г. Введение в теорию динамических систем: учебное пособие — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 272 с. <https://reader.lanbook.com/book/211817>
4. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы, нелинейной динамики. - М.: УРСС, 2002.
5. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. М.: Мир, 1988.
6. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. М.: Постмаркет. 2000.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

### **Автор(ы) :**

профессор кафедры математического моделирования,  
д.ф.-м.н.

Глызин С.Д.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Теория размерности и хаотическая динамика»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

- 1) Хаотическое поведение решений простейших унимодальных отображений.
- 2) Фейгенбаумовский сценарий возникновения хаоса (на примере логистического отображения).
- 3) Функция плотности распределения аттрактора динамической системы. Уравнение Фробениуса-Перрона. Неподвижные точки оператора Фробениуса-Перрона.
- 4) Хаос в простейших отображениях, сохраняющих площадь. Отображение пекаря, отображение Арнольда.
- 5) Подкова Смейла.
- 6) Динамика системы Лоренца.
- 7) Сечение и отображение Пуанкаре. Особенности численного построения сечений и отображения.
- 8) Геометрические характеристики аттракторов динамических систем. Фракталы. Емкостная размерность.
- 9) Понятие ляпуновской размерности для динамических систем с непрерывным и дискретным временем.
- 10) Алгоритм оценки ляпуновской размерности. Оценка старшего ляпуновского показателя. Время вычислений и точность результатов.
- 11) Корреляционный интеграл, корреляционная размерность.
- 12) Статистические методы числовой обработки данных (корреляционная и ковариационная функции)
- 13) Спектральная функция. Алгоритм Кули-Тьюки быстрого преобразования Фурье.
- 14) Сценарии перехода к хаосу.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теория размерности и хаотическая динамика»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Форма изложения материала – лекции и практические занятия. Для лучшего понимания теории необходимо решение задач, в том числе самостоятельное для закрепления полученных навыков.

Рекомендуется проведение в течение семестра контрольной работы для понимания степени усвоения дисциплины студентами. По ее итогам проводится разбор наиболее типичных ошибок и при необходимости повторение наиболее трудного материала. Также возможно поощрение отличившихся студентов некоторыми послаблениями на экзамене на усмотрение преподавателя.