

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

\_\_\_\_\_  
Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Теория устойчивости**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 18.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 05.05.2025

## 1. Цели освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины «Теория устойчивости» — дать студентам представление о применении методов теории устойчивости к исследованию конкретных прикладных задач.

Задачами курса являются:

- познакомить студентов с физическими задачами, в математических моделях которых используется теория устойчивости;
- познакомить студентов с основными понятиями теории устойчивости;
- научить студентов методам исследования устойчивости линейных систем;
- познакомить с критериями устойчивости линейных систем с постоянными коэффициентами;
- дать представление о критериях устойчивости периодических систем;
- научить студентов исследовать устойчивость линейных систем с близкими к постоянным периодическими и квазипериодическими коэффициентами.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория устойчивости» относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и является элективной дисциплиной. Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины «Теория устойчивости», используются студентами в процессе изучения специальных дисциплин, а также в ходе выполнения курсовых и выпускных квалификационных работ.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-2</b> Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>И-ПК-2.1</b> Обладает устойчивыми знаниями в области основных математических дисциплин, их аппарата и результатов	<b>Знать:</b> - основные понятия и результаты теории устойчивости линейных систем. <b>Уметь:</b> - применять понятия, результаты и методы теории устойчивости в других разделах математики. <b>Владеть навыками:</b> - систематического и результативного применения аппарата теории устойчивости линейных систем.
	<b>И-ПК-2.2</b> Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	<b>Знать:</b> - методы решения важнейших задач теории устойчивости линейных систем. <b>Уметь:</b> - реализовывать основные способы и алгоритмы решения задач теории устойчивости линейных систем.

		<b>Владеть навыками:</b> - применения компьютера для решения задач теории устойчивости линейных систем.
--	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2** зачетные единицы, **72** акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1.	Основные понятия теории устойчивости динамических систем. Линейные динамические системы. Однородные и неоднородные линейные динамические системы. Устойчивость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.	5	2	2		1		4	
2.	Критерий Гурвица.	5	2	2				4	
3.	Критерий Михайлова.	5	2	2		1		4	
4.	Устойчивость линейных систем с периодическими коэффициентами. Теория Флоке–Ляпунова. Мультипликаторы. Критерии устойчивости.	5	2	2				4	
5.	Устойчивость линейных систем с близкими к постоянным периодическими коэффициентами. Структура решений из критического подпространства.	5	2	2		1		4	
6.	Явление параметрического резонанса в линейных периодических системах.	5	2	2				4	
7.	Устойчивость линейных систем с близкими к постоянным	5	2	2				4	

	квазипериодическими коэффициентами.								
8.	Явление параметрического резонанса в линейных квазипериодических системах.	5	2	2		1		4	
							0,3	3,7	зачёт
	<b>ИТОГО</b>		<b>16</b>	<b>16</b>		<b>4</b>	<b>0,3</b>	<b>35,7</b>	

## 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## 6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- Network 15 Mathematica 11 Increment Standard Bundled List Price with Service;
- Network 15 Mathematica 11 Upgrade L3549-7407;
- MikTeX (свободно распространяемое ПО).

## 7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)
- Электронная библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com>

- Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронная библиотечная система «Консультант студента»  
<https://www.studentlibrary.ru>
- Математические журналы базы Mathnet.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Демидович Б. П. Лекции по математической теории устойчивости - СПб.: Лань, 2023  
<https://reader.lanbook.com/book/323612>
2. Кубышкин Е. П. Методы комплексного анализа в решении прикладных задач [Электронный ресурс]: учеб. пособие для студентов, обучающихся по специальностям Математика и Прикладная математика и информатика. / Е. П. Кубышкин; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова, Науч.-метод. совет ун-та - Ярославль: ЯрГУ, 2014. - 135 с.  
<http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20140208.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения: диссертация и статьи. / А. М. Ляпунов; под ред. Г. Мюнтц - Череповец: Меркурий-ПРЕСС, 2000. - 386 с.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

### **Автор(ы):**

Д.ф.-м.н., профессор

Колесов А.Ю.

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Теория устойчивости»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Список вопросов для подготовки к зачёту**

1. Основные понятия теории устойчивости динамических систем. Линейные динамические системы. Однородные и неоднородные линейные динамические системы.
2. Устойчивость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
3. Критерий Гурвица.
4. Критерий Михайлова.
5. Устойчивость линейных систем с периодическими коэффициентами. Теория Флоке-Ляпунова.
6. Мультипликаторы. Критерии устойчивости периодических систем.
7. Устойчивость линейных систем с близкими к постоянным периодическими.
8. Явление параметрического резонанса в линейных периодических системах.
9. Структура решений из критического подпространства.
10. Устойчивость линейных систем с близкими к постоянным квазипериодическими.
11. Явление параметрического резонанса в линейных квазипериодических системах.

**Задания на зачёт**

1. Определить области асимптотической устойчивости решений системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + \alpha \cdot x \\ \dot{y} = \beta \cdot x - y + \alpha \cdot z \\ \dot{z} = \beta \cdot y - z, \end{cases}$$

где вещественные числа  $\alpha, \beta > 0$ .

2. Исследовать устойчивость решений уравнения:

$$\ddot{x} + 3\varepsilon \dot{x} + [1 + \varepsilon(\sin(2t) + 3\cos(4t) + 5\sin(6t))]x = 0.$$

## Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Теория устойчивости»

### Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Контактная работа при проведении учебных занятий по дисциплине включает в себя:

- занятия лекционного типа
- занятия семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия)
- групповые консультации
- индивидуальную работу обучающихся с преподавателем

Контактная работа может быть аудиторной, внеаудиторной, а также проводиться в электронной информационно-образовательной среде Moodle ЯрГУ. Обучение проводится последовательно путем чтения лекций с углублением и закреплением полученных знаний в ходе самостоятельной работы с последующим переводом знаний в умения в ходе практических занятий. На лекциях излагаются лишь основные, имеющие принципиальное значение и наиболее трудные для понимания и усвоения вопросы. Теоретические знания, полученные студентами на лекциях и при самостоятельном изучении курса по литературным источникам, закрепляются на практических занятиях. Семинарские занятия дисциплины предполагают их проведение в различных формах с целью выявления полученных знаний, умений, навыков и компетенций с проведением контрольных мероприятий.

С целью обеспечения успешного обучения студент должен готовиться к лекции, поскольку она является важнейшей формой организации учебного процесса, поскольку:

- знакомит с новым учебным материалом;
- разъясняет учебные элементы, трудные для понимания;
- систематизирует учебный материал; ориентирует в учебном процессе.

Успешное изучение курса требует от студентов посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с базовыми учебниками, основной и дополнительной литературой.

Запись лекции – одна из форм активной самостоятельной работы студентов, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. Каждая учебная дисциплина как наука использует свою терминологию, категориальный, графический материал которыми студент должен научиться пользоваться и применять по ходу записи лекции. Последующая работа над текстом лекции воскрешает в памяти ее содержание, позволяет развивать мышление. Основная задача при слушании лекции – учиться мыслить, понимать идеи, излагаемые лектором. Большую помощь при этом может оказать конспект. Передача мыслей лектора своими словами помогает сосредоточить внимание, не дает перейти на механическое конспектирование. Механическая запись лекции приносит мало пользы. Ведение конспекта создает благоприятные условия для запоминания услышанного, т.к. в этом процессе принимают участие слух, зрение и рука. Конспектирование способствует запоминанию только в том случае, если студент понимает излагаемый материал. При механическом ведении конспекта, когда просто записываются слова лектора, присутствие на лекции превращается в бесполезную трату времени. Некоторые студенты полагают, что при наличии учебных пособий, учебников нет необходимости вести конспект. Такие студенты нередко совершают ошибку, так как не используют конспект как средство, позволяющее активизировать свою работу на лекции или полнее и глубже усвоить ее содержание. Определенная часть студентов считает, что конспекты лекции могут заменить учебники, поэтому они стремятся к дословной записи лекции и нередко не задумываются

над ее содержанием. В результате при разборе учебного материала по механической записи требуется больше труда и времени, чем при понимании и кратком конспектировании лекции. Конспект ведется в тетради или на отдельных листах. Записи в тетради легче оформить, их удобно брать с собой на лекцию или практические занятия. Рекомендуется в тетради оставлять поля для дополнительных записей, замечаний и пунктов плана. Но конспектирование в тетради имеет и недостаток: в нем мало места для пополнения новыми материалами, выводами и обобщениями. В этом отношении более удобен конспект на отдельных листах (карточках). Из него нетрудно извлечь отдельную необходимую запись, конспект можно быстро пополнить листами, в которых содержатся новые выводы, обобщения, фактические данные. При подготовке выступлений, докладов легко подобрать листки из различных конспектов и свести их вместе. В результате такой работы конспект может стать тематическим. Но вести конспект на отдельных листках или карточках более трудоемко, чем в тетради. Карточки легко рассыпать и перепутать, приходится обзаводиться ящичками для хранения карточек, возникает необходимость на каждом листке писать его порядковый номер. Но затрата труда и времени окупается преимуществами конспектирования на карточках перед конспектом в тетради. Рекомендуется делать такие карточки, которые помещаются в обычный почтовый конверт. Карточки удобно тасовать, менять при необходимости их последовательность, раскладывать на столе для обзора. Например, учителю истории карточки служили бы долго. Перед уроком можно взять соответствующий конверт и найти в нем материал по узловым вопросам темы, записанный еще в вузе. При конспектировании допускается сокращение слов, но необходимо соблюдать меру. Каждый студент обычно вырабатывает свои правила сокращения. Но если они не введены в систему, то лучше их не применять, т.к. случайные сокращения ведут к тому, что спустя некоторое время конспект становится непонятным. Следует знать, что не существует какого-либо единого, годного для всех метода конспектирования. Каждый ведет записи так, как ему представляется наиболее целесообразным и удобным. Собственный метод складывается по мере накопления опыта, но во всех случаях надо стремиться к тому, чтобы конспективные записи были краткими и наилучшим образом содействовали глубокому усвоению изучаемого материала.