

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

Нестеров П.Н.

20 мая 2025 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория фракталов

Направление подготовки (специальности)
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 22.04.2025, протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 05.05.2025

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Теория фракталов" содействует фундаментализации образования, формированию культуры аналитических вычислений в рамках цикла аналитических дисциплин. Целью преподавания дисциплины является ознакомление слушателей с идеями и методами теории размерности и теории множеств.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений. Дисциплина "Теория фракталов" входит в цикл дисциплин, которые обеспечивают овладение аналитическими и численными методами, необходимыми для подготовки специалиста-математика. Она основывается на знаниях, полученных слушателями при изучении дисциплин "Математический анализ", "Дискретная математика", «Геометрия и алгебра».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
ПК-1 Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	И-ПК-1.1 Обладает способностью критического отбора данных, связанных с научными исследованиями	Знать: - основные понятия и теоремы теории множеств, теории размерности, - алгоритмы фрактального сжатия изображений.
	И-ПК-1.2 Имеет навыки обработки данных с применением современных информационных технологий и алгоритмов	Уметь: - логично и связно описывать процесс решения задачи, используя ссылки на известные теоремы и методы. Владеть навыками: - нахождения размерности Лебега, Минковского и Хаусдорфа фрактальных множеств.
	И-ПК-1.3 Способен самостоятельно интерпретировать данные научных исследований и формулировать соответствующие выводы	Уметь: - анализировать и интерпретировать полученные при решении прикладных задач результаты, формулировать выводы и в дальнейшем применять их

4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 2 зачётных единиц, 72 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Теория множеств	4	2	6		1		2	
2	Теория размерностей	4	4	10		2		8	Контрольная работа
3	Элементы комбинаторной геометрии	4	4	6		2		2	
4	Фракталы и их приложения	4	6	10		1		2	
							0,3	3,7	зачёт
	Всего		16	32		6	0,3	17,7	

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, чёткая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний по предложенному алгоритму.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru>
- Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
- Электронно-библиотечная система «Консультант Студента»: <https://www.studentlibrary.ru/>

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. / Б.Мандельброт; Пер.с англ - М.: Ин-т компьютерных исследований, 2002. - 654с.: ил.

б) дополнительная литература

1. Уэлстид С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии: Учеб.пособие для вузов. / С.Уэлстид; Пер.с англ - М.: Триумф, 2003. - 319с.

в) ресурсы сети «Интернет»

сайт «Математические этюды» - etudes.ru

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор(ы):

Зав. кафедрой математического моделирования, д.ф.-м.н.

Кащенко И.С.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Теория фракталов»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущей аттестации**

Контрольная работа №1

Вариант 1.

1. Объединение множеств
2. Равномощные множества
3. Открытое множество
4. Замыкание множества
5. Лемма об объединении замкнутых множеств
6. Покрытие множества
7. Теорема Бореля о конечном покрытии компакта
8. Дополнение к множеству
9. Определение компактного множества
10. Что значит: множество имеет мощность континуум?
11. Внутренность (интерьер) множества
12. Лемма о пересечении замкнутых множеств
13. Что такое кратность покрытия?
14. Определение фрактальной размерности
15. Что такое диаметр множества?
16. Лемма об α -мере подобных множеств
17. Теорема Бляшке
18. Подобные множества
19. Фрактальная размерность объединения счетного числа множеств

Контрольная работа №2

Вариант 1.

1. Две стороны правильного треугольника делят на две равные части и соединяют получившиеся точки (отрезается треугольник №1). Третью сторону делят на четыре равные части, и на каждом из этих отрезочков строят правильные треугольнички внутрь большого (добавляется еще четыре треугольника). Все остальное (кроме пяти построенных треугольников) выкидывают. С каждым из полученных треугольников проделывается аналогичная операция. И так до бесконечности. Найдите у получившегося множества топологическую и фрактальную размерности.
2. Треугольник разбивают прямыми, параллельными сторонам, на 9 равных треугольничков. Те, которые не имеют общих сторон с исходным, -- удаляются. Затем с каждым из оставшихся треугольников проделывают аналогичную процедуру. И так до бесконечности. Найдите у получившегося множества размерность Минковского

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

1. Открытые множества. Свойства и примеры.

2. Замкнутые множества. Свойства и примеры.
3. Диаметр множества. Примеры. Теорема Юнга о наименьшем шаре.
4. Ширина множества. Примеры. Теорема Бляшке о наибольшем круге.
5. Покрытия. Лемма Бореля о конечном подпокрытии.
6. Топологическая (Лебегова) размерность множеств. Свойства и примеры.
7. Размерность Минковского. Свойства и примеры.
8. Фрактальная (Хаусдорфова) размерность. Определение и основные свойства.
9. Методы вычисления фрактальной размерности для самоподобных множеств. Теоремы и примеры.
10. Метрика, метрические пространства. Примеры. Метрика в пространстве изображений.
11. Алгоритмы фрактального сжатия изображений.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теория фракталов»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Теория фракталов» являются лекции. При этом часть учебного материала излагается на практических занятиях. По всем темам предусмотрены практические занятия, на которых студенты отрабатывают навыки решения практических задач.

Зачет принимается по билетам, каждый из которых включает в себя один вопрос. На итоговую оценку также влияют результаты выполнения контрольных работ.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Теория фракталов» самостоятельно студенту затруднительно. Это связано со сложностью изучаемого материала и отсутствием единого учебника. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.